# 自适应参数优化 EEMD 机械故障特征提取方法<sup>\*</sup>

陈仁祥<sup>1,2</sup>, 汤宝平<sup>3</sup>, 杨黎霞<sup>1</sup>, 周广武<sup>2</sup>

(1.重庆交通大学机电与汽车工程学院 重庆,400074) (2.四川大学空天科学与工程学院 成都,610044)(3.重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆,400030)

**摘要** 针对应用集合经验模态分解(ensemble empirical mode decomposition,简称 EEMD)进行机械故障特征提取 时两个重要参数 k(白噪声幅值系数)和 M(总体平均次数)的选取问题,分析了不同幅值系数的白噪声对信号极值 点分布均匀性和 EEMD 分解精度的影响规律,提出了基于信号极值点分布均匀性的 EEMD 自适应参数优化方法。 该方法根据信号本身特点,自适应选取使信号极值点分布最为均匀的白噪声幅值系数作为 EEMD 的 k 值,再通过 设置期望分解误差计算得到 M 值。通过仿真分析和工程应用,验证了所提方法的可行性和有效性,与现有 EEMD 参数选取方法的对比结果表明了该方法的优势。

关键词 集合经验模态分解;特征提取;极值点;分布均匀性;参数优化 中图分类号 TH165.3;TN911.2

# 引 言

集合经验模式分解<sup>[1]</sup>将噪声辅助分析应用于经 验模式分解<sup>[2]</sup>(empirical mode decomposition,简称 EMD)中,以促进抗混分解,有效地抑制 EMD 中固 有的模式混淆问题。相对于 EMD,经 EEMD 分解 得到的固有模式函数<sup>[2]</sup> (intrinsic mode function,简 称 IMF)更能揭示原信号的物理内涵。EEMD 的这 一抗混特性使其在转子系统[3]、滚动轴承[4]、齿轮 箱[5-6]、信号降噪[7-8]等机械设备故障特征提取及故 障诊断中得到了广泛应用,并显示出其重要的应用 价值和优势。然而,在应用 EEMD 时必须设置两个 重要参数,即加入白噪声的幅值系数 k 和总体平均 次数M。如果这两个参数设置不合适,则会使分解 误差增大,导致分解结果无意义。当 k 过小时,可能 不足以引起信号局部极值点的变化,使加入噪声以 改变信号的局部时间跨度失去了意义;当 k 过大时, 则会使分解误差增大,甚至会湮没原信号特征使分 解失去意义。理论上讲,M值越大则分解误差越 小,直至忽略不计,但 M 的增大将损失计算效率,使 耗时成倍增加。对于 k 和 M 的选取, Wu 等<sup>[1]</sup>建议 k 由原信号的标准差乘以一个分数来定义,一般取 原信号标准差的 0.2 倍。信号中高频成分多时 k 适 当减小,反之则适当增大 k。M 可通过设置分解误 差来确定,该方法是一种经验方法,是非自适应性 的。陈略等<sup>[9]</sup>应用信号中的高频成分的幅值标准差 与低频成分的幅值标准差之比来确定 k,再通过设 定的期望分解误差求出 M,该方法有一定应用价 值,但计算过程中不易区分信号的高频成分与低频 成分。

针对 EEMD 中的两个重要参数 k 和 M 的选取 问题,分析了白噪声幅值系数改变原信号极值点分 布的规律及其对 EEMD 分解精度、效率和分解误差 的影响。根据信号本身的特点,通过计算加入白噪 声后极值点的分布均匀性的改变来自适应地选取 k,设置 EEMD 的期望分解误差来计算 M。提出了 最优参数的 EEMD 方法,仿真信号和工程实例验证 了所提方法的可行性和有效性。

# 1 EEMD 的抗混原理

EEMD本质是一种叠加高斯白噪声的多次经验模式分解,其计算步骤见文献[1],信号 x(t)经

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51305471,51375514);中国博士后科学基金资助项目(2014M560719);重庆市基础与前沿研究计划资助项目(cstc2014jcyjA70009);重庆市教育委员会科学技术研究资助项目(KJ1400308) 收稿日期:2012-07-06;修回日期:2012-11-16

第 34 卷

EEMD 分解后得到 K 个 IMF 分量和 1 个余项 <math>r(t),如式(1)所示

$$x(t) = \sum_{j=1}^{K} c_j(t) + r(t)$$
(1)

其中: $c_j(t)$ 为第j个 IMF 分量。

为了评价 EMD 的分解精度,文献[2]提出了计 算 IMF 分量的正交性指标(index of orthogonality, 简称 IO)来进行评价,IO 值越小则精度越高,其计 算公式如式(2)所示。EEMD的本质还是 EMD,所 以 EEMD 的分解精度也可以应用 IO 值来进行评价

$$IO = \sum_{t=0}^{T} \left( \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} c_i(t) c_j(t) / x^2(t) \right) \quad (i \neq j)$$
(2)

其中:T为信号总长度。

模式混淆是指1个 IMF 中包含差异极大的特 征时间尺度,或者相近的特征时间尺度分布在不同 的 IMF 中,导致相邻的 2 个 IMF 波形混淆,相互影 响,难以辨别。Huang 等<sup>[2]</sup>认为引起模式混淆的原 因在于间歇现象,引起间歇现象的往往是异常事件 (如间断信号、脉冲干扰等)。在 EMD 计算过程中, 求取原信号的均值曲线是关键步骤。常用的方法是 用三次样条线将原信号的极大值点和极小值点分别 连接起来得到上下包络线,再由上下包络线计算出 均值曲线。在求取包络线时,信号如存在异常事件 则势必影响极值点的选取,使极值点分布不均匀,从 而导致求取的包络为异常事件的局部包络和真实信 号包络的组合。经该包络计算出的均值,再筛选出 的 IMF 分量就包含了信号的固有模式和异常事件 或者包含了相邻特征时间尺度的固有模式,从而产 生了模式混淆现象。EEMD 将白噪声加入待分解 信号来平滑异常事件,改变原信号极值点的分布特 性,使其分布更加均匀,所求取的包络线中仅包括异 常事件或真实信号的包络,从而有效抑制了模式混 **淆问题**。

如图 1 所示,仿真信号 s(图 1(e))由 gauspuls 脉冲分量干扰  $s_1(图 1(a))$ 、频率为 7 Hz 的正弦分 量  $s_2(图 1(b))$ 、标准差为 0.02 的白噪声  $s_3(图 1$ (c))和趋势项  $s_4(图 1(d))$ 组成,信号的长度为 1 024 点。

图 2(a)为仿真信号的 EMD 分解结果,包括 3 个 IMF 分量(c<sub>1</sub>~c<sub>3</sub>)和 1 个余项 r。显然,只有 c<sub>3</sub> 和 r 才具有真实的物理意义,分别代表了 s<sub>2</sub> 和 s<sub>4</sub>。 c<sub>1</sub>和 c<sub>2</sub> 完全失真,失去了物理意义,即在这种情况



Fig. 2 The results of two decomposition methods

下 EMD 无法分析信号本质,存在严重的模式混淆 现象。图 2(b)为 EEMD 分解结果,c1 代表了 s3,c2

代表了 s<sub>1</sub>,c<sub>3</sub> 代表了 s<sub>2</sub>,r 代表了 s<sub>4</sub>。虽然 c<sub>1</sub> 含有微弱的 s<sub>1</sub> 成分,但已有效地分解出了 s<sub>1</sub> 和 s<sub>3</sub>。由此可见,EEMD 有效地抑制了模式混淆现象,能高质量地分解出原信号中的各个组分,比 EMD 更具优势。

## 2 EEMD 参数对分解结果的影响

#### 2.1 k 对信号极值点分布的影响

EEMD 中加入白噪声的目的是平滑异常事件, 使信号极值点的分布更加均匀,而不同的 k 值对极 值点分布均匀性的影响存在差异。极大(小)值序列 相邻点的幅值差值和间距(间隔点数)分别反映了极 大(小)值的纵向分布和横向分布。当极大(小)值序 列相邻点的幅值差值和间距变化不大,即波动较小 时,极值大(小)值的分布就愈加均匀。波动程度可 用标准差来衡量,当标准差小则波动就小,反之亦 然。所以,利用极大(小)值序列相邻点的点幅值差 值和间距的波动程度即其标准差来评价极值点的分 布均匀性。标准差计算公式为

$$\text{STD} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (y_i - u)}$$
(3)

其中: y<sub>i</sub>为待计算数字序列; u 为 y<sub>i</sub> 的平均值; N 为 数据长度。

通过仿真分析来说明 k 值对极值点分布均匀性 的影响。首先,计算出前文的仿真信号 s(见图 1)(e))的标准差 $\sigma = 0.7$ ,然后分别加入幅值系数 k =0.01,0.02,···,0.5 倍σ的白噪声,计算每次加入白 噪声后极大(小)值序列相邻点的幅值差值的标准差 std1\_max(std1\_min)和间距的标准差 std2\_max (std2\_min),如图 3 所示。观察图 3(a)和图 3(b), 随着 k 值的增大,极大(小)值序列相邻点幅值差值 的标准差呈现先减小再增大的趋势;观察图 3(c)和 图 3(d),随着 k 值的增大,极大(小)值序列相邻点 间距的标准差迅速减小到一定程度后趋于稳定。欲 使极大(小)值点分布更为均匀,则极大(小)值序列 相邻点的幅值差值和间距的波动都应更小,即 std1\_ max(std1\_min)和 std2\_max (std2\_min)要更小。 而 std1\_max(std1\_min)和 std2\_max(std2\_min)并 不是同时达到最小,综合考虑两者的变化规律,将其 相乘得 std\_max(std\_min),如式(4)所示,当 std\_ max和 std\_min 取得最小时,信号极大(小)值点纵 向和横向波动综合起来最小,即分布最为均匀。





实际计算过程中,使 std\_max 和 std\_min 达到 最小值的白噪声幅值系数  $k_{max}$  和  $k_{min}$  可能会 有微小差别,此时取  $k_{max}$  和  $k_{min}$  的平均值以使 信号极值点分布最为均匀。在图 3(e)和图 3(f)中  $k_{max}=0.04\sigma$ , $k_{min}=0.06\sigma$ ,此时取白噪声幅值 系数为  $k_{mean}=(k_{max}+k_{min})/2=0.05\sigma$ 时, 信号极值点分布最为均匀。

#### 2.2 *k* 和 *M* 对 EEMD 结果的影响

加入噪声引起的 EEMD 分解误差 e = h h m M关系见式(5)<sup>[1]</sup>。Wu 等<sup>[1]</sup>认为,当  $e \leq 0.01$ 时,残 留噪声引起的分解误差非常小,一般情况下取 e =0.01即可。由式(5)可得式(6),当 k 较小时,由 式(6)计算的 M 可能会小于 1,为了减小加入噪声 引起的误差,当由式(6)计算出的 M < 20时,取 M = 20。

$$e = \frac{k}{\sqrt{M}} \tag{5}$$

$$M = \left(\frac{k}{e}\right)^2 \tag{6}$$

对仿真信号 s 进行 EEMD 分解, k 分别取0.01,

0.02,…,0.5 倍  $\sigma$ , *M* 由式(6)计算得到, 若小于 20 则取 20。IO 值随着 *k* 的变化规律如图 4(a)所示, 当 *k* = 0.05  $\sigma$  时, IO 值最小为 0.006 09, 即EEMD分 解精度在此处最高。观察图 4(a), IO 值随 *k* 的增大 呈现先减小再增大, 当 *k* 大于 0.25  $\sigma$  后有减小趋势 并趋于稳定, 但此时 IO 值约为 0.1, 分解精度低。 根据式(6), *k* 越大势必 *M* 越大, 计算效率越低, 所 以当 *k*=0.05  $\sigma$  时是 EEMD 的最优参数。图 4(b)和 (c)为分解误差 *e* 和 IO 值随总体平均次数 *M* 的关 系。当 *M*=20 时, *e*=0.006 03 <0.01, 即分解误差 在接受范围内。观察图 4(c)可知, 随着 *M* 的增大, IO 值减小到一定程度后趋于平稳, 当 *M*=20 时 IO=0.006 09。



Fig. 4 Relationship between the result and the k, M

综上,信号极值点分布的均匀性指标 std\_max 和 std\_min 随 k 的增大呈现先减小再增大的趋势, 当 std\_max 和 std\_min 最小时,信号极值点分布最 为均匀。EEMD 的分解精度 IO 值随 k 的增大会取 得一个最小值,使 IO 值取得最小的 k 值与使 std\_ max 和 std\_min 取得最小的 k 值相同,即当所加白 噪声使信号的极值点分布最为均匀时,EEMD 的分 解精度达到最高。同时,总体平均次数 M 的增大可 以减小分解误差和提高分解精度,但当 M 增大到一 定程度后,对分解误差和精度已无明显改善。

# 3 EEMD 自适应参数优化方法

根据不同白噪声幅值系数 k 和总体平均次数 M 对 EEMD 分解结果的影响规律,提出 EEMD 自 适应参数优化方法。其基本思路为对待分析信号加 入幅值系数依次增大的白噪声,获得使 std\_max (std\_min)达到最小的幅值系数,将该幅值系数和期 望的分解误差 e(一般取 e=0.01 即可)代入式(6), 得到总体平均次数,从而得到 EEMD 分解的最优参 数。实际计算过程中,使 k\_max 和 k\_min 取得最小 的白噪声幅值系数可能会出现微小差别,此时取两 个幅值系数的平均值即可。本研究方法根据不同信 号的特点及其极值点分布可自适应选取 k 和 M,该 方法计算步骤归纳如下。

1) 求出原信号 x(t) 的标准偏差  $\sigma$ ,分别加入 N次(N一般取 50,如有需要 N 可适当增大)不同 幅值系数的白噪声  $n'_i(t)$ ,白噪声幅值系数如下

$$k(i) = \frac{i}{100}\sigma \qquad (i = 1 \sim N) \tag{7}$$

2) 计算每次加入白噪声后的上、下极值点序列 extr\_max( $x_1, y_1$ )和 extr\_min( $x_2, y_2$ ), $x_1, y_1$ ( $x_2, y_2$ )为对应极值点的横、纵坐标。

3) 计算 extr\_max(x1, y1)和 extr\_min(x2, y2)
 的幅值差值标准差和间隔点数标准差之积 std\_max
 和 std\_min,如式(8)和式(9)所示

std\_max = 
$$\sqrt{\frac{1}{N_{1-1}} \sum_{i=N_1}^{N_{1-1}} (|x_{1i+1} - x_{1i}| - u_1)} \times \sqrt{\frac{1}{N_{1-1}} \sum_{i=N_1}^{N_{1-1}} (|y_{1i+1} - y_{1i}| - u'_1)}}$$
 (8)

std\_min = 
$$\sqrt{\frac{1}{N_{2-1}} \sum_{i=N_2}^{N_{2-1}} (|x_{2i+1} - x_{2i}| - u_2)} \times \sqrt{\frac{1}{N_{2-1}} \sum_{i=N_2}^{N_{2-1}} (|y_{2i+1} - y_{2i}| - u'_2)}$$
(9)

其中: $N_1$ , $N_2$ 为 extr\_max( $x_1$ , $y_1$ )和 extr\_min( $x_2$ ,  $y_2$ )的点数; $u_1$ , $u'_1$ , $u_2$ , $u'_2$ 分别为 extr\_max( $x_1$ , $y_1$ ) 和 extr\_min( $x_2$ , $y_2$ )幅值差值的平均值和间隔点数 的平均值。

4) 计算使 std\_max 和 std\_min 达到最小值的 白噪声幅值系数 k\_max 和 k\_min 的平均值 k,再根 据式(6)计算 M,当 M<20 时,取 M=20。</li>

5) 根据 k 和 M 进行 EEMD 分解得到 IMF

#### 分量。



### 4 工程实例

#### 4.1 滚动轴承外圈故障特征提取

将本研究方法用于滚动轴承外圈故障特征提 取。试验台由电动机、模拟载荷、电机控制装置等组 成,如图 6 所示。轴承型号为 UN205,滚动体直径 为 7.5 mm,滚动体数目为 12 个,节径为 38.7 mm, 接触角为 0°,转速为 800r/min。该轴承外圈存在故 障,经计算可知故障特征频率为 f。=64.5 Hz。信 号采样频率为 12 kHz,信号长度为 1 024 点,原始 信号如图 7(a)所示,其幅值谱如图 7(b)所示,从其时 域波形图和幅值谱中难以观察到轴承外圈故障频率。



图 6 试验现场 Fig. 6 The test field





分别用文献[1]、文献[9]和本研究方法来确定 白噪声幅值系数 k,文献[1]建议 k=0.2,根据文 献[9]计算结果k=0.235,采用本研究方法计算结果 k=0.09。分解误差均设为 e=0.01,由式(6)分别 计算出 3 种方法的总体平均次数 M 分别为 202,279 和 41,计算耗时和分解精度(IO 值)如表 1 所示。 计算机配置为 Intel Celeron E3300 处理器(主频为

第 34 卷

2.50 GHz)、320 G 硬盘、2 G 内存。由表 1 可知,本 研究方法的精度有所提高(IO 值小),同时,本研究 方法耗时约为文献[1]的 1/5、文献[9]的 1/6,计算 效率得到了大幅度提高。

#### 表 1 外圈故障分析 3 种算法比较

Tab. 1 A comparison between results of three methods in analysis of outer ring fault

比较项	文献[2]	文献[9]	本研究算法
k	0.2	0.235	0.09
M	202	279	41
耗时/s	50.571	65.172	11.218
IO	0.011 52	0.012 84	0.009 42

图 7(c)是经本研究方法对轴承故障信号分解 得到的第1阶 IMF 分量,从图中可明显观察到周期 性冲击,其冲击周期 T=15.5 ms,即冲击频率 f= $\frac{1}{T}=64.51$  Hz,与前文所计算的轴承外圈故障频率 相吻合。同时计算 IMF<sub>1</sub> 的幅值谱,如图 7(d)所示, 主要频率是 64.52,128.91,199.22,257.81 Hz 等多 倍频,与计算的外圈故障特征频率吻合。所以,本研 究方法快速、准确提取了轴承外圈故障特征。

#### 4.2 滚动轴承滚动体故障特征提取

将本研究方法用于滚动轴承滚动体故障特征提 取。某型号轴承节径为 15 mm,滚动体直径为 3.969 mm,接触角为 15°,滚动体数目为 7 个,转速 为 1 000 r/min,信号采样频率为 25.6 kHz,信号长 度为 2 048 点,原始信号如图 8(a)所示。该轴承中 的一个滚动体存在剥落,经计算特征频率,滚动体自 转频率  $f_k = 29.437$  Hz。分别用文献[1]、文献[9] 和本研究方法来确定白噪声幅值系数 k,文献[1]建 议 k=0.2,根据文献[9]计算结果 k=0.112,采用本 研究方法计算结果 k=0.1。分解误差均设为 e=0.01,由式(6)计算出 3 种方法的总体平均次数 M 分别为 308,97 和 77,计算耗时和分解精度(IO 值) 如表 2 所示。3 种方法的精度相差不大,但本研究 方法耗时最少。

表 2 滚动体故障分析 3 种算法比较

 
 Tab. 2
 A comparison between results of three methods in analysis of rolling body fault

比较项	文献[2]	文献[9]	本研究算法
k	0.2	0.152	0.1
M	308	177	77
耗时/s	77.108	41.346	21.068
IO	0.010 15	0.010 32	0.099 25



图 8 滚动轴承滚动体故障信号分析 Fig. 8 Analysis of rolling bearing fault signal

图 8(b)为应用本研究方法得到的第 1 阶 IMF 分量,可看出其冲击周期 T=17.1 ms,则冲击频率  $f=\frac{1}{T}=58.48 \text{ Hz}$ ,有  $f\approx 2f_{k}$ ,所以判断出该轴承 滚动体存在故障。

# 5 结 论

1)信号极值点分布的均匀性指标 std\_max 和 std\_min 随 k 的增大呈现先减小再增大的趋势,std\_max 和 std\_min 越小则信号极值点分布越均匀。 EEMD 的分解精度 IO 值随 k 的增大会取得一个最小值,使 IO 值取得最小的 k 值与使 std\_max 和 std\_min取得最小的 k 值相同,即当所加白噪声使信号的极值点分布最为均匀时,EEMD 的分解精度达到最高。

2)针对 EEMD 中两个重要参数——白噪声幅 值系数 k 和总体平均次数 M 的选取问题,根据不同 幅值系数的白噪声对信号极值点分布均匀性影响规 律,提出了 EEMD 自适应参数优化方法,对不同信 号选取不同的参数,保证了分解精度和计算效率,为 EEMD 参数的选取提供了新的思路。

 3)工程应用实例的结果表明,该方法能快速、 有效地提取故障特征,为机械故障特征提取提供了 一种新的手段,具有良好的应用前景。



[1] Wu Zhaohua, Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise assisted data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis,2009,1(1): 1-41.

- [2] Huang N E, Shen Z, Long S R. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1998, 454(1):903-995.
- [3] Lei Yaguo, He Zhengjia, Zi Yanyang. Application of the EEMD method to rotor fault diagnosis of rotating machinery[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009 (23):1327-1338.
- [4] Matej Z, Samo Z, Ivan P. Multivariate and multiscale monitoring of large-size low-speed bearings using ensemble empirical mode decomposition method combined with principal component analysis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010(24): 1094-1067.
- [5] 李辉,郑海起,唐力伟.基于 EEMD 和 THT 的齿轮故 障诊断方法[J].振动、测试与诊断,2011,31(4):496-500.

Li Hui, Zheng Haiqi, Tang Liwei. Gear fault diagnosis based on ensemble empirical mode decomposition and teager-huang transform [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(4): 496-500. (in Chinese)

- [6] Zhou Yuqing, Tao Tao, Mei Xuesong, et al. Feed-axis gearbox condition monitoring using built-inposition sensors and EEMD method[J], Mechanical Systems and Signal Processing, 2011(27): 785-793.
- [7] 陈隽,李想.运用总体经验模式分解的疲劳信号降噪 方法[J].振动、测试与诊断,2011,31(1):15-19.

Chen Jun, Li Xiang. Application of ensemble empirical mode decomposition to noise reduction of fatigue signal [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011,31(1):15-19. (in Chinese)

[8] 陈仁祥,汤宝平,吕中亮.基于相关系数的 EEMD 转子 振动信号降噪方法[J].振动、测试与诊断,2012,32 (4):542-546.

Chen Renxiang, Tang Baoping, Lü Zhongliang. A ensemble empirical mode decomposition de-noising method based on correlation coefficients for vibration signal of rotor system [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012,32(4):542-546. (in Chinese)

[9] 陈略,唐歌实,訾艳阳,等. 自适应 EEMD 方法在心电 信号处理中的应用[J]. 数据采集与处理,2011,26 (3):361-366.

Chen Lue, Tang Geshi, Zi Yanyang, et al. Application of adaptive ensemble empirical mode decomposition method to electrocardiogram signal processing [J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2011, 26 (3): 361-366. (in Chinese)



第一作者简介:陈仁祥,男,1983年9月 生,博士研究生。主要研究方向为信号 分析与处理、测试计量技术及仪器等。 曾发表《基于相关系数的 EEMD 转子振 动信号降噪方法》(《振动、测试与诊断》 2012 年第 32 卷第 4 期)等论文。 E-mail:manlou.yue@126.com