

运营条件下异型拱桥的模态参数识别*

谢 旭¹, 吴冬雁¹, 张 鹤¹, 孙良凤²

(1. 浙江大学土木工程系 杭州, 310058) (2. 浙江大学建筑设计研究院市政交通分院 杭州, 310058)

摘要 以一复杂的异型钢管混凝土拱桥为对象, 根据运营期间车辆交通荷载引起的余振实测结果, 用小波变换 (wavelet transform, 简称 WT) 和特征系统实现法 (eigensystem realization algorithm, 简称 ERA) 两种方法对结构模态参数识别结果进行了对比, 讨论了两种方法在复杂结构体系模态参数识别中的适用性。进一步以 ERA 识别方法为对象, 比较了记录波除噪及不同记录波对参数识别结果的影响。结果表明: WT 方法以及 ERA 方法得到的结构模态参数识别结果基本一致, 两种方法相互校核可剔除噪声模态, 获得真实的结构模态信息; 除噪对基于余振衰减波的模态参数识别精度提高意义不大, 不同记录波的对比识别可剔除单波随机噪声的影响, 提高识别结果的可靠性。

关键词 运营条件; 模态参数识别; 特征系统实现法; 小波变换

中图分类号 U448.27; TH113

引 言

结构模态参数是反映桥梁力学性能的一个重要参考指标, 常作为工程结构质量检验和结构状态判断的依据之一。因此, 提高结构振动特性的识别精度对桥梁结构安全性评价具有重要的意义。近年来, 结构健康监测技术研究推动振动信号分析方法的迅速发展, 提出了不少运营条件下的模态参数识别方法^[1-2]。在已有的模态参数识别方法中, 根据结构脉动或者自由衰减振动信号识别模态参数的方法由于试验费用低和测试方便, 是桥梁振动特性测试的一个主要方法, 不少学者曾用随机子空间法、ERA 和 WT 等方法尝试了桥梁结构振动特性的识别^[3-5]。

与梁式桥梁相比, 异型桥梁的结构较复杂, 从有限测点的振动响应分析结构的模态参数相对较难, 在实桥中各种方法的适用性有待于实测资料的积累。

笔者以一座结构复杂的异型钢管混凝土拱桥为对象, 利用 ERA 法和 WT 法从运营条件下结构交通余振响应识别桥梁结构的模态参数, 探讨两种方法在复杂结构中参数识别的有效性, 进一步比较分析了波形除噪及不同记录波对识别结果的影响, 结果为复杂桥梁的模态参数测试和分析提供了参考。

1 结构概况及理论振型

图 1 为宁波院士桥的纵断面图和横断面图。桥梁总长为 91.62m, 主桥采用跨径为 84m 的下承式异型拱桥, 桥宽为 50.0m。拱肋采用二次抛物线形, 高拱为钢管, 矢跨比为 1/2.44; 矮拱为钢管混凝土, 矢跨比为 1/7。拱肋与系梁、端中横梁及吊杆连结成一个内部超静定、外部静定的结构体系。

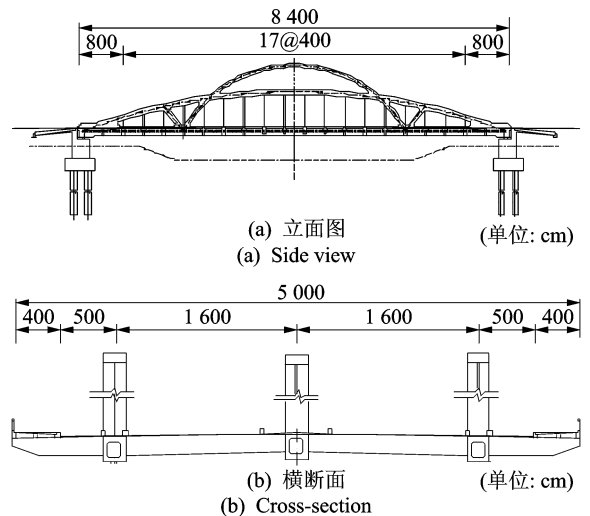

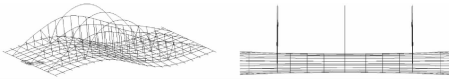
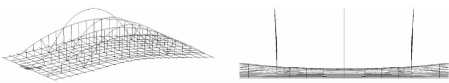



图 1 宁波院士桥的立面和横断面图
Fig. 1 Side view and cross-section of Ningbo Yuanshi Bridge

* 国家自然科学基金资助项目(50778160)
收稿日期: 2012-07-29; 修回日期: 2013-11-26

表1为用有限元方法计算得到的几个主要振型和对应的自振频率。结果显示,由于拱肋的侧向变形刚度较小,是最先出现的一个振型,且振动形式较复杂。

表1 理论振型计算结果
Tab.1 Theoretical modes of bridge

阶数	振型频率及模态
1	 <p>拱肋侧向振动模态: $f=1.348$ Hz</p>
2	 <p>桥面反对称挠曲振动模态: $f=1.587$ Hz</p>
3	 <p>桥面对称挠曲振动模态: $f=1.927$ Hz</p>
4	 <p>桥面扭转振动模态: $f=2.328$ Hz</p>

2 结构振动测试

为了检测本桥梁结构状态,对桥梁的振动特性进行了一系列运营条件下的实测和分析。用车辆过桥后的余振信号作为结构自由衰减振动,根据自由衰减振动分析结构的模态参数。

测点布置如图2所示。图中测点A,B,C布置在3个拱肋的顶部,测量水平横桥向加速度响应;测点D,E,F分别位于边系梁的跨中及1/4跨位置,测量竖向加速度响应。采样频率为200 Hz。图3为车辆通过桥梁后测试得到的振动响应实例,从图3结果可以看到,桥面上的自由衰减振动响应比较单一,而拱肋受到多个振动频率的共同影响,振动形态较为复杂。

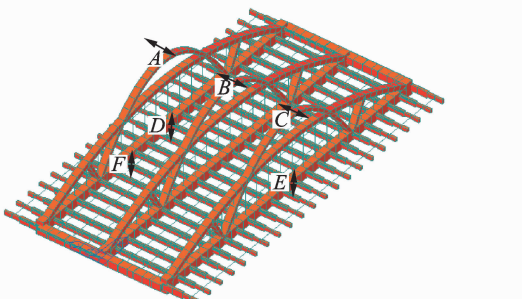


图2 自由振动测点的布置

Fig.2 Location of measure points of ambient vibration

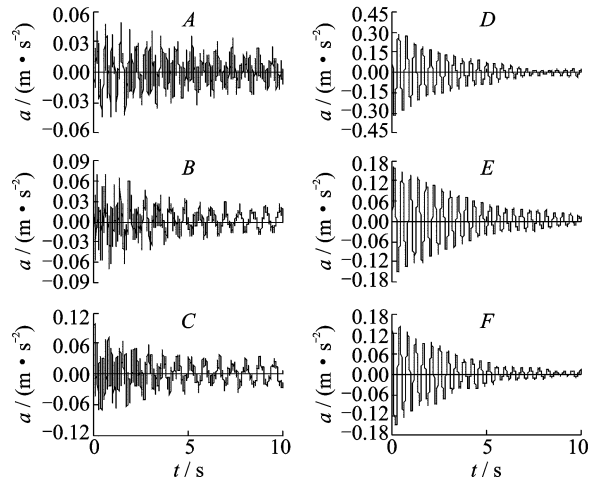


图3 车辆通过后的测点自由衰减振动响应

Fig.3 Free decay vibration response after vehicle passing

3 模态参数识别方法

3.1 特征系统实现法

特征系统实现法^[6-7]是通过构造广义 Hankel 矩阵 $H_{rs}(k)$,利用矩阵奇异值分解技术得到系统的最小实现,根据最小阶数的系统矩阵识别系统模态参数,是目前较为有效的一种模态参数识别方法。

Hankel 矩阵 $H_{rs}(k)$ 定义为

$$H_{rs}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) & \mathbf{y}(k+1) & \cdots & \mathbf{y}(k+s-1) \\ \mathbf{y}(k+1) & \mathbf{y}(k+2) & \cdots & \mathbf{y}(k+s) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{y}(k+r-1) & \mathbf{y}(k+r) & \cdots & \mathbf{y}(k+r+s-2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{y}(k)$ 为各测点在时间步 k 的输出向量。

对 $H_{rs}(0)$ 进行奇异值分解,得到

$$H_{rs}(0) = PDQ^T \quad (2)$$

其中: D 为按奇异值大小排列的对角矩阵; P, Q 分别为左、右正交矩阵。

通过一系列变换,得到如下结果

$$\begin{cases} C = E_p^T P D^{\frac{1}{2}} \\ A = D^{-\frac{1}{2}} P H_{rs}(1) Q D^{-\frac{1}{2}} \\ \mathbf{x}(0) = D^{\frac{1}{2}} Q^T E_m \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\mathbf{x}(0)$ 为状态向量的初始值; A 为状态矩阵; C 为观测矩阵; $E_p^T = [I_p \ 0_p \ \cdots \ 0_p]$; $E_m^T = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]$ 。

结构在观测点上的特征向量如下

$$\Phi = C\Psi = E_p^T P D^{\frac{1}{2}} \Psi \quad (4)$$

振型的初始振幅 $q(0)$ 为

$$q(0) = \Psi^{-1} x(0) = \Psi^{-1} D^{\frac{1}{2}} Q^T E_m \quad (5)$$

3.2 小波变换法

小波变换方法作为振动信号处理方法,可以从振动响应中提取局部的时间-频率信息,是一种较强的非平稳信号分析方法。该算法自问世以来在结构振动信号分析、除噪、损伤识别、模态参数识别等多个领域得到应用^[8-10]。

时间序列 $f(t)$ 的小波变换定义为

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\psi}_{a,b} \left(\frac{t-b}{a} \right) f(t) dt \quad (\psi \in L^2(R)) \quad (6)$$

其中: $\bar{\psi}_{a,b}(t)$ 为 $\psi_{a,b}(t)$ 的共轭复数; $\psi(t)$ 为小波基函数; $W(a,b)$ 为小波变换系数; a 为尺度参数; b 平移参数,分别用来描述振动频率和时间信息。

采用著名的 Morlet 小波作为基函数,根据 Ruzzeno 等^[11]利用 Morlet 小波从时间序列 $f(t)$ 识别模态阻尼和相位特性的方法,实现模态参数识别的功能。这种识别方法假定正交阻尼理论成立,测点 r 的自由振动 $f_r(t)$ 可以表示为

$$f_r(t) = \sum_{j=1}^n X_j e^{-\xi_j \omega_j t} \cos(\omega_{dj} t + \varphi_j) \quad (7)$$

其中: X_j, ξ_j 为 j 振型的振幅和阻尼比; ω_j, ω_{dj} 为 j 振型无阻尼及有阻尼时的圆频率。

由于小波变换属于线性变换,叠加原理成立,对式(7)进行小波变换,并且最终得到测点振幅衰减及相位的变化过程如下

$$\begin{cases} X_j e^{-\xi_j \omega_j t} = \frac{2\pi |W(a_j, b)|}{\sqrt{a_j}} \\ \omega_{dj} t + \varphi_j = \arctan \frac{\text{Im}[W(a_j, b)]}{\text{Re}[W(a_j, b)]} \end{cases} \quad (8)$$

其中: $W(a_j, b) = \frac{\sqrt{a_j}}{2\pi} X_j e^{-\xi_j \omega_j t} e^{i\omega_{dj} b}$; $a_j = \frac{\omega_j}{\omega_{dj}}$ 。

4 桥梁模态参数识别结果及分析

4.1 结构模态参数识别结果

利用 WT 法及 ERA 法对结构的响应进行分析,比较分析这些方法在实际复杂结构模态参数(包括模态频率、阻尼比、模态振型)识别中的适用性。

在 ERA 法中,设定 Hankel 矩阵 $H_{rs}(0)$ 大小为 1 800(行) \times 350(列),采用 10~20 阶计算。由于测量数据中含有噪声,导致计算结果包含噪声模态。

这里采用 Juang 等^[6]提出的模态幅值相干系数 MAC,取 MAC 超过 95% 且在各阶中均比较稳定出现的结果作为系统模态,否则为噪声模态,剔除识别结果。

4.1.1 模态频率识别

图 4 为 ERA 法采用不同阶数得到的频率结果及傅里叶变换(FT)得到的频谱图,表 2 为前 4 阶振动卓越频率。由图表可知:a. 由 3 种识别方法得到的结构频率在 1.3, 2.3 和 6.6 Hz 附近都出现了卓越振动,且频率结果较相近,表明这 3 种方法在模态频率识别中都有较好的适用性,其中前 2 个频率在理论模态中均出现对应模态,而 6.6 Hz 在理论计算中未出现对应模态;b. 与 WT 法和 FT 相比,ERA 法比其他两种方法多得到了频率为 2.177 Hz 的识别结果;c. 3 种识别方法均没有得到与理论第 2 阶频率相近的模态频率。

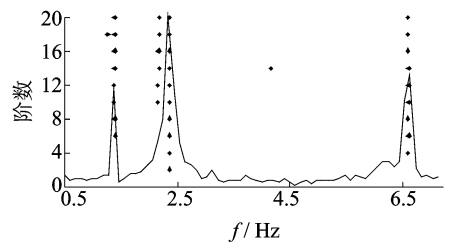


图 4 ERA 稳定图及 FT 频谱图

Fig. 4 modal frequency from ERA and FT

表 2 不同方法得到的振型频率比较

Tab. 2 Comparison of frequencies with different methods

阶数	方法			
	理论	FT	WT	ERA
模态 1	1.348	1.367	1.387	1.377
模态 2	1.587	—	—	—
模态 3	1.927	—	—	2.177
模态 4	2.328	2.344	2.333	2.357
模态 5	—	6.641	6.598	6.610

4.1.2 模态阻尼比识别

图 5 为 ERA 法和 WT 法计算得到的各阶模态阻尼比,其中 WT 法的阻尼比通过拟合衰减曲线获得,图中给出了 $f=1.367$ Hz 对应 B, C 测点和 $f=2.344$ Hz 对应 A, B, C 测点的衰减曲线拟合结果。由图可得:a. ERA 法中,第 1, 4, 5 阶阻尼比随阶数变化较小,分别为 0.35%, 1.7% 和 0.58%, 而第 3 阶阻尼比随计算阶数改变而发生变化,范围在 1.4%~2%; b. WT 中,两个振型的阻尼比平均值为 0.52%(第 1 阶)和 1.99%(第 4 阶),与 ERA 法获得的值较相近,说明这两种方法的阻尼比识别的效

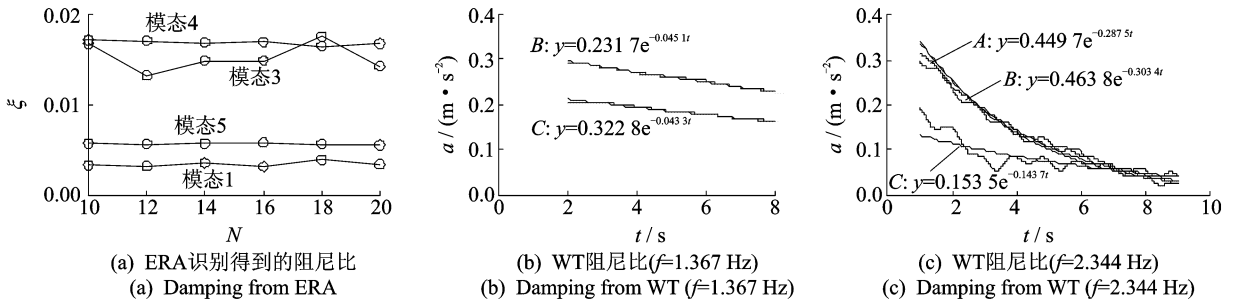


图5 ERA法和WT识别模态阻尼比

Fig. 5 Identification of modal damping from WT and ERA

果基本相同,但WT方法在某些模态中因测点之间的阻尼比结果有一定差异,使得阻尼比识别结果存在一定范围变动。

4.1.3 模态振型识别

图6所示为ERA识别到的测点初相位、振幅随阶数变化图,由图可见:a.振幅比较小的测点,初相位变化比较大,而振幅比较大的测点初相位比较稳定;b. f=1.375 Hz模态振动以拱肋为主,且测点A和C相位一致,对照表1,可判断Mode 1为拱肋侧向振型;c. ERA法没有得到与 f=1.587 Hz对应的第2阶振型,这是由于此振型在跨中处没有振动,因而跨中测点无效,而1/4处测点偏少;d. f=2.177 Hz模态主要是桥面振动,测点D的振幅比F大,且测点D和E相位一致,判断为桥面对称挠曲振型,对应表1中的Mode 3,但实测频率与理论频率有一定的差异;e. f=2.356 Hz模态主要是桥面振动,测点E相位与D和F相反,判断为桥面扭转振型,对应表1中的Mode 4;f. f=6.608 Hz模态主要是拱肋振动,测点A振幅很小,测点B和C之间存在一定的相位差,没有与理论模型对应的振型。

图7为利用WT法得到的A~E测点相位随时间变化过程,横轴为时间,纵轴为相位角。由图可得:a. f=1.367 Hz模态中,A和C测点振动接近于同相位,与B测点反相位,桥面上的测点D,E,F均没有出现这个频率的卓越振动,表明其对应拱肋侧向振动模态,与ERA识别结果一致;b. f=2.344 Hz模态中,在D~F测点的振动较卓越,主要为桥面振动,且测点D和E为反相位振动,D和F为同相位振动,通过与理论模型对比,对应的振型为桥面扭转振动,与ERA识别结果一致;c. WT法识别出了两个振型模态,且与ERA法模态识别结果相一致,因此它可与ERA法相互验证,剔除ERA法中的噪声模态,以保证识别的准确性。

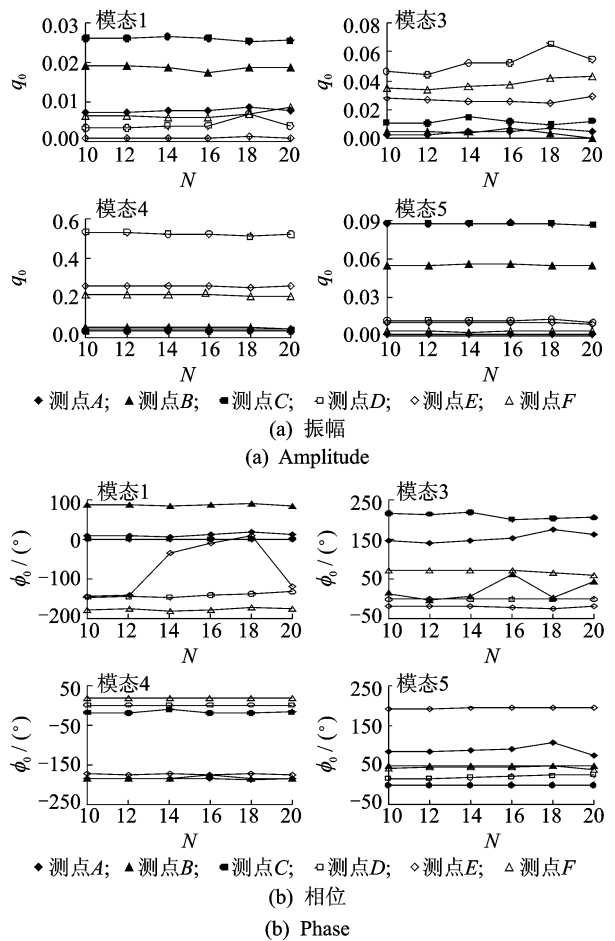


图6 ERA法得到的前4阶模态振型

Fig. 6 First four modal shapes from ERA method

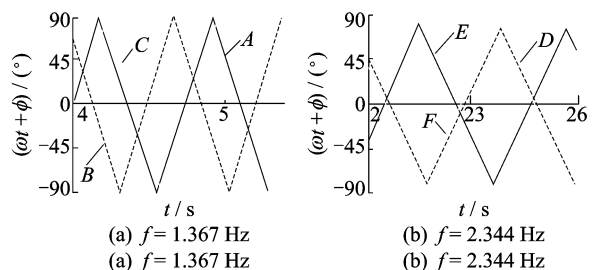


图7 WT中测点相位变化图

Fig. 7 Identification of mode phase from wavelet transformation

4.2 振动信号对模式参数识别的影响

由于实测结果具有一定的偶然性,且实测信号受到环境噪声信号的影响,会对模式参数识别结果造成一定的影响。

为了比较信号质量、数量对识别结果的影响,笔者进一步对信号去噪和用不同记录波进行识别。由于 ERA 与小波识别结果相近,故后面均基于 ERA 法识别结果对比分析。

4.2.1 小波除噪对模式参数识别结果的影响

由于真实信号一般以低频信号为主,而噪声存在于高频信号中,小波除噪通过对含有噪声的信号进行小波分解,对分解得到的系数进行阈值处理,除去或减少噪声的影响,再用处理后的系数进行小波重构从而达到去噪目的,具体原理及步骤参见文献 [12-13]。笔者采用正交小波变换方法对采集得到的信号进行除噪,对比除噪前后的模式参数识别结果,以研究除噪对识别结果的影响。

图 8 为测点 A 用 Daubechies 8 小波 3 层、5 层分解进行除噪的前后波形对比,阈值根据 Matlab 中的 Rigrsure 类型得到,是基于 Stein 的无偏/似然估计原理的自适应阈值。表 3 为除噪前后模式频率及阻尼比识别结果比较,由图表可知:a. 除噪使波形变得较平顺,即除噪能除去波形的高频成分,层数越多,效果越明显;b. 3 层除噪对前 4 阶的模式参数影响都较小,可能由于余振衰减波含噪声成分较低,故除噪对车辆过后的余振衰减波意义不大;c. 5 层除噪对频率较高的模式有影响,除噪后 $f=6.608\text{ Hz}$ 模式消失,但对低阶频率影响不大;d. 提高分解层数对低阶模式参数无影响,但会影响高阶模式,在实际应用中,根据频率需要范围,适当除噪,避免因过度除噪而失去高阶频率信息。

4.2.2 不同记录波的影响

用 15 条不同时间段的余振记录波进行模式参数识别并进行结果对比分析,以研究不同记录波对

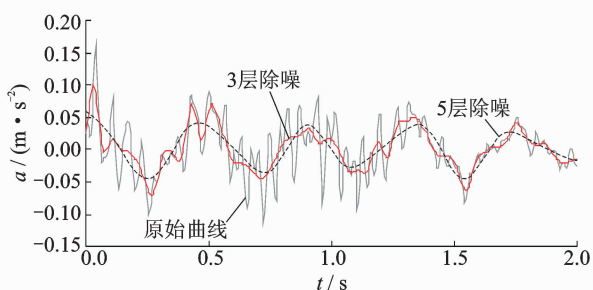


图 8 测点 A 除噪前后的余振波比较

Fig. 8 Vibration response on point A before and after filter

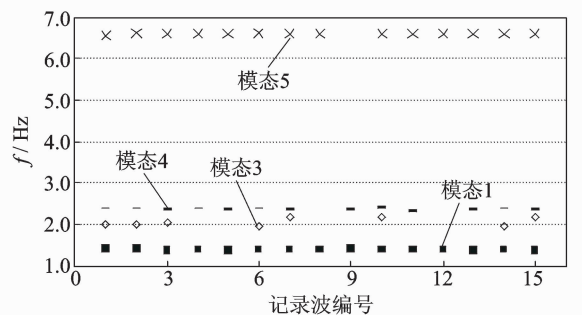
表 3 除噪对自振频率和模式阻尼比识别结果的影响
Tab. 3 Damping ratios and frequency before and after filter

波形	参数	模式参数			
		模式 1	模式 3	模式 4	模式 5
原波	f	1.377 Hz	2.177 Hz	2.357 Hz	6.608 Hz
	ξ	0.004 0	0.015 0	0.017 0	0.005 8
3 层除噪	f	1.379 Hz	2.177 Hz	2.358 Hz	6.610 Hz
	ξ	0.003 7	0.016 5	0.016 6	0.005 8
5 层除噪	f	1.382 Hz	2.179 Hz	2.360 Hz	—
	ξ	0.003 4	0.014 7	0.016 5	—

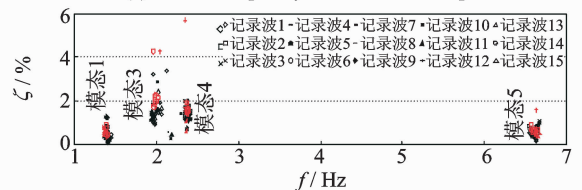
识别结果的影响及识别结果的稳定性,其识别结果对比如图 9 所示。图 9(b)为不同记录波用 ERA 法按 10~20 阶分析得到的阻尼比,即每条记录波不同阶数下各个模式频率分别对应的阻尼比。

由图 9 可知:a. 模式 1,4,5 的频率在不同的余振波中都稳定出现,且变化很小,而模式 3 的振动频率只在部分余振波中得到,并在 1.98~2.17 Hz 之间变化;b. 模式 1,4,5 的振型阻尼比受不同余振波的影响较小,对应的阻尼比在小幅范围内变化,3 个模式对应的阻尼比均值分别为 0.42%,1.64%和 0.6%左右,而模式 3 对应的阻尼比变化范围较大,为 0.96%~2.4%,均值为 1.59%左右。

多段记录波的识别结果比较可剔除试验中偶然因素的影响,确保识别结果的精确性。上述结果表明,结构真实的模式参数在不同记录波中出现比较稳定。



(a) 不同记录波下模式频率
(a) Modal frequency from different responses



(b) 不同记录波下阻尼比
(b) Modal damping from different responses

图 9 不同记录波识别结果对比

Fig. 9 Modal parameter identification from different responses

5 结论

1) 小波变换、傅里叶变换以及特征系统实现法得到的结构自振频率较一致。在模态阻尼比识别中, WT 法因个别模态中不同测点之间存在一定的离散性,使得识别结果在一个区间内变化,需要通过多种方法对比,得到较精确的识别结果。

2) WT 法与 ERA 法在结构模态振型(相位、振幅)识别结果较一致,可通过两种方法的对比剔除噪声模态,获得结构真实的模态振型。

3) 与自然激励下的结构响应相比,结构在车辆经过后的余振响应含噪声相对较小,除噪对模态参数识别的意义不大,并且当分解层数过大时,结构会因为过度除噪而失去高阶频率信息。

4) 多段记录波的识别结果比较可剔除单波的偶然因素影响,提高识别结果的可靠性。

5) 本次测试由于传感器数量偏少,个别模态没有得到识别,今后应通过增加传感器的数量来识别得到更全面的模态信息及提高复杂桥梁模态参数识别精度。

参 考 文 献

- [1] Vu V H, Thomas M, Lafleur F, et al. Towards an automatic spectral and modal identification from operational modal analysis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(1): 213-227.
- [2] 吴子燕, 易文迪, 赵宇. 交通荷载作用下桥梁结构参数识别方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2009, 29(4): 383-387.
Wu Ziyang, Yi Wendi, Zhao Yu. Structural parameter identification of bridge excited by traffic loads [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2009, 29(4): 383-387. (in Chinese)
- [3] 韩建刚, 徐晓霞, 任伟新. 基于运行检测的小波模态参数识别[J]. *土木工程学报*, 2008, 41(6): 27-32.
Han Jiangan, Xu Xiaoxia, Ren Weixin. Wavelet-based modal parameters identification through operational measurements[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2008, 41(6): 27-32. (in Chinese)
- [4] He Xianfei, Moaveni B, Conte J P. et al. System identification of alfred zampa memorial bridge using dynamic field test data [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2009, 135(1): 54-66.
- [5] Brownjohn J M W, Magalhaes F, Caetano E, et al. Ambient vibration re-testing and operational modal analysis of the Humber Bridge [J]. *Engineering Structures*, 2010, 32(8): 2003-2018.

- [6] Juang J N, Pappa R S. An Eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and modal reduction[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1985, 8(5): 620-627.
- [7] 曹树谦, 张文德, 萧龙翔. 振动结构模态分析[M]. 天津: 天津大学出版社, 2001: 165-173.
- [8] 郭建, 孙炳南. 基于小波变换的桥梁健康监测多尺度分析[J]. *浙江大学学报: 工学版*, 2005, 39(1): 114-118.
Guo Jian, Sun Bingnan. Multi-scale analysis based on wavelet transform in bridge health monitoring [J]. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science*, 2005, 39(1): 114-118. (in Chinese)
- [9] Ulker-Kaustell M, Karoumi R. Application of the continuous wavelet transform on the free vibrations of a steel-concrete composite railway bridge [J]. *Engineering Structures*, 2011, 33(3): 911-919.
- [10] Hester D, Gonzalez A. A wavelet-based damage detection algorithm based on bridge acceleration response to a vehicle[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 28(SI): 145-166.
- [11] Ruzzene M, Fasana A, Garialdi L, et al. Natural frequencies and damping identification using wavelet transform application to real data[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1997, 11(2): 207-218.
- [12] 汤宝平, 何启源, 蒋恒恒, 等. 利用小波去噪和 HHT 的模态参数识别[J]. *振动、测试与诊断*, 2009, 29(2): 197-200.
Tang Baoping, He Qiyuan, Jiang Hengheng, et al. Modal parameter identification based on hilbert huang transform and wavelet de-noising [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2009, 29(2): 197-200. (in Chinese)
- [13] 林贵斌, 陆秋海, 郭铁能. 特征系统实现算法的小波去噪方法研究[J]. *工程力学*, 2004, 21(6): 91-96.
Lin Guibin, Lu Qiuhai, Guo Tieneng. A study of de-noising method for eigensystem realization algorithm based on wavelet analysis[J]. *Engineering Mechanics*, 2004, 21(6): 91-96. (in Chinese)



第一作者简介: 谢旭, 男, 1963 年 12 月生, 博士、教授。主要研究方向为桥梁结构振动及抗震等。曾发表《Low-frequency noise radiated from steel multi-box girder bridge by traffic-induced vibration》(《Journal of Vibration and Control》2012, Vol. 18, No. 3) 等论文。
E-mail: xiexu@zju.edu.cn