

# 双线性时频分布交叉项提取及损伤识别应用<sup>\*</sup>

闫维明, 马裕超, 何浩祥, 石鲁宁

(北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室 北京, 100124)

**摘要** 对信号时频分析方法进行了综述,并比较了线性时频分布及以 Wigner-Ville(简称 WVD)分布为代表的双线性时频分布的特性。论证了交叉项的存在及其在结构损伤识别中应用的价值,提出采用短时傅里叶谱图与 WVD 内积提取主项的方法,构建了二维时频转换矩阵,进而获得完整的交叉项并可利用交叉项的分布特性实现结构损伤识别。通过理论论证并结合梁式结构试验和仿真模拟,表明利用交叉项幅值变化率可以准确识别出结构损伤部位和程度,验证了利用双线性时频分布的交叉项进行损伤识别的有效性,为工程结构损伤识别提供了一种可靠的分析方法。

**关键词** 损伤识别; 时频分析; 双线性时频分布; Wigner-Ville 分布; 交叉项

**中图分类号** TU 311.3; TU317<sup>+</sup>.1; TH12

## 引言

在结构检测和健康监测中,依据损伤信号统计特性随时间的变化情况,可将信号分为平稳信号和非平稳信号。对结构损伤信号进行分析识别的方法包括时域分析、频域分析和时-频域分析。时频分析能够同时兼顾信号时域和频域分析的优点,特别是在处理工程中常见的非平稳信号,它更能准确地反映出信号局部频率分量随时间的变化情况。

时频分析是利用时间和频率的联合函数来描述信号在时域和频域的能量密度或强度,并对其进行分析和处理的方法,现已经成为信号分析处理的一个重要分支,在天文、通信、物理、生物、医学和数学等学科得到广泛的应用<sup>[1]</sup>。进入 21 世纪,时频分析技术已经广泛应用于土木工程的各个领域,特别是为结构动力分析、损伤识别等提供了重要的分析手段,推动了行业的发展和进步。在工程损伤识别研究方面,更多的是从线性时频分析-短时傅里叶变换和小波变换方面进行的研究,从双线性时频分布方面研究的相对较少。

线性时频分析是从傅里叶变换发展而来的,短时傅里叶变换是给信号加滑动时间窗并对窗内信号做傅里叶变换,从而得到其时变频谱。一旦窗函数

选定之后,时频分辨率将不能改变。这使得短时傅里叶变换在突变信号和非平稳信号的分析中存在局限性,不能敏感地反映出结构损伤信号的突变域。小波变换或小波包变换是非平稳信号处理的有力工具,它通过选择小波基函数和伸缩平移运算对信号进行多尺度分解,能够有效地从损伤信号中获取良好的时频域局部化特性,具有多分辨率分析特性,因此在损伤识别方面得到广泛的应用。小波变换必须选择合适的小波基函数,且结果不具有唯一性,一旦小波基和分解尺度确定之后,其特性就已固定,不具有自适应性。

双线性时频分析是从能量谱或功率谱发展而来的,WVD 是其中最重要的一种。WVD 可看作是信号能量在时频二维空间上的分布,它具有许多优良的性能,如对称性、时移性、组合性、复共扼关系等,不会损失信号的幅值与相位信息,缺点是对多分量信号会产生交叉项干扰,这是二次型时频分布的固有属性<sup>[2]</sup>。目前,基于 WVD 的时频分析已经得到深入的研究,但在结构损伤识别领域有待进一步探索和发展其应用价值<sup>[3]</sup>。

## 1 时频分析方法概述

传统分析处理平稳信号的最经典的方法是傅里

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51108009);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20111103110015, 20111103120022)

收稿日期:2013-05-14;修回日期:2013-08-11

叶变换,它建立了信号从时域到频域的变换桥梁,两者之间是一一对应的映射关系,可以用式(1)和式(2)表示

$$s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1)$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2)$$

由于傅里叶变换是从信号整体上将信号分解为不同的频率分量,是一种全局性的变换(完全时域或完全频域),无法表征信号的时频局部特性,无法揭示某频率分量随时间的变化情况。傅里叶变换只适于分析平稳信号,然而工程中遇到的信号多为非平稳信号。为了克服傅里叶变换的局限性,通过建立时间和频率的联合函数来表示信号,根据构建函数不同,时频分析方法分为线性时频分布和双线性时频分布。

### 1.1 线性时频分布

线性时频分布是基于傅里叶变换的满足可线性叠加的时频分析方法,线性时频分布的实质是将信号分解成在时间域和频率域均集中的基本成分的加权和。最常用的线性时频表示方法包括短时傅里叶变换和小波变换<sup>[4]</sup>。

短时傅里叶变换实现了信号时域上的局部化,在傅里叶变换前乘以一个时间很短的窗函数,通过窗在时间轴移动得到信号不同时刻的局部频谱,可以理解为信号在时刻 $t$ 附近的傅里叶变换。短时傅里叶变换可表示为

$$\text{STFT}_s(t, f) = \int s(\tau) h^*(\tau - t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3)$$

式(3)中,窗函数 $h^*(t)$ 对短时傅里叶变换的结果影响很大,因为假定了非平稳信号在分析窗时间内是平稳的,所以窗函数的选取应与信号的局部平稳长度相关<sup>[5]</sup>。当选定一个窗函数后,短时傅里叶变换在时频平面内只具有单一的分辨率,对于时变的非平稳信号,很难找到一个完美的时间窗口适应于不同的时间段。

小波变换是一种应用数学方法,后被广泛引入到工程应用领域,特别是在信号处理、语言分析、模式识别、量子物理等领域。小波变换极大丰富了信号分析处理方法,因其具有多分辨率的特性,可以多尺度地辨识信号的各个段落。小波变换定义为

$$\text{WT}_s(a, t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int s(\tau) \varphi^*\left(\frac{\tau - t}{a}\right) d\tau \quad (a > 0) \quad (4)$$

其中: $a$ 为尺度因子; $t$ 为平移因子。

通过选择合适的伸缩窗和小波基函数,小波变换可以得到非平稳信号在时域和频域内的局部特性。小波分析本质上是一种时间-尺度分析,它更适于分析具有自相似结构的信号,例如语言图像一类的信号,不具备普遍适用性,因此小波变换又发展为离散小波变换、正交小波变换和小波包变换等。目前,小波变换在损伤识别领域中得到非常广泛的应用,但是选择什么样的小波基函数成为实际应用中的一个难点和热点,主要通过经验选取和试验比对待来确定<sup>[6]</sup>。

### 1.2 双线性时频分布

双线性时频分布也可称作二次型时频分布,其更加直观合理地反映了信号的能量时频分布。双线性时频分布不满足线性叠加性,同时存在一个固有属性,即产生交叉项。双线性时频分布主要分为Cohen类双线性时频分布和仿射类双线性时频分布,均由WVD发展而来。

#### 1.2.1 Cohen类双线性时频分布

1932年,Wigner提出了Wigner分布,最初是应用于量子力学研究。1948年,Ville将其引入到信号分析领域。1970年,Mark提出了WVD的最主要问题——交叉干扰项的存在,这也成为了半个世纪以来的信号研究热点。WVD定义为

$$\text{WVD}_s(t, f) = \int s(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5)$$

在公式中不含任何窗函数,避免了线性时频表示中时频分辨率的选择。Wigner-Ville分布的时宽-带宽积达到了不确定性原理的下界值,所以其具有最高的分辨率、能量集中性和满足时频边缘等特性,因此WVD成为分析非平稳时变信号的重要工具,在一定程度上解决了短时傅里叶变换存在的问题,同时具有明确的物理意义。

1966年,Cohen总结发现有一系列时频分布只是WVD的变形,可以采用核函数的方法将它们用统一的形式表示出来,习惯称之为Cohen类时频分布。该方法可表示为

$$P_s(t, f) = \iiint s(u + \tau/2) s^*(u - \tau/2) \phi(\tau, \theta) e^{-j2\pi(\theta t + \tau f - u\theta)} du d\tau d\theta \quad (6)$$

其中: $\phi(\tau, \theta)$ 为核函数。

假设式(6)中, $A_s(\tau, \theta) = \int s(u + \tau/2) s^*(u - \tau/2) e^{j2\pi u\theta} du$ ,称其为模糊函数,那么可以认为,

Cohen 类时频分布是以核函数加权的模糊函数的二维傅里叶变换,因此 Cohen 类时频分布也称为广义双线性时频分布。当核函数  $\phi(\tau, \theta) = 1$  时,则 Cohen 类时频分布退化为 WVD。不足之处是 Cohen 类时频分布采用核函数对交叉项进行抑制的同时,也使得整个分布的时频分辨率降低。

### 1.2.2 仿射类双线性时频分布

Cohen 类时频分布是所有具备时间和频率移不变性的二次型时频能量分布的集合,还有一类能量分布,不满足时间和频率移不变性,称之为仿射类双线性时频分布,它是通过时移和伸缩变换来实现的<sup>[2]</sup>。这一类分布可以表示为

$$T_s(t, a) = \iint \Phi\left(\frac{\tau-t}{a}, a\theta\right) \text{WVD}_s(\tau, \theta) d\tau d\theta \quad (7)$$

这一类仿射类时频分布也称之为尺度图,本质是 WVD 的平滑形式,因此 WVD 成为连接 Cohen 类分布和仿射类分布的纽带。尺度图通过对 WVD 的平滑,几乎消除了交叉项,缺点是时间和频率分辨率很差。还有另外一类仿射类分布采用时域和频域分离的平滑函数,称之为仿射类平滑伪 Wigner 分布<sup>[2]</sup>,这一类分布可以表示为

$$\text{ASPW}_s(t, a) =$$

$$\frac{1}{a} \iint h\left(\frac{\tau}{a}\right) g\left(\frac{\theta-t}{a}\right) s(\theta + \tau/2) s^*(\theta - \tau/2) d\theta d\tau \quad (8)$$

通过选择窗函数  $g$  和  $h$ ,独立确定时间和尺度的分辨率,仿射类平滑伪 Wigner 分布的效果介于尺度图和 WVD 之间。鉴于上述仿射类双线性时频分布的优良特性,其在损伤识别中的应用值得继续研究,特别是如何确定一种自适应的窗函数,能够反映出损伤信号的奇异点。

## 2 交叉项的存在与提取

交叉项是双线性时频分布的固有属性,它来自多分量信号中不同信号分量之间的交叉作用。下面以 WVD 为例来说明双线性时频分布的交叉项<sup>[7]</sup>。令信号  $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ ,则有

$$\text{WVD}_s(t, f) = \int [s_1(t + \tau/2) + s_2(t + \tau/2)] \times [s_1^*(t - \tau/2) + s_2^*(t - \tau/2)] e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (9)$$

$$\text{WVD}_s(t, f) = \text{WVD}_{s_1}(t, f) + \text{WVD}_{s_2}(t, f) + 2\text{Re}\{\text{WVD}_{s_1 s_2}(t, f)\} \quad (10)$$

其中:  $\text{WVD}_{s_1 s_2}(t, f) = \int s_1(t + \tau/2) s_2^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$ 。

前 2 项为信号分量的自项,第 3 项就是信号分量的交叉项。由式(10)可以看出,两个信号和的 WVD 并不等于它们各自 WVD 之和。若一个多分量信号有  $N$  个分量,则会产生  $N(N-1)/2$  交叉项。交叉项存在于自项成分之间,通常是振荡的,其幅度可以达到自项的两倍。传统观念认为,交叉项提供了虚假的谱值分布,造成信号的时频特征模糊不清,也影响了 WVD 的物理解释<sup>[8]</sup>。因此,抑制交叉项一直是围绕双线性时频分布的核心问题。国内外学者在这方面作了大量的研究工作,设计出理想的核函数来消除交叉项的影响,比较常用的有减小交叉项分布(RID)、伪 Wigner-Ville 分布(PWD)、平滑 Wigner-Ville 分布(SWD)、平滑伪 Wigner-Ville 分布(SPWD)等。此外还有学者从利用不同的变换或方法对抑制交叉项进行了研究工作。Mirela 等<sup>[9]</sup>将 Gabor 变换和 WVD 结合起来,得到一种新的时频分布,以有效地抑制或者减弱交叉项干扰。Wu 等<sup>[10]</sup>结合了盲源分离方法(BSS)来抑制 WVD 的交叉项。上述研究工作都是以消除交叉项、减小其负面作用为出发点,然而从另外一个角度审视交叉项,它的存在恰恰反映了多分量信号成分之间的相位关系或相干程度。对于在结构健康监测或检测中得到的非平稳信号来讲,结构在某一位置发生细微损伤或损伤扩展后,测得损伤信号与无损信号的差异就会体现在幅值、相位、局部时频特征的改变,这种改变也应在交叉项中得到体现。考虑到交叉项蕴含着结构损伤部位和程度的丰富信息,利用交叉项的这一固有属性可以发现结构损伤信号的奇异点,从而可以准确地识别出结构损伤位置和程度。

利用双线性时频分布的交叉项对损伤信号进行时频分析时,首先要将交叉项准确地提取和分离出来。一种方法是利用抑制交叉项的双线性时频分析方法,通过取它们与 WVD 分布的差值获得交叉项。这种方法算法简单,物理意义非常明确,但是所求交叉项不可避免会漏掉一些重要的相位信息,同时会掺入一定的主项成分,使得结果不够精确,不能通过交叉项反映出真实的损伤信号频谱特性变化<sup>[11]</sup>。Haykin 等<sup>[12]</sup>利用实际雷达回波 WVD 的交叉项来探测漂浮海上的冰山,但只是通过交叉项的有无来判断,并没有涉及交叉项的变化情况。孟小芬等<sup>[13]</sup>通过 WVD 自项与交叉项相对位置识别交叉项,只从理论公式上提出了识别的可能性。杨朝山等<sup>[14]</sup>通过建立 WVD 时频幅值与结构模态参数的函数关系,利用测点 WVD 时频幅值曲率来识别损伤,但只是建立了数值仿真模拟,缺少工程实际应用。周凌

等<sup>[15]</sup>提出利用WVD交叉项统计量相对变化量识别桅杆结构损伤的方法,对桅杆结构进行了数值分析和试验研究,该方法能够很好地识别出桅杆结构的损伤位置。通过国内外学者所做的研究初步表明,交叉项的确可以反映出损伤信号频谱特性的变化,但在提取交叉项的方法上还有待继续研究。

笔者提出采用以WVD为代表的双线性时频分布和短时傅里叶变换谱图联合内积的分析方法。短时傅里叶变换(short-time Fourier transform,简称STFT)是一次型线性时频表示,不存在交叉项,能够得到信号准确的时频分析结果,但时频聚集性比较差。STFT<sub>s</sub>(t, f)<sup>2</sup>一般称作短时傅里叶变换谱图,它是一种实值非负的双线性分布,具备时移和频移的不变性,相比SFFT具有更好的时频聚集性。一般来讲,经过选择合理的窗函数,可以非常明显地弱化交叉项,强化损伤信号自项的频谱幅值。因此,笔者利用SFFT谱图的特性,将短时傅里叶变换谱图与WVD进行内积

$$T_s(t, f) = [\text{STFT}_s(t, f)^2, \text{WVD}_s(t, f)] \quad (11)$$

式(11)通过两者的内积使得损伤信号自项分量的频谱幅值在内积空间一致方向上相乘,强化了自项的幅值分布,相反损伤信号交叉项的内积乘积很小或为零,自项和交叉项的幅值量级明显不同,这样使得自项在时频分布中突显出来,从时频分布上看是对信号主项分布的一种提纯处理。得到新的 $T_s(t, f)$ 分布之后,对比主项和交叉项两者的量级差异,设定合理的幅值阈值 $Q_T$ ,构建二维时频转换矩阵 $E$ ,将矩阵中大于阈值的自项分布时频点处的幅值设为0,小于阈值的交叉项分布时频点处的幅值设为1,最后将WVD分布与二维时频转换矩阵 $E$ 内积得到最终完整的拟交叉项。通过上述方法得到的拟交叉项既保持了良好的时频凝聚性,同时又具有较高的时频分辨率。通过引入短时傅里叶变换谱图突显了自项的时频分布,得到完整的拟交叉项,具备更高的损伤敏感性,从而展现出结构损伤所蕴含的丰富信息。

### 3 算例分析与损伤试验

#### 3.1 算例分析

##### 3.1.1 简支梁损伤模拟

为了研究交叉项在结构损伤识别中应用的可行性,验证上述提纯处理方法的有效性,笔者使用有限元软件ANSYS建立了混凝土简支梁仿真模型。梁

混凝土等级为C30,梁截面为150 mm×300 mm,梁长为4 000 mm,计算跨度为3 600 mm。不考虑钢筋和混凝土的非线性行为,材料各向同性,为了更好地模拟混凝土简支梁的自由振动衰减过程,动力分析采用瑞利阻尼。假定简支梁跨中下部混凝土开裂后,简支梁损伤主要集中于跨中,其他截面处于弹性工作状态。本研究在有限元模型<sup>[16-17]</sup>中通过减小梁跨中截面尺寸的方法模拟简支梁跨中下部混凝土开裂,通过设置不同的截面尺寸来模拟跨中不同程度的损伤,有限元模型采用的损伤程度分别为5%,10%,15%和20%,分别对应D<sub>1</sub>~D<sub>4</sub>等级。沿梁的跨度方向按对称性布置6个加速度测点,见图1。模型计算分为5个工况,即无损梁和4个不同损伤等级梁。对每一个工况采用突然卸载法模拟简支梁的荷载激励,并记录简支梁在有阻尼自由振动下各测点的加速度信号。

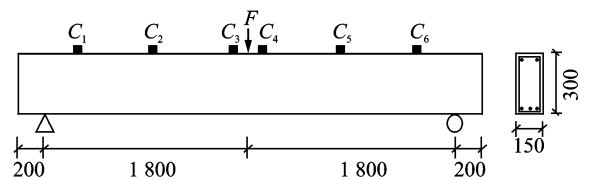


图1 简支梁示意图(单位:mm)

Fig. 1 Design sketch of simple-supported beam(unit:mm)

对损伤信号和无损信号进行时频分析处理,按照笔者提出的提纯处理方法得到加速度信号的交叉项,定义交叉项幅值变化率为损伤信号和无损信号两者的交叉项幅值之差与无损信号交叉项幅值的比值,并采用其作为评价指标,绘制交叉项幅值变化率曲线,见图2。图中变化率曲线在跨中测点C<sub>3</sub>和C<sub>4</sub>出现峰值,曲线有明显的突变点,该处也正是简支梁的损伤部位,说明了将交叉项幅值变化率作为损伤指标能够准确地识别出简支梁的损伤部位。从各级损伤曲线的相对位置上看,随着损伤程度的增加,交叉项幅值变化率也在逐渐增加,依据其递增关系可以准确地识别出简支梁的损伤程度,初步实现了对简支梁的损伤定位和识别。

将简支梁的损伤部位改在跨度的4/5处,即图1中C<sub>5</sub>测点处,其他条件不变,获取不同损伤等级下测点信号的交叉项幅值变化率,如图3所示。可以看出,幅值变化曲线的突变点在损伤位置即测点C<sub>5</sub>处,特别是在5%和10%损伤情况下,曲线在C<sub>5</sub>处有明显的下降,其他测点几乎相同。随着损伤等级的增大,交叉项幅值变化率在一定程度上会向两边传递,因为损伤过大,结构的动力特性变化明

显,反映在数据中为主项分布发生较大改变,使得远离损伤部位处的交叉项分布也随主项发生了改变。图3同样可以依据变化率的递增关系判断出结构损伤程度,但是针对小损伤识别能力有所下降。

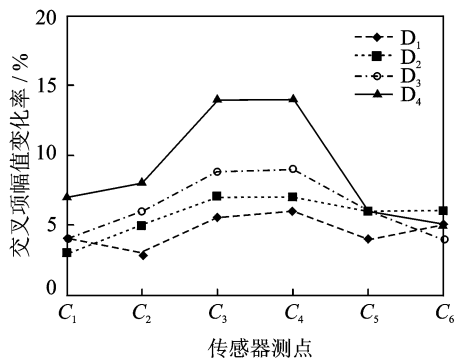


图2 跨中损伤交叉项幅值变化率

Fig. 2 Change rate of cross-term distribution on mid-span beam

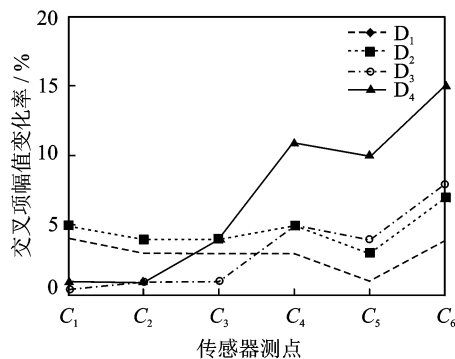


图3 跨度4/5处损伤交叉项幅值变化率

Fig. 3 Change rate of cross-term distribution on 4/5 span beam

通过上述简支梁有限元模拟分析可知,按照本研究所述方法得到的交叉项,依据其幅值变化率可以准确地识别出简支梁的损伤部位和损伤程度,初步验证了双线性时频分布交叉项在损伤识别应用中的有效性。

### 3.1.2 悬臂梁损伤模拟

在得到简支梁有限元分析数据之后,本节进一步讨论在悬臂梁模型中交叉项在损伤识别中的效果。计算悬臂梁的各参数与简支梁参数相同,修改边界条件,位移加载点改在悬臂端,损伤等级和工况同简支梁。由于悬臂梁一边为自由端,因此在端部增加一个测点,沿梁长度方向均分为7段,即C<sub>1</sub>~C<sub>7</sub>测点,见图4。每一个工况首先在悬臂端施加单位位移,然后突然释放,记录悬臂梁在有阻尼自由振动下各测点的加速度信号。首先,损伤部位在悬臂

梁锚固端C<sub>1</sub>处,采用上面所述方法得到损伤信号与无损信号的交叉项幅值变化率曲线,见图5;其次,将悬臂梁损伤部位改在悬臂端C<sub>6</sub>处,得到图6。

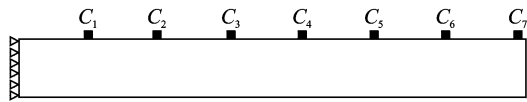


图4 悬臂梁示意图

Fig. 4 Design sketch of cantilever beam

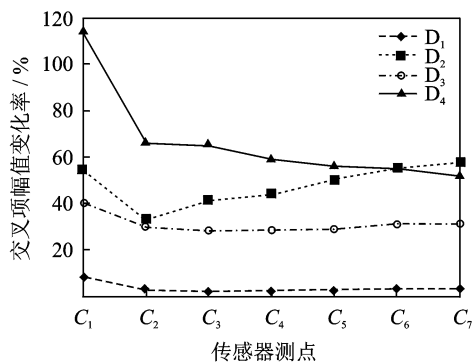


图5 锚固端损伤交叉项幅值变化率

Fig. 5 Change rate of cross-term distribution near support

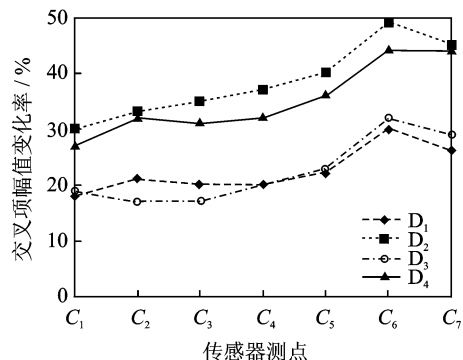


图6 悬臂端损伤交叉项幅值变化率

Fig. 6 Change rate of cross-term distribution near overhanging end

从图5和图6可以看出,交叉项幅值变化率曲线发生突变的地方都是悬臂梁的损伤部位,在4种不同损伤等级下均有良好的识别能力,再次验证了本研究方法的有效性。根据交叉项幅值变化率曲线在损伤位置识别方面具体相同的规律,同样可以依据其递增关系基本识别出结构的损伤程度。

## 3.2 简支梁的损伤试验

### 3.2.1 损伤试验设计

笔者通过试验测试进一步验证上述方法的有效

性。试验对象为矩形截面钢筋混凝土简支梁,采用锤击法在跨中不同损伤程度的情况下对简支梁进行激振试验。简支梁几何参数同有限元仿真模型,梁主筋上部为  $2\phi 10$ ,下部为  $3\phi 10$ ,箍筋为  $\phi 6@200$ 。试验的采集系统由 IMC 动态采集仪和 6 个 ICP 压电加速度传感器组成,测点  $C_1 \sim C_6$  布置相同有限元分析模型(见图 1)。图 7 和图 8 为试验现场照片。

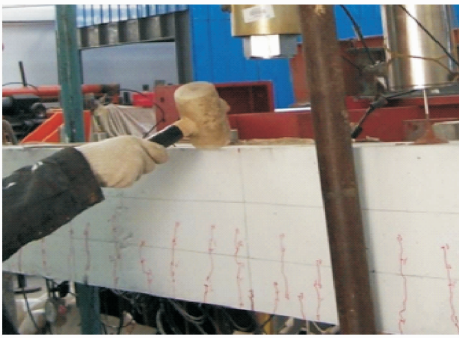


图 7 简支梁锤击加载

Fig. 7 Hammer load of simple-supported beam

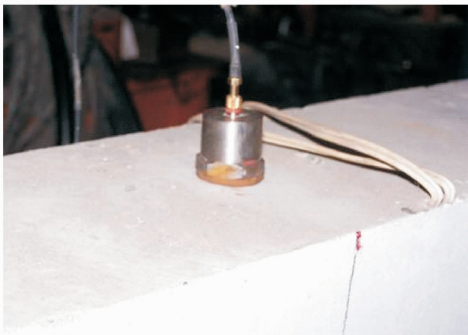


图 8 加速度信号采集

Fig. 8 Signal acquisition from accelerometer

试验采用静力多级加载方式模拟简支梁在跨中的不同损伤程度,在跨中逐渐增加竖向力,简支梁跨中下部的裂缝会不断发展,卸载后的残余变形也呈递增关系,因此可将损伤等级分为  $D_1 \sim D_4$  共 4 个等级。试验共分 5 个工况,即无损伤梁和 4 种损伤程度下的简支梁。每个工况荷载加载完毕后卸载,去除加载板和力传感器等负重,测得简支梁残余变形每级递增后,使用橡皮锤锤击简支梁跨中,分别采集各损伤等级下  $C_1 \sim C_6$  的加速度信号,不同损伤等级下,测点  $C_5$  的加速度时程信号如图 9 和图 10 所示。

### 3.2.2 试验数据分析

图 11~图 13 为将损伤等级  $D_3$  测点  $C_3$  的加速

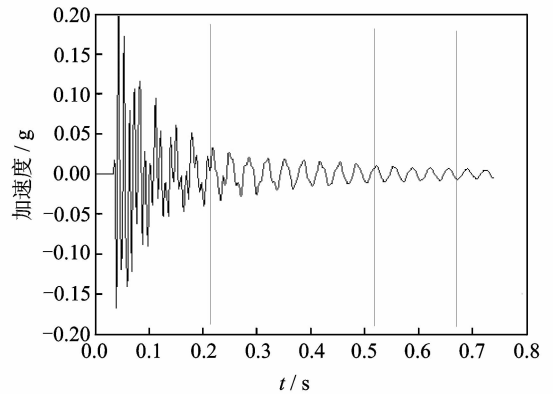


图 9  $D_3$  等级  $C_5$  测点加速度信号

Fig. 9 Acceleration signal on  $C_5$  for  $D_3$

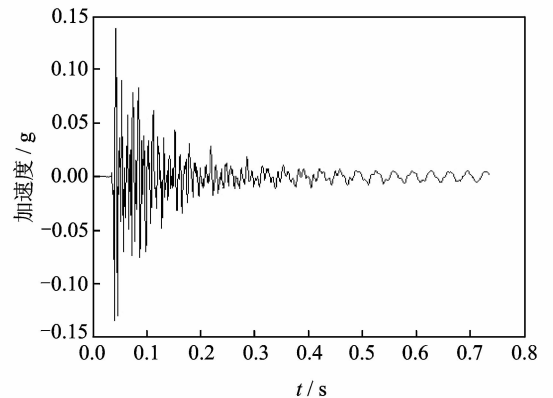


图 10  $D_4$  等级  $C_3$  测点加速度信号

Fig. 10 Acceleration signal on  $C_3$  for  $D_4$

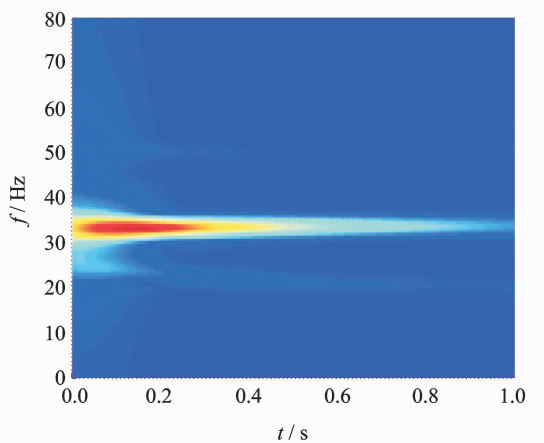


图 11  $D_3$  等级  $C_3$  测点信号短时傅里叶变换

Fig. 11 STFT of acceleration signals on  $C_3$  for  $D_3$

度信号按照(11)所述提纯处理方法进行时频分析的结果。通过对比可以看出,短时傅里叶变换的时频分辨率要低于提纯处理后的分辨率。由于试验采用锤击方法激振,加之环境噪声和采集系统的影响,不

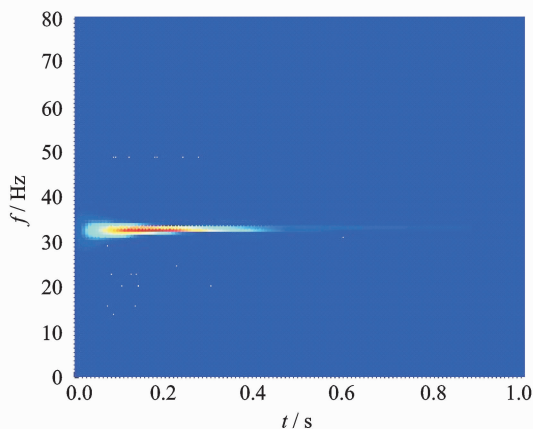
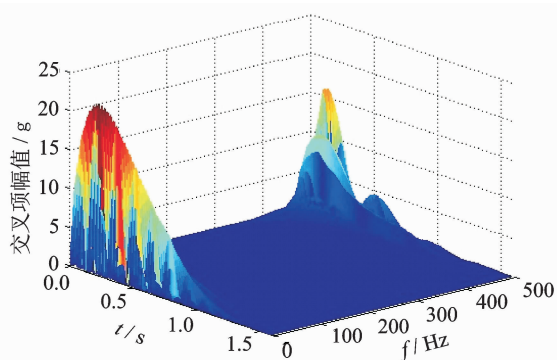
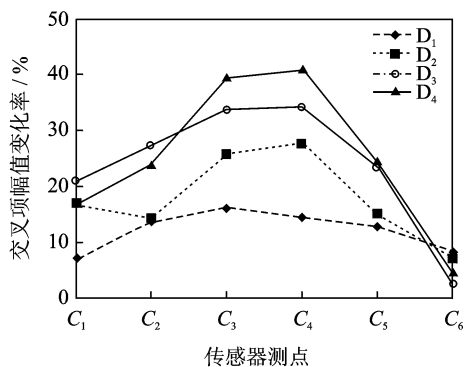
图 12  $D_3$  等级  $C_3$  测点信号提纯处理Fig. 12 Purification of acceleration signals on  $C_3$  for  $D_3$ 图 13  $D_3$  等级  $C_3$  测点信号交叉项分布Fig. 13 Cross-term distribution of acceleration signals on  $C_3$  for  $D_3$ 

图 14 交叉项幅值变化率

Fig. 14 Change rate of cross-term distribution

可避免会在信号中带入杂波,这些因素都在图 11 中有所体现,特别是在锤击开始时主项频率两侧比较明显。在图 12 中几乎看不到除主项以外的分布,只有个别的离散点分布存在。针对在工程中遇到的复杂结构或信号存在环境干扰的情况下,对信号进行提纯处理可以准确辨识出结构的主频分布,从而得

到更加清晰的信号时频分析结果。图 13 是按笔者提出的交叉项提取方法得到的交叉项分布,可以看出交叉项的频率分布很广,幅值很低,主要集中在高频和低频两端,且满足交叉项震荡的特性。由于简支梁的频率分布简单,所以交叉项在同一频率下主要以单峰分布存在。

图 14 是在不同损伤程度下各测点损伤信号与无损信号的交叉项幅值变化率。从图中可以直观地看出,在简支梁的跨中测点  $C_3$  和  $C_4$  的变化率最大,损伤位置处交叉项幅值变化率有明显突变,可以准确识别出跨中的损伤位置。根据简支梁的受力特性和测点布置的对称性,图中曲线走势基本沿跨中对称,只有支座附近测点  $C_1$  与  $C_6$  的变化率有一定的差值,其原因跟试验梁的支撑条件有关。从图 14 中还可以得出,随损伤程度的增加,交叉项幅值变化率也随之递增,即交叉项幅值变化率可以准确地识别出损伤位置的同时,依据变化率的递增关系同样可以确定出结构的损伤程度。

总结上述试验数据分析结果并结合图 2 可以得出,仿真模型梁与试验梁得到的曲线有很好的相似度,取得了一致的分析结果,说明采用式(11)提出的信号提纯处理方法得到的时频分析结果具有更高的时频分辨率,从而可以精准得到结构的动力特性。通过得到损伤信号交叉项幅值变化率曲线,依据曲线突变点的位置,可以准确地识别出结构损伤部位,同时依据变化率的递增关系同样可以确定出结构的损伤程度。

## 4 结 论

1) 双线性时频分布的交叉项充分反映了非平稳信号中各分量的相干程度,可以利用损伤信号交叉项的变化规律,对结构损伤部位和损伤程度进行识别。

2) 采用短时傅里叶变换谱图与 WVD 内积的时频分析方法,对结构损伤信号进行提纯处理,可以得到较高的时频分辨率,特别是针对复杂结构或信号存在环境干扰的情况下,对信号进行提纯处理可以准确辨识出信号的主频分布,从而得到更加清晰的信号时频分析结果。

3) 将交叉项幅值变化率作为结构损伤识别的指标,在结构的损伤部位,损伤信号的交叉项幅值变化率曲线存在明显的突变点,据此可以准确地判断出结构的损伤位置。不同损伤等级信号分析结果表明,依据变化率曲线的递增关系可以判断出结构的

损伤程度,变化率取值越高,结构损伤程度越严重。

4) 算例分析和试验分析表明,仿真模拟和简支梁损伤试验得到了一致的分析结果,验证了利用双线性时频分布的交叉项进行损伤识别的有效性,为工程结构损伤识别提供了一种可靠的分析方法。

### 参 考 文 献

- [1] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京:国防工业出版社, 1998:12-63.
- [2] 葛哲学, 陈仲生. Matlab 时频分析技术及其应用[M]. 北京:人民邮电出版社, 2006:5-77.
- [3] 邹红星, 周小波, 李衍达. 时频分析:回溯与前瞻[J]. 电子学报, 2000,28(9):78-84.  
Zou Hongxing, Zhou Xiaobo, Li Yanda. Which time-frequency analysis: a survey acta Electronica sinica [J]. 2000, 28(9):78-84. (in Chinese)
- [4] Neild S A, McFadden P D, Williams M S. A review of time-frequency methods for structural vibration analysis[J]. Engineering Structures, 2003,25(6):713-728.
- [5] He Qingbo, Wang Xiangxiang. Time-frequency manifold correlation matching for periodic fault identification in rotating machines[J]. Journal of Sound and Vibration . 2013,332(10):2611-2626.
- [6] Tang Baoping, Liu Wenyi, Song Tao. Wind turbine fault diagnosis based on Morlet wavelet transformation and Wigner-Ville distribution[J]. Renewable Energy, 2010,35(12):2862-2866.
- [7] Dong Guangming, Chen Jin. Noise resistant time frequency analysis and application in fault diagnosis of rolling element bearings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing. 2012,33(11):212-236.
- [8] Wu Jianda, Chiang P H. Application of Wigner-Ville distribution and probability neural network for scooter engine fault diagnosis[J]. Expert System Application, 2009,36(2):2187-2199.
- [9] Mirela B, Isar A. The reduction of interference terms in the time-frequency plane[C]// Proceedings of the International Symposium on Signals, Circuits and Systems. New York:IEEE, 2003:461-464.
- [10] Wu Junbiao, Chen Jin, Zhong Ping. Time frequency-based blind source separation technique for elimination of cross-terms in Wigner distribution[J]. Electronics Letters, 2003, 39(5):475-477.
- [11] Padovese L R. Hybrid time-frequency methods for non-stationary mechanical signal analysis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2004,18(5):1047-1064.
- [12] Haykin S, Bhattacharya T K. Wigner-Ville distribution: An important functional block for radar target detection in clutter[C]// Conference on Signals, Systems, and Computers. CA: Pacific Grove, 1994:68-72.
- [13] 孟小芬, 杜文超, 高学强, 等. Wigner-Ville 分布交叉项识别方法研究[J]. 海军航空工程学院学报, 2006, 21(1):187-191.  
Meng Xiaofen, Du Wenchao, Gao Xueqiang, et al. Research on identifying method of the Wigner-Ville distribution to crossing item [J]. Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute, 2006, 21(1):187-191. (in Chinese)
- [14] 杨朝山, 程华, 王仲刚, 等. 基于 Wigner-Ville 时频幅值曲率的结构位置损伤识别[J]. 后勤工程学院学报, 2010,26(6):2-5.  
Yang Chaoshan, Cheng Hua, Wang Zhonggang, et al. Damage location detection for structures based on curvature of Wigner-Ville time-frequency amplitude[J]. Journal of Logistical Engineering University, 2010,26(6):2-5. (in Chinese)
- [15] 周凌, 程华, 王仲刚. 基于振动响应时频分析的桅杆损伤识别方法[J]. 振动与冲击, 2010,29(1):214-218.  
Zhou Ling, Cheng Hua, Wang Zhonggang. Damage identification method for a guyed mast based on WVD cross-term distribution[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010,29(1):214-218. (in Chinese)
- [16] 何浩祥, 闫维明, 张爱林, 等. 基于支持向量机的张弦梁损伤识别试验[J]. 振动、测试与诊断, 2011,31(1):45-49.  
He Haoxiang, Yan Weiming, Zhang Ailin, et al. Analysis of wind-induced displacement response and wind-resistant capability of huge gas tank[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(1):45-49. (in Chinese)
- [17] 安永辉, 欧进萍. 简支梁桥损伤程度识别的模拟和试验[J]. 振动、测试与诊断, 2013,33(1):60-65.  
An Yonghui, Ou Jinping. Experimental and numerical studies on damage severity identification of simply supported beam bridges[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013,33(1):60-65. (in Chinese)



**第一作者简介:**闫维明,男,1960年7月生,教授。主要研究方向为结构抗震与减震、工程振动与智能材料、结构健康监控等。曾发表《Theoretical and experimental studies on a new reversible magnetorheological damper》(《Structural Control and Health Monitoring》2011, Vol. 8, No. 1)等论文。

E-mail: myc2011bjut@163.com



