

DGCMG 框架伺服系统摩擦力矩建模及辨识*

李 红^{1,2}, 杭 影^{1,2}, 韩邦成^{1,2}, 李海涛^{1,2}

(1. 北京航空航天大学惯性技术重点实验室 北京, 100191)

(2. 新型惯性仪表与导航系统技术国防重点学科实验室 北京, 100191)

摘要 为了减小强陀螺效应条件下双框架控制力矩陀螺(double gimbal control moment gyroscope,简称 DGCMG)框架伺服系统的非线性摩擦力矩对框架伺服系统控制精度的影响,提出了一种对 DGCMG 框架伺服系统非线性摩擦力矩精确建模和辨识的方法。分析了 DGCMG 框架伺服系统的动力学方程,在研究内、外框架摩擦力矩随内外框架角速度和陀螺力矩变化规律的基础上,建立了内、外框架摩擦力矩精确的数学模型,并用控制力矩陀螺的实际参数和实验采集数据对摩擦力矩模型参数进行了遗忘因子递推最小二乘法辨识。实验结果验证了所建模型的正确性和辨识结果的准确性,有助于补偿 DGCMG 框架伺服系统的非线性摩擦力矩,提高框架伺服系统的控制精度。

关键词 双框架控制力矩陀螺; 框架伺服系统; 摩擦模型; 参数辨识; 遗忘因子递推最小二乘法

中图分类号 TP275; V448; TH132

引 言

控制力矩陀螺(control moment gyroscope,简称 CMG)具有控制精度高、输出力矩大、寿命长、动态性能好等优点,是大型航天器和敏捷机动航天器实现姿态控制的首选执行机构^[1]。相比于单框架控制力矩陀螺(single gimbal control moment gyroscope,简称 SGCMG),DGCMG 可以提供两个自由度的力矩输出,可有效降低姿态控制系统的功耗、体积和重量,具有更高的综合效益^[2],因而 DGCMG 成为大型航天器和敏捷机动航天器实现高精度、长寿命和快速机动姿态控制的有效解决途径。

影响 DGCMG 输出力矩精度的一个关键因素是框架伺服系统的控制精度^[3],而影响框架伺服系统的控制精度的一个重要因素是框架伺服系统的摩擦力矩,要实现 DGCMG 框架伺服系统的高精度控制,需要对框架伺服系统的摩擦力矩进行补偿。基于摩擦补偿方法的关键是建立精确的摩擦力矩模型,因此研究 DGCMG 框架伺服系统的摩擦力矩模型是提高框架伺服系统控制精度的一种有效手段。

国内外已有学者做过对控制力矩陀螺框架伺服系统动力学建模和摩擦力矩建模方面的研究。文献[4]分析了框架摩擦对框架伺服系统的影响,建立了

摩擦模型,但是其摩擦模型过于简单,不能最大限度地反映系统的实际情况。文献[5]对 SGCMG 进行了详细动力学分析,建立了框架伺服系统动力学模型,其中考虑了动静不平衡干扰力矩以及摩擦力矩,摩擦力矩是根据实验数据利用 LuGre 模型进行较为精确的拟合得到的。文献[6]对单框架磁悬浮控制力矩陀螺(single gimbal magnetically suspended control moment gyroscope,简称 SGMSCMG)框架伺服系统进行了动力学研究,分析了摩擦力矩随陀螺输出力矩和框架角位置的变化机理和变化规律,并据此建立了 SGMSCMG 框架伺服系统的非线性摩擦力矩模型和非线性动力学模型。文献[7]考虑到滚动轴承的摩擦力,利用 Palmgreen 提出的经验公式建立了 SGCMG 框架伺服系统的非线性摩擦力矩模型,针对此摩擦模型,采用了基于小脑神经网络的摩擦补偿方式进行补偿。以上对框架伺服系统动力学建模和摩擦力矩建模方面的研究对象都是 SGCMG,而 DGCMG 框架伺服系统内外框架之间强耦合力矩的存在,使得它的非线性摩擦模型较 SGCMG 框架伺服系统的非线性摩擦模型更加复杂,因此以上建模方法不能直接应用到 DGCMG 上,需要提出新的摩擦力矩建模和辨识方法。

传统辨识方法以最小二乘法^[8]为代表,新型辨识方法中比较常用的是基于模糊逻辑的系统辨识方

* 国家自然科学基金资助项目(61203112)

收稿日期:2013-03-13;修回日期:2013-06-03

法和基于遗传算法的系统辨识方法^[9]。笔者在分析 DGCMG 框架伺服系统动力学方程的基础上,建立了内外框架摩擦力矩精确的数学模型,并结合所建框架伺服系统的非线性摩擦模型中需要辨识参数的特点,采用了遗忘因子递推最小二乘法辨识摩擦模型中的参数^[10],最后通过实验验证了所建摩擦模型的正确性和辨识方法的有效性,说明所提出的非线性摩擦力矩建模和辨识方法适用于 DGCMG 框架伺服系统。

1 DGCMG 框架伺服系统非线性摩擦力矩建模

1.1 坐标系定义

DGCMG 主要由基座、外框架系统、内框架系统(陀螺房)等组成,如图 1 所示。

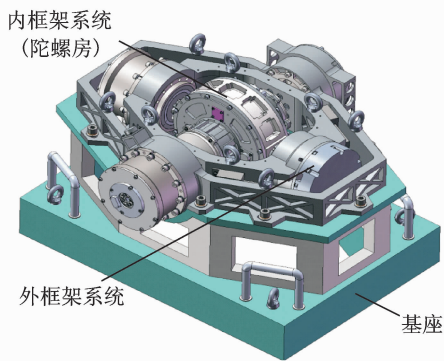


图 1 DGCMG 结构

Fig. 1 The structure of DGCMG

DGCMG 的坐标系定义如图 2 所示。 $Ox_i y_i z_i$ 为惯性坐标系。 $Ox_a y_a z_a$ 为外框架坐标系, Ox_a 与外框轴重合,外框轴的转动角速率为 $\dot{\alpha}$ 。 $Ox_b y_b z_b$ 为内框架坐标系, Oy_b 与内框轴重合, Oz_b 与转子的自转轴重合,内框轴的转动角速率为 $\dot{\beta}$,自转轴的角速率为 Ω 。3 个坐标系之间的转换矩阵^[11]为

$$\mathbf{C}_i^a = R_{x_i}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{C}_a^b = R_{y_a}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中: \mathbf{C}_i^a 为惯性坐标系到外框架坐标系的转换矩阵; \mathbf{C}_a^b 为外框架坐标系到内框架坐标系的转换矩阵。

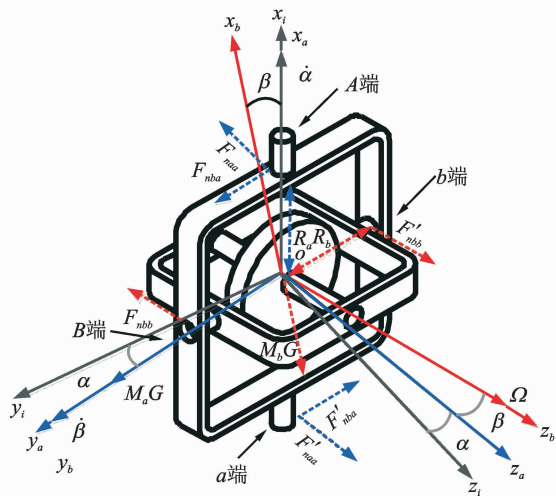


图 2 各坐标系定义

Fig. 2 The definition of each coordinate system

1.2 框架伺服系统的动力学方程

运用欧拉动力学方程推导 DGCMG 的动力学方程,在陀螺正常工作后,转子高速自转,使得转子动量矩 H 达到较大的量值,再根据小角度线性化进行化简,得出内、外框架组件的动力学方程^[9]为

$$\begin{cases} J_x \ddot{\alpha} + H \dot{\beta} \cos\beta = M_x - T_{fx} \\ J_y \ddot{\beta} - H \dot{\alpha} \cos\beta = M_y - T_{fy} \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} J_x = J_{ax} + J_{bx} \cos^2\beta + J_{bz} \sin^2\beta \\ J_y = J_{by} \end{cases} \quad (4)$$

其中: J_{ax} 为外框架对外框轴的转动惯量; J_{bx} 为陀螺房对内框系 x 轴的转动惯量; J_{by} 为陀螺房对内框轴的转动惯量; J_{bz} 为陀螺房对转子轴的转动惯量; M_x 和 M_y 分别为内外框架电机的输出力矩, $M_y = K_{Ty} I_y$, $M_x = K_{Tx} I_x$, K_{Ty} 和 K_{Tx} 分别为内外框架力矩电机的力矩系数, I_y 和 I_x 分别为内外框架电机绕组电流; T_{fx} 为作用在外框架转动轴的摩擦力矩; T_{fy} 为作用在内框架转动轴的摩擦力矩; $H \dot{\beta} \cos\beta$ 为内框架转动产生的耦合力矩在外框架坐标系中的投影表达式; $H \dot{\alpha} \cos\beta$ 为外框架转动产生的耦合力矩在内框架坐标系中的投影表达式。

1.3 框架伺服系统非线性摩擦力矩建模

当高速转子的转动惯量为 J_z ,以转速 Ω 高速旋转时,转子的角动量为 $\mathbf{H} = J_z \boldsymbol{\Omega}$ 。当框架以转速 ω 转动时,会产生陀螺效应,控制力矩陀螺对外输出陀螺力矩 $\mathbf{M}_G = \mathbf{H} \times \boldsymbol{\omega}$,框架转动所产生的陀螺力矩最

终会传递给框架,在框架轴承两端产生压力 F_n 和 F'_n ,两者大小相等,方向相反,如式(5)所示

$$F_n R + F'_n R = M_G \quad (5)$$

其中: R 为框架支撑点到陀螺房中心的距离。

由式(5)可进一步得到式(6)

$$F_n = F'_n = \frac{M_G}{2R} \quad (6)$$

由内框架转动产生的陀螺力矩为 $\mathbf{M}_{IG} = \mathbf{H} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}$,方向沿 Ox_b 轴的负向;由外框架转动产生的陀螺力矩为 $\mathbf{M}_{aG} = (\mathbf{H} \cos \beta) \times \dot{\boldsymbol{\alpha}}$,方向沿内框轴 Oy_b 轴的正向,如图2所示。内外框架转动所产生的陀螺力矩最终会传递给内外框架,在内外框架轴承产生压力。其中:由内框架转动产生的耦合力矩在内框架 B 和 b 端轴承上产生的压力大小见式(7), B 端 F_{nbb} 方向沿 $-Oz_b$, b 端 F'_{nbb} 方向沿 $+Oz_b$;由内框架转动产生的耦合力矩在外框架 A 和 a 端轴承上产生的压力大小见式(8), A 端 F_{nba} 方向沿 $+Oy_a$, a 端 F'_{nba} 方向沿 $-Oy_a$;由外框架转动产生的耦合力矩在外框架 A 和 a 端轴承上产生的压力大小见式(9), A 端 F_{naa} 方向沿 $-Oz_a$, a 端 F'_{naa} 方向沿 $+Oz_a$;由外框架转动产生的耦合力矩在内框架轴承上产生的压力见式(10)。

$$F_{nbb} = F'_{nbb} = \frac{M_{IG}}{2R_b} = \frac{H\dot{\beta}}{2R_b} \quad (7)$$

$$F_{nba} = F'_{nba} = \frac{M_{IG} \sin \beta}{2R_a} = \frac{H\dot{\beta} \sin \beta}{2R_a} \quad (8)$$

$$F_{naa} = F'_{naa} = \frac{M_{aG}}{2R_a} = \frac{H\dot{\alpha} \cos \beta}{2R_a} \quad (9)$$

$$F_{nab} = 0 \quad (10)$$

其中: R_b 为内框架支撑点到陀螺房中心的位置; R_a 为外框架支撑点到陀螺房中心的位置。

当考虑重力 G 时,内、外框架轴承所受合力为重力和耦合力矩产生的压力的合力。结合图1和图2可以看出,在地面进行实验时重力的方向沿着 Oz_i 的正向。内框架系统(含高速转子系统)重力为 G' ,整个框架系统(含高速转子系统)重力为 G , G' 和 G 在内框坐标系和外框坐标系下的投影表达式分别如式(11)、式(12)所示

$$\begin{bmatrix} G_{bx} \\ G_{by} \\ G_{bz} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_a^b \mathbf{C}_i^a \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G' \cos \alpha \sin \beta \\ G' \sin \alpha \\ G' \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} G_{ax} \\ G_{ay} \\ G_{az} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_i^a \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ G \sin \alpha \\ G \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(7)~式(12)可以得到内外框架转动时,内

框架 B 端和 b 端轴承上压力的合力分别如式(13)和式(14)所示,外框架 A 端和 a 端轴承上压力的合力分别如式(15)和式(16)所示

$$F_{nB} = \sqrt{\left(\frac{G'}{2} \cos \alpha \sin \beta\right)^2 + \left(\frac{G'}{2} \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{G'}{2} \cos \alpha \cos \beta - \frac{H\dot{\beta}}{2R_b}\right)^2} \quad (13)$$

$$F_{nB} = \sqrt{\left(\frac{G'}{2} \cos \alpha \sin \beta\right)^2 + \left(\frac{G'}{2} \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{G'}{2} \cos \alpha \cos \beta + \frac{H\dot{\beta}}{2R_b}\right)^2} \quad (14)$$

$$F_{nA} = \sqrt{\left(\frac{G}{2} \sin \alpha + \frac{H\dot{\beta} \sin \beta}{2R_a}\right)^2 + \left(\frac{G}{2} \cos \alpha - \frac{H\dot{\alpha} \cos \beta}{2R_a}\right)^2} \quad (15)$$

$$F_{nA} = \sqrt{\left(\frac{G}{2} \sin \alpha - \frac{H\dot{\beta} \sin \beta}{2R_a}\right)^2 + \left(\frac{G}{2} \cos \alpha + \frac{H\dot{\alpha} \cos \beta}{2R_a}\right)^2} \quad (16)$$

对于框架伺服系统的摩擦力矩模型采用库伦摩擦力加黏性摩擦力的形式,模型^[12]如下

$$T_f = k_f R F_n + f_v \omega \quad (17)$$

其中: k_f 为库伦摩擦因数; R 为摩擦力臂大小; F_n 为法向负载; f_v 为黏性摩擦因数; ω 为转速。

由式(17)得到外框架和内框架轴承的摩擦力矩模型公式分别为

$$T_{fx} = k_{fx} R_a (F_{nA} + F_{na}) + f_{vx} \dot{\alpha} \quad (18)$$

$$T_{fy} = k_{fy} R_b (F_{nB} + F_{nb}) + f_{vy} \dot{\beta} \quad (19)$$

其中: k_{fx} , f_{vx} , R_a , $(F_{nA} + F_{na})$ 和 $\dot{\alpha}$ 分别为外框架轴承摩擦力矩模型的库伦摩擦因数、黏性摩擦因数、摩擦力臂大小、法向负载和转速; k_{fy} , f_{vy} , R_b , $(F_{nB} + F_{nb})$ 和 $\dot{\beta}$ 分别为内框架轴承摩擦力矩模型的库伦摩擦因数、黏性摩擦因数、摩擦力臂大小、法向负载和转速。

由摩擦力矩模型公式可以看出,外框架的摩擦力矩不仅与外框架的角速度、角位置有关,还与内框架的角速度和角位置有关,内框架的摩擦力矩不仅与内框架的角速度、角位置有关,还与外框架的角位置有关。

在摩擦力矩模型公式中,摩擦力臂大小是可知的,角位置值是可测的,角速度值和法向负载值是间接得到的, k_{fx} , k_{fy} , f_{vx} 和 f_{vy} 是需要辨识的系数。

2 框架伺服系统摩擦力矩模型的参数辨识

根据式(3)、式(18)、式(19)得到双框架控制力

矩陀螺框架伺服系统的动力学模型为

$$\begin{cases} J_x \ddot{\alpha} + H\dot{\beta} \cos\beta = K_{Tx} I_x - [k_{fx} R_a (F_{nA} + F_{na}) + f_{vx} \dot{\alpha}] \\ J_y \ddot{\beta} - H\dot{\alpha} \cos\beta = K_{Ty} I_y - [k_{fy} R_b (F_{nB} + F_{nb}) + f_{vy} \dot{\beta}] \end{cases} \quad (20)$$

内外框架力矩电机绕组电流值 I_y, I_x 和角位置值 β, α 可由传感器测得;外框架转动惯量 J_x 可由转动惯量式(4)得到。在转子转速一定的情况下,转子转动惯量为定值,内外框架力矩电机的力矩系数 K_{Ty}, K_{Tx} 为定值,内框架的转动惯量 J_y 为定值。

结合本研究需要辨识参数的特点和实际情况,采用遗忘因子递推最小二乘法对摩擦模型的参数进行辨识。递推最小二乘法的计算公式^[13]为

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k) [z(k) - \phi^T(k) \hat{\theta}(k-1)] \\ K(k) = P(k-1) \phi(k) [\lambda + \phi^T(k) P(k-1) \phi(k)]^{-1} \\ P(k) = \frac{1}{\lambda} [I - K(k) \phi^T(k)] P(k-1) \end{cases} \quad (21)$$

递推算法的基本思想可以概括为:第 k 次的估计值 $\hat{\theta}(k)$ 等于第 $(k-1)$ 次的估计值 $\hat{\theta}(k-1)$ 与修正项之和,新的估计值 $\hat{\theta}(k)$ 是在老的估计值 $\hat{\theta}(k-1)$ 的基础上修正而成,修正值为 $K(k) [z(k) - \phi^T(k) \times \hat{\theta}(k-1)]$ 。在递推计算中只要给定 $P(k)$ 和 $\hat{\theta}(k)$ 的初值 $P(k_0)$ 和 $\hat{\theta}(k_0)$,即可获得 $\theta(k)$ 在任意时刻的最小二乘估计,其中初值 $P(k_0) = \alpha^2 I$ (α 为充分大的实数), $\hat{\theta}(k_0) = \boldsymbol{\varepsilon}$ ($\boldsymbol{\varepsilon}$ 为充分小的实向量), λ 通常不小于 0.9 ^[14]。

为了便于用遗忘因子递推最小二乘法对摩擦模型参数进行辨识,式(20)可写成式(22)所示的形式

$$\begin{cases} [R_a (F_{nA} + F_{na}) \quad \dot{\alpha}] [k_{fx} \quad f_{vx}]^T = K_{Tx} I_x - (J_x \ddot{\alpha} + H\dot{\beta} \cos\beta) \\ [R_b (F_{nB} + F_{nb}) \quad \dot{\beta}] [k_{fy} \quad f_{vy}]^T = K_{Ty} I_y - (J_y \ddot{\beta} - H\dot{\alpha} \cos\beta) \end{cases} \quad (22)$$

并有如下定义

$$\begin{cases} \phi_x(k) = [R_a (F_{nA} + F_{na})(k) \quad \dot{\alpha}(k)]^T \\ \hat{\theta}_x(k) = [k_{fx}(k) \quad f_{vx}(k)]^T \\ z_x(k) = K_{Tx} I_x(k) - [J_x(k) \ddot{\alpha}(k) + H\dot{\beta}(k) \cos\beta(k)] \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \phi_y(k) = [R_b (F_{nB} + F_{nb})(k) \quad \dot{\beta}(k)]^T \\ \hat{\theta}_y(k) = [k_{fy}(k) \quad f_{vy}(k)]^T \\ z_y(k) = K_{Ty} I_y(k) - [J_y \ddot{\beta}(k) - H\dot{\alpha}(k) \cos\beta(k)] \end{cases} \quad (24)$$

其中: $\phi_x(k), \hat{\theta}_x(k), z_x(k)$ 分别为辨识外框架摩擦模型系数所需递推最小二乘计算公式中的量测向量、状态变量和输出值; $\phi_y(k), \hat{\theta}_y(k), z_y(k)$ 为辨识内框

架摩擦模型系数所需递推最小二乘计算公式中的量测向量、状态变量和输出值。

将式(23)、式(24)带入式(21),可以分别得到辨识内外框架电机摩擦力矩模型参数所需的递推最小二乘法计算公式,设定好初始值 $P(k_0), \hat{\theta}(k_0)$ 和 λ ,并根据采集到的不同时刻的内外框架力矩电机的绕组电流值和角位置值得到对应时刻的 $\phi_x(k), z_x(k), \phi_y(k)$ 和 $z_y(k)$ 后,可以得到 $\hat{\theta}_x(k)$ 和 $\hat{\theta}_y(k)$ 的值,即可辨识出内外框架的摩擦因数 k_{fx}, f_{vx}, k_{fy} 和 f_{vy} 。

3 实验验证

实验对象为 50Nms 的 DGCMG,实验系统的控制器采用 DSP+FPGA 的形式,输入通道有 5 路:内框架的角位置值、外框架的角位置值、霍尔电流传感器的值、内框架电机的绕组电流值和外框架电机的绕组电流值。前 3 个输入通道接在控制板上,后 2 个控制通道接在驱动板上。输出通道有 2 路:内框架伺服电机驱动电路输出和外框架伺服电机驱动电路输出。外框架和内框架电机的绕组电流值 I_x 和 I_y 可由霍尔电流传感器测得,角位置值 α 和 β 可由光电码盘测得,上位机和 DSP 通过 VC 界面进行指令的给定和数据的采集。为了获得最大的耦合力矩,使 DGCMG 的转子轴、内框轴和外框轴互相垂直,将 DGCMG 框架伺服系统内、外框架的初始位置按照图 2 ($\alpha=0$ 且 $\beta=0$) 所示方向定位,此时内外框架的初始位置角度为 0° 。数据采集系统如图 3 所示。

为了使过程是可辨识的,输入信号应在辨识时间内持续激励被辨识系统。从易于实现的角度考虑,笔者选用正弦速度指令作为系统辨识的激励输入,在 DSP 程序中分别给定内、外框架的正弦速度指令为 $\dot{\theta}_{ref} = A \sin(2\pi ft)$,其中幅值 A 和频率 f 在程序中都是可以改变的,因为框架伺服系统要求带宽不超过 6 Hz,因此 f 应在这个范围内取值。为了比较辨识结果的正确性,分别给定 DGCMG 框架伺服系统两组正弦速度指令:第 1 组正弦速度指令的幅值 $A=5^\circ/\text{s}$,频率 $f=3$ Hz;第 2 组正弦速度指令的幅值 $A=10^\circ/\text{s}$,频率 $f=3$ Hz。采样时间的间隔为 1 ms,采样时间为 80 s,高速转子的转速为 15 kr/min。

编写遗忘因子递推最小二乘法的 M 文件,结合 50 Nms 的 DGCMG 的实际参数,将选取的不同初值 $P(k_0), \hat{\theta}(k_0)$ 和遗忘因子 λ 值带入辨识算法中,

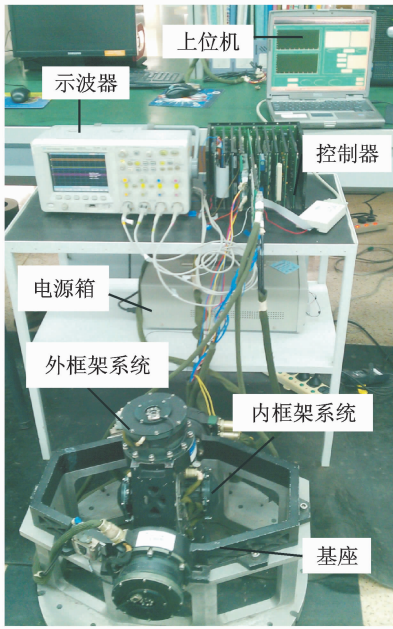


图 3 数据采集系统

Fig. 3 Data acquisition system

观察辨识结果的稳定性和趋于稳定值所用的时间。辨识结果表明,当选取的初始值 $P(k_0) = 10^9 I$, $\hat{\theta}(k_0) = 0$, 遗忘因子 $\lambda = 0.996$ 时, 稳定度最高而且趋于稳定值所用的时间最少, 因此选取这一组值作为辨识算法中的初值。其中, 用到的 50 Nms 的 DGCMG 的实际参数如表 1 所示。

表 1 DGCMG 实际参数

Tab. 1 The actual parameters of DGCMG

参数	大小	参数	大小
$K_{Tx} / (\text{Nm} \cdot \text{A}^{-1})$	0.774	$J_{by} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.026 1
$K_{Ty} / (\text{Nm} \cdot \text{A}^{-1})$	0.774	$J_{bz} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.027 7
R_x / m	0.152	$J_e / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.009 59
R_y / m	0.132 5	$J_{bx} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.015 9
$J_{ax} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.334 2	G / N	294
$J_{bx} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.026 3	G' / N	107

将实验数据代入辨识文件, 得到内框架摩擦模型参数的辨识结果分别如图 4、图 5 所示, 外框架摩擦模型参数的辨识结果分别如图 6、图 7 所示。

在给定速度指令频率 $f = 3 \text{ Hz}$ 的条件下, 由图 4 可以看出, 幅值 $A = 5(^{\circ})/\text{s}$ 的辨识结果和幅值 $A = 10(^{\circ})/\text{s}$ 的辨识结果在 53 s 后趋于稳定, 前者的 $k_{fy} = 0.007 29$, 后者的 $k_{fy} = 0.007 27$, 偏差值为 0.000 02。由图 5 可以看出, 幅值 $A = 5(^{\circ})/\text{s}$ 的辨

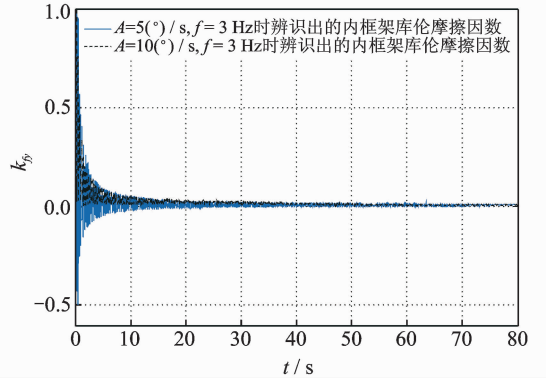


图 4 内框架库伦摩擦因数 k_{fy}

Fig. 4 Coulomb friction coefficient k_{fy} of inner gimbal

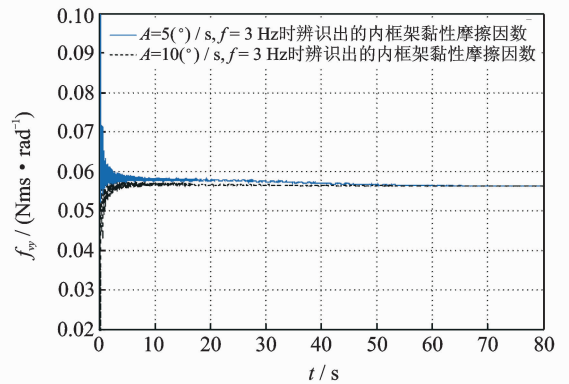


图 5 内框架黏性摩擦因数 f_{vy}

Fig. 5 Viscous friction coefficient f_{vy} of inner gimbal

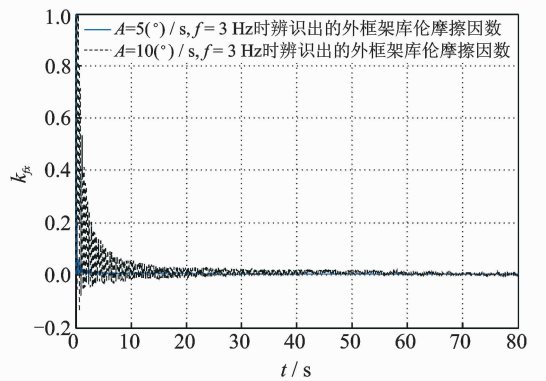
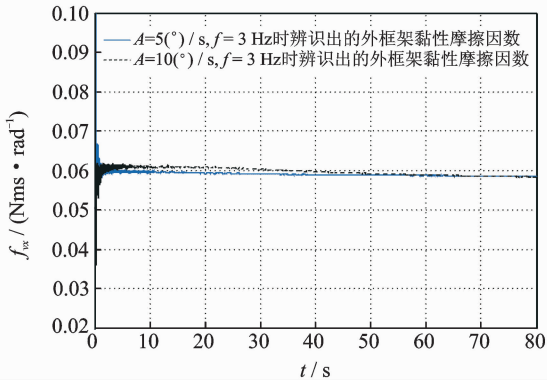


图 6 外框架库伦摩擦因数 k_{fx}

Fig. 6 Coulomb friction coefficient k_{fx} of outer gimbal

识结果和幅值 $A = 10(^{\circ})/\text{s}$ 的辨识结果在 70 s 后趋于稳定, 前者的 $f_{vy} = 0.056 32$, 后者的 $f_{vy} = 0.056 29$, 偏差值为 0.000 03。由图 6 可以看出, 幅值 $A = 5(^{\circ})/\text{s}$ 的辨识结果和幅值 $A = 10(^{\circ})/\text{s}$ 的辨识结果在 60 s 后趋于稳定, 前者的 $k_{fx} = 0.004 79$, 后者的 $k_{fx} = 0.004 82$, 偏差值为 0.000 03。由图 7 可以看出, 幅值 $A = 5(^{\circ})/\text{s}$ 的辨识结果和幅值 $A = 10(^{\circ})/\text{s}$ 的辨识结果在 58 s 后趋于稳定, 前者的

图7 外框架黏性摩擦系数 f_w Fig. 7 Viscous friction coefficient f_w of outer gimbal

$f_w = 0.05861$, 后者的 $f_w = 0.05857$, 偏差值为 0.00004 。由给定的不同速度指令得到偏差很小的辨识结果验证了本研究辨识结果的正确性。将辨识出的参数值带入框架轴承的摩擦力矩模型式(18)、式(19), 取 $k_{fx} = 0.0048$, $f_w = 0.0586$, $k_{fy} = 0.0073$, $f_{wy} = 0.0563$, 得到外框架和内框架轴承的摩擦力矩模型公式分别为

$$T_{fx} = 0.0048R_a(F_{nA} + F_{na}) + 0.0586\dot{\alpha} = 0.000729 \times \left(\sqrt{\left(\frac{G}{2}\sin\alpha + \frac{H\dot{\beta}\sin\beta}{2R_a}\right)^2 + \left(\frac{G}{2}\cos\alpha - \frac{H\dot{\alpha}\cos\beta}{2R_a}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{G}{2}\sin\alpha - \frac{H\dot{\beta}\sin\beta}{2R_a}\right)^2 + \left(\frac{G}{2}\cos\alpha + \frac{H\dot{\alpha}\cos\beta}{2R_a}\right)^2} \right) + 0.0586\dot{\alpha} \quad (25)$$

$$T_{fy} = 0.0073R_b(F_{nB} + F_{nb}) + 0.0563\dot{\beta} = 0.000967 \times \left(\sqrt{\left(\frac{G'}{2}\cos\alpha\sin\beta\right)^2 + \left(\frac{G'}{2}\sin\alpha\right)^2 + \left(\frac{G'}{2}\cos\alpha\cos\beta - \frac{H\dot{\beta}}{2R_b}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{G'}{2}\cos\alpha\sin\beta\right)^2 + \left(\frac{G'}{2}\sin\alpha\right)^2 + \left(\frac{G'}{2}\cos\alpha\cos\beta + \frac{H\dot{\beta}}{2R_b}\right)^2} \right) + 0.0563\dot{\beta} \quad (26)$$

为了验证所建立模型的正确性, 将角位置信息和辨识结果代入框架伺服系统动力学方程, 得到框架电机绕组电流值, 比较该电流值和实际电流值。给定3组频率 $f=5$ Hz的正弦速度指令: 第1组幅值 $A=1^\circ/\text{s}$; 第2组幅值 $A=6^\circ/\text{s}$; 第3组幅值 $A=9^\circ/\text{s}$ 。在第2组速度指令条件下的框架绕组电流比较结果分别如图8、图9所示。

用输出误差的均方根值(root mean square, 简称 RMS)来评价辨识精度, 它是一种常用且有效的系统辨识精度评价标准^[15], 评价结果如表2所示。

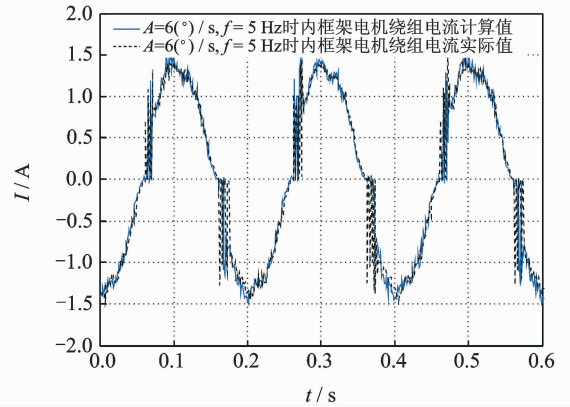


图8 内框架电机绕组电流比较图

Fig. 8 Motor winding current comparison chart of inner gimbal

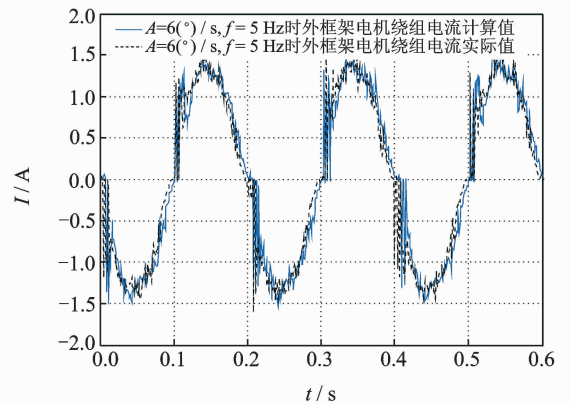


图9 外框架电机绕组电流比较图

Fig. 9 Motor winding current comparison chart of outer gimbal

表2 不同速度指令的均方根值

Tab. 2 RMS at different speed command conditions

速度指令 ($f=5$ Hz)	均方根值
$A=1^\circ/\text{s}$, 内框架	0.005046
$A=1^\circ/\text{s}$, 外框架	0.005762
$A=6^\circ/\text{s}$, 内框架	0.003161
$A=6^\circ/\text{s}$, 外框架	0.003692
$A=9^\circ/\text{s}$, 内框架	0.004986
$A=9^\circ/\text{s}$, 外框架	0.005964

由表2的评价结果可以看出计算所得电流值和实际电流值输出误差的均方根值很小, 验证了所建摩擦模型的正确性。

4 结束语

笔者在分析双框架控制力矩陀螺框架伺服系统

动力学方程的基础上,建立了内、外框架摩擦力矩精确的数学模型,结合所建摩擦模型中需要辨识参数的特点,利用实验数据,采用了经典的遗忘因子递推最小二乘法对摩擦模型参数进行辨识。当给定不同速度指令取辨识摩擦参数时,得到 4 组辨识结果的最大偏差值为 0.000 04,由此验证了辨识结果的正确性。由表 2 可以看出,当给定不同速度指令时,由辨识模型仿真得到的电流值和实验采集电流值的输出误差的均方根值的最大值为 0.005 964A,验证了所建摩擦模型的正确性,由此证明了笔者所提出的非线性摩擦力矩建模和辨识方法对于 DGCMG 框架伺服系统是适用的。该方法是基于摩擦模型补偿方法的关键,因此笔者的研究有助于补偿 DGCMG 框架伺服系统的非线性摩擦力矩,提高框架伺服系统的控制精度,提高 DGCMG 输出力矩精度。

参 考 文 献

- [1] Lappas V J, Steyn W H, Underwood C. Design and testing of a control moment gyroscope cluster for small satellites [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2005,42(4):729-739.
- [2] Wie B. Singularity escape/avoidance steering logic for control moment gyro systems[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2005,28(5):948-956.
- [3] Wu Zhong, Zhang Jiyang. Dynamics and control of gimbal servo systems for control moment gyroscopes [J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2007, 15(1):130-136.
- [4] Liden S P. Precision CMG control for high-accuracy pointing [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1974,11(4):236-240.
- [5] 金磊,徐世杰. SGCMG 框架伺服系统动力学建模与低速控制[J]. *中国空间科学技术*, 2010,6:1-10.
Jin Lei, Xu Shijie. Dynamics modeling and low rate control of gimbal servo system for single gimbal control moment gyro[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2010,6:1-10. (in Chinese)
- [6] 王鹏,房建成. MSCMG 框架伺服系统非线性摩擦力矩建模与实验研究[J]. *宇航学报*, 2007,28(3):613-618.
Wang Peng, Fang Jiancheng. Nonlinear dynamic modeling and experimental study of friction moment for gimbal servo-system used in magnetically suspended control moment gyroscope[J]. *Journal of Astronautics*, 2007,28(3):613-618. (in Chinese)
- [7] 李海涛,房建成. 基于 CMAC 的 CMG 框架伺服系统摩擦补偿方法研究[J]. *系统仿真学报*, 2008,20(7):201-205.
- Li Haitao, Fang Jiancheng. Friction compensation based on CMAC for gimbal servo system used in CMG [J]. *Journal of System Simulation*, 2008,20(7):201-205. (in Chinese)
- [8] 金路,廖明夫,宋明波. 转子在临界转速点的振动和阻尼比的估计方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2012,32(3):502-504.
Jin Lu, Liao Mingfu, Song Mingbo. Vibration of rotors at critical speed and estimation method of damping ratio[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012,32(3):502-504. (in Chinese)
- [9] 廖英英,刘永强,刘金喜,等. MRD 模型参数识别及其在振动控制中的应用[J]. *振动、测试与诊断*, 2012,32(2):223-228.
Liao Yingying, Liu Yongqiang, Liu Jinxi, et al. MRD model parameter identification and its application in vibration control of vehicle [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012,32(2):223-228. (in Chinese)
- [10] Dub M, Jalovecky R. DC motor experimental parameter identification using the nelder-mead simplex method[C]//14th International Power Electronics and Motion Control Conference. New York: IEEE, 2010.
- [11] 于波,陈云相,郭秀中. 惯性技术[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1994:40-55.
- [12] 张丹. 含摩擦环节伺服系统的补偿控制[D]. 西安:西安电子科技大学,2008.
- [13] Chen Zhigang, Yang Liyong, Zhang Yunlong, et al. A control method of PMSM current-loop based on on-line parameter identification[C]//2012 7th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. New York: IEEE, 2012.
- [14] 方崇智,肖德云. 过程辨识[M]. 北京:清华大学出版社,1988:160-165.
- [15] Togun N, Baysec S, Kara T. Nonlinear modeling and identification of a spark ignition engine torque[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012,26:294-304.



第一作者简介:李红,女,1959年3月生,副教授。主要研究方向为精密仪器及机械。曾发表《磁悬浮反作用飞轮密封罩结构的优化设计》(《光学精密工程》2007年第15卷第10期)等论文。
E-mail:lihong@buaa.edu.cn

