

# 基于拉索振动特征的索力检测与评估方法

查利权

(上海建科检验有限公司 上海, 201108)

**摘要** 基于拉索振动力学模型,建立了频率与索力的数学关系。提出运用实测振动频率推算索力及频率点所对应振动阶数的计算公式,给出采用相邻频率值推算出的频率阶数偏离整数程度来评价索力测量结果可靠性、合理性的方法。针对拉索振动特点及索力检测应用环境开发出一款新型索力检测仪,其实用性、合理性已在实际工程应用中获得验证。

**关键词** 固有频率; 振动; 索力; 斜拉索  
**中图分类号** TB52.3; U446.3

## 引言

桥梁是道路交通运输网络中的重要组成元素,斜拉桥、悬索桥是大跨度桥梁中最常采用的桥型之一,而俗称为斜拉桥、悬拉桥生命线的拉索是其重要受力部件<sup>[1]</sup>。当桥梁结构的物理、力学特性因损伤或劣化而发生变化,必然会导致桥梁结构受力体系的改变、引起拉索指纹特征量——动力特征的相应变化,使得索力分布规律发生相应改变。因此,通过索力测试可以获得桥梁结构损伤和性能劣化的信息,并已成为桥梁健康检测的常用手段之一。

由于拉索振动频率与所承受的拉力有确定的关系<sup>[2]</sup>,通过拉索振动频率的测量来推算索拉力是索力测量的主要方法之一<sup>[3-4]</sup>。此方法使用方便、灵活、成本低、且可以实现在线测量,在桥梁施工监控及其后期运营的日常养护中被广为使用。振动法测索力的可靠性及精度取决于振动测量与分析精度、以及拉索实际振动行为与计算模型的符合程度,因此使用频率推算索力时,索力计算结果的正确性、可靠性对后续数据的利用及桥梁健康状态的评估至关重要。

## 1 拉索振动力学模型

无阻尼自由振动拉索的振动方程<sup>[1]</sup>为

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - h(t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

其中:  $EI$  为斜拉索的弯曲刚度;  $u(x,t)$  为  $y$  方向的振幅;  $T$  为索力;  $h(t)$  为附加索力;  $m$  为单位长度的质量;  $x$  为沿斜拉索方向的坐标。

忽略垂度对索力影响,则式(1)变为

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

当拉索两端为铰支时,边界条件为

$$u(0,t) = u(l,t) = 0, \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(l,t)}{\partial x^2} = 0$$

运用分离变量法求解<sup>[5]</sup>,得到索两端为铰支时索力与频率间关系

$$T = 4ml^2 (f_n/n)^2 - EI n^2 \pi^2 / l^2 \quad (3)$$

$$T = a (f_n/n)^2 - b n^2 \quad (4)$$

其中:  $n=1, 2, \dots$ , 为拉索固有频率的阶数;  $f_n$  为拉索第  $n$  阶固有频率;  $a=4ml^2$ ;  $b=\frac{EI\pi^2}{l^2}$ 。

当忽略抗弯刚度的影响时,拉索振动模型就可简化为弦振动模型,则式(3)简化为

$$T = 4ml^2 (f_n/n)^2 \quad (5)$$

在实际工程中的拉索边界条件介于二者(两端铰支和两端固定边界条件)之间状态。工程实践证明,对于大多数斜拉桥上的长细比大于 1 000,拉索可简化为两端铰支边界条件的弦振动模型来表示,所产生的误差一般小于 3%,在工程上是可接受的。通过实测各阶频率值可推算出索力,但推算出结果的可靠性在运用前必须加以科学合理评价。

## 2 索力计算及可靠性评判

从拉索实测振动时域信号中获得的功率谱图上<sup>[6-7]</sup>提取出的各阶频率值,利用式(4)计算索力。当在实测的振动信号功率谱上提取的拉索第  $k$  阶固有频率为  $f_k$ 、第  $n$  阶固有频率为  $f_n$ ,代入式(4)得到

$$T = (4ml^2) \frac{\left(\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 - \left(\frac{n}{k}\right)^2 \left(\frac{f_k}{k}\right)^2\right)}{1 - (n/k)^2} \quad (6)$$

式(6)建立了考虑横向刚度影响,两端简支的拉索,实测频率值与索力间的数学关系式。该关系式避免了直接使用与拉索抗弯模量相关量  $EI$  数据引入的计算误差。

由式(6)计算索力时,在功率谱图上提取出的某阶频率值  $f_n$ ,其所对应的阶数  $n$  是未知的,而阶数正确与否直接关系到所推算出索力结果的可靠性。

由式(4)推导出式(7)。根据式(7),利用实测相邻3点的频率值,来确定各频率点所对应的阶数。

$$\frac{\left(\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 - \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 \left(\frac{f_{n+1}}{n+1}\right)^2\right)}{1 - (n/n+1)^2} = \frac{\left(\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 - \left(\frac{n}{n+2}\right)^2 \left(\frac{f_{n+2}}{n+2}\right)^2\right)}{1 - (n/n+2)^2} \quad (7)$$

其中:  $n=1, 2, \dots$ 。

根据功率谱上给出的频率点,代入式(7),用迭代法求解出某一频率点所对应的阶数,进而用式(6)计算出索力值。当各频率点对应的阶数越接近整数,表明实际模型与计算模型一致性越高,计算出的索力可靠性越高。因此,可用式(7)估算出的阶数偏离整数的程度来衡量根据实测频率推算索力值的可靠性。

定义频阶因子

$$p_n = (f_n/n)^2 \quad (8)$$

当各阶频阶因子相似度越高,表明横向刚度影响程度越小,拉索实际振动模型与弦振动模型越吻合。索力测试步骤:a. 通过索力仪实测拉索连续振动时间序列信号;b. 对振动时间序列信号进行频谱分析后获得功率谱图;c. 在功率谱图上获取并确认连续相邻频率值;d. 利用式(7)计算出各频率点的实际阶数,评判计算索力的可靠性;e. 利用式(8)计算各阶频阶因子,评判横向刚度对索力的影响程度;f. 利用式(6)计算出索力值。

### 3 索力检测仪结构与测量电路设计

因素力计算精度受拉索力学模型、频率测试精度的影响。由于拉索振动频率主要集中在低频段,设计时选用具有低频特性好、灵敏度高、结构简单的 MEMS 重力式压阻加速度传感器作为振动测量的敏感元件,其内部测量电路可等效为惠斯登电桥。

为提高测量系统抗干扰能力,将 MEMS 加速度传感器、测量放大电路、无线传输模块、锂电池及充电保护电路,一并安装在同一个火柴盒大小的工程塑料制成的测量盒内,其结构设计图见图 1。MEMS 加速度传感器直接焊接在测量电路板上,电

路板通过专用弹性块与机壳固定,专用弹性块实现低通机械滤波功能,过滤频率 100 Hz 以上的噪音信号。为适应整座桥上拉索与水平面夹角变化对测量灵敏度的影响,将 MEMS 传感器敏感主轴与机箱面设计成一定的角度。用工程塑料作为机壳目的是将贴片天线贴在盒内表面,这样既方便使用又不影响传输信号质量。为适应在不同直径拉索上方便安装,在测量盒外专门设计一楔口槽,可使用刚性或柔性方式与拉索永久或临时固定,需要临时固定时直接使用弹性绑带。

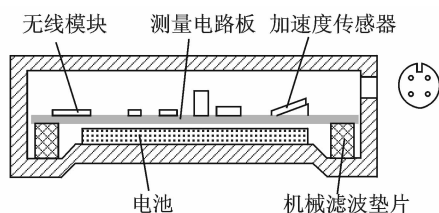


图1 索力测量仪结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of cable tester

为保证传感器低频特性,选用片内集成了软件可编程的直流偏置电路、1~64倍放大电路、采集速度达 100 kHz 的 12 位 A/D 转换电路、4K 容量数据存储器和串行通讯接口的单片机芯片。测量电路采用直流方式对传感器电桥供电,模拟信号经低通滤波后,进入单片机片内直流偏置可自动调整的放大电路,由 12 位 A/D 采集电路转化为数据信号,并保存在片内 RAM 中。将传感器的供电电源作为 12 位 A/D 采集电路的参考电压输入,通过比例测量来降低电源电压波动对测量精度影响<sup>[8]</sup>。基于实际拉索振动信号频率小于 100 Hz,使用软件实现信号过采样平均技术将片内 12 位 A/D 转换精度提升到 20 位,信噪比从 75 dB 提高到 140 dB。运用软件统计平均技术过滤振动信号中直流分量,提高信号功率谱分析精度。利用单片机片内集成串行口,通过无线通讯接口与外部实现双向通讯。测量电路原理图见图 2。为满足多根拉索同时检测需求,测量盒设计了广播接收、查询输出传输协议,采集数据先保存在测量仪 SRAM 中,等待主机读取,实现在分布式结构中各拉索振动信号的同步测量。

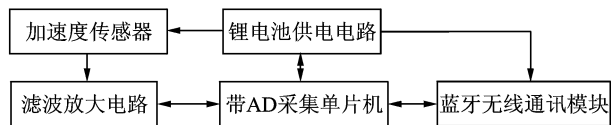


图2 测量电路原理框图

Fig. 2 Block diagram of the measurement circuit

### 4 应用实例

通过自行研制索力检测仪(图 3),在上海黄浦江上

的三座斜拉桥索力检测应用多年,运行良好。图 4 为 1 根典型长索,分析数据见表 1。表 1 中索长为 178.33 m,索重为  $58.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ ,设计索力为 3 578 kN,实测索力为 3 543 kN,误差为  $-0.98\%$ 。图 5 为 1 根典型短索的实测曲线,分析数据见表 2。表 2 中索长为 61.88 m,索重为  $58.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ ,设计索力为 1 532kN,实测索力为 1 506 kN,误差为  $-1.70\%$ 。

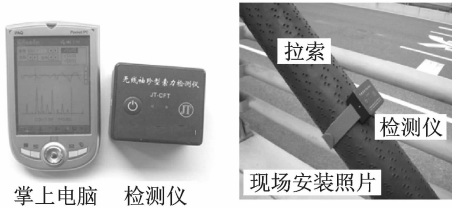


图 3 索力检测仪

Fig. 3 Photo of tester

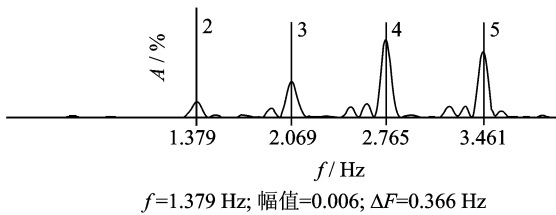


图 4 EBD18(长索)实测曲线

Fig. 4 EBD18(long cable)measured curve

表 1 EBD18(长索)分析结果

Tab. 1 EBD18 (long cable) analysis results

理论阶数	实测频率/Hz	计算阶数	频阶因子	索力测值/kN	实测偏差/%
2	1.379	2.00	0.475 4	3 548	0.28
3	2.069	2.97	0.475 6	3 530	
4	2.765	3.97	0.477 8	355 0	
5	3.461	4.98	0.479 1	354 4	

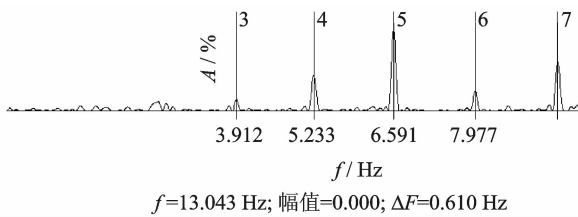


图 5 EBU2(短索)实测曲线

Fig. 5 EBU2(short cable)measured curve

表 2 EBU2(短索)分析结果

Tab. 2 EBU2 (short cable) analysis results

理论阶数	实测频率/Hz	计算阶数	频阶因子	索力测值/kN	实测偏差/%
3	3.912	2.97	1.700 4	151 7	1.33
4	5.233	3.95	1.711 5	149 7	
5	6.591	4.97	1.737 6	150 1	
6	7.977	5.96	1.767 6	150 8	

根据表中检测数据的分析、对比与验证表明:a. 利用功率谱图上的各频率点,用式(7)判断并确定频

率点所对应的阶数是有效的;b.长索振动模型与弦比较吻合,其各阶频阶因子较接近,横向刚度影响可忽略;c.短索各阶频阶因子有较大差异,横向刚度影响不可忽略;d.当用式(6)计算索力时,不需要事先知道与拉索横向刚度相关的材料参数数据;e.当各阶频率值所对应的阶数确定后,根据各频率值用式(6)计算出的索力偏差在 2% 范围内;f.迭代计算获得的计算阶数、频阶因子可用作评价索力计算结果的可靠性。

## 5 结束语

将振动传感器、测量仪、无线模块及电池均集成在火柴盒大小测量盒内,测量盒与主机结构分离、无线连接,仪器小巧玲珑,携带、操作与维护方便。导出的实测振动频率推算索力及频率点对应振动阶数的计算公式,采用功率谱上实测相邻 3 个以上频率值,自动确定各频率点所对应的实际阶数,为计算索力选出有效合理的各阶频率值。引入计算阶数、频阶因子概念,直观、方便评判实际力学模型与计算模型的偏离程度,降低实际应用中索力测量结果的可靠性与合理性评价的技术难度。

## 参 考 文 献

- [1] Irvine H M. Cable structures[M]. Cambridge: The MIT Press, 1981:48-114.
- [2] Thomson W T. Theory of Vibration with Applications [M]. New Jersey: Prentice Hall,1997:176-205.
- [3] Byeong H K, Taehyo P, Hyunyang S. A comparison study of tension estimation the methods for cable supported bridges[J]. Steel Structures, 2007,7(1):77-84.
- [4] Byeong H K, Taehyo P. Estimation of Cable tension force using the frequency-based system identification method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007,304(3):660-676.
- [5] 梁昆森. 数学物理方法[M]. 北京:高等教育出版社, 2010:180-223.
- [6] 汪凤泉. 试验振动分析[M]. 南京:江苏科学技术出版社,1988:70-142.
- [7] Candy J V. Signal Processing [M]. New York: McGraw-Hill, 1985:30-80.
- [8] 康华光. 电子技术基础[M]. 北京:高等教育出版社, 2008:37-78.



**第一作者简介:**查利权,男,1962年9月生,博士、高级工程师。主要研究方向为工程结构健康监测与评估、智能化测试技术。曾发表《振动时效效果的振动评价》《《振动工程学报》1991年第4卷第2期)等论文。  
E-mail: zliquan-cn@sina.com

