

# 基于压电激振的弹性模量测量方法\*

贺良国<sup>1,2</sup>, 刘永斌<sup>2,3</sup>, 张连生<sup>2</sup>, 琚斌<sup>2</sup>, 潘巧生<sup>2</sup>

(1. 合肥工业大学机械与汽车工程学院 合肥, 23009) (2. 中国科学技术大学精密机械与精密仪器系 合肥, 230027)  
(3. 安徽大学电气工程与自动化学院 合肥, 230039)

**摘要** 为了提高固体材料弹性模量测量精度以及简化测量过程, 提出一种新的固体材料弹性模量测量方法。首先, 采用压电陶瓷激振与拾振测试试件的一阶共振频率; 其次, 利用有限元仿真软件 ANSYS 对试件的振动模态进行仿真; 最后, 将实测的一阶共振频率与 ANSYS 仿真结果进行对比, 从而推算出试件材料的弹性模量。分别对钛合金、铝合金、不锈钢试件的弹性模量进行了测量与分析, 测量结果精确可靠。对钛合金相同批次、相同直径、不同长度的试件进行了测量, 测量误差小于 0.3%。该方法消除了传统动态共振测量法中数值拟合求一阶共振频率带来的误差, ANSYS 模态仿真降低了对试件的形状要求, 使测量过程简化, 测量精度显著提高。

**关键词** 弹性模量; 压电激振; 共振频率; ANSYS 仿真

**中图分类号** TH113.1; O329

## 引言

弹性模量是表征材料特性与变形力之间关系的一个重要特征量, 材料弹性模量的精确测量是研究材料特性与使用的重要环节。目前测量弹性模量的方法很多, 主要分为静态测量法和动态测量法<sup>[1-4]</sup>。静态法测量弹性模量时, 由于加载速度慢, 存有弛豫过程, 不能真实地反映材料内部结构的变化, 且脆性材料如玻璃、陶瓷等无法用这种方法测量, 也不便测量材料在不同温度时的弹性模量<sup>[5]</sup>。动态共振测量法可适用于不同的材料和不同的温度, 测定的温度范围极广, 从液氮温度—室温—1 000~2 600 °C 内均可, 其实验结果稳定, 误差小, 从而成为广泛采用的测量方法<sup>[6]</sup>。

传统的动态共振测量法<sup>[7]</sup>存在两个问题。其一, 在待测试件的两个基频振动节点位置, 梁的一阶振动振幅为零, 一阶共振难以被激振与拾振, 频率无法测得。通常的解决办法是采用外延法<sup>[8]</sup>, 通过数值拟合得到待测试件的一阶共振频率。由于不能在理论节点进行激振与拾振, 外延数值拟合势必会带来测量误差, 使得一阶共振频率测量不够准确, 同时使得测量过程变得复杂。其二, 在计算材料的弹性模量时, 传统动态共振法使用理论计算公式进行计

算<sup>[9]</sup>。使用公式计算, 一方面限定待测试件的外形条件须为细长杆, 另一方面因使用修正系数引入新的计算误差。

针对上述传统动态共振测量法存在的不足, 基于传统动态共振法, 提出了一种新的固体材料弹性模量测试方法, 旨在解决节点处不能激振与拾振问题以及简化待测试件要求, 进而使测量结果更精确、过程更简洁。该方法利用压电陶瓷形变产生的应力来激励和检测待测试件共振以测量其一阶共振频率, 使悬挂支撑位置可以位于基频振动的理论节点处, 克服使用外延数值拟合法的缺陷。此外, 该方法用有限元仿真软件 ANSYS 仿真法直接得到待测试件的弹性模量, 避免使用理论公式系数修正引进的新误差, 从而解决了实际应用中绝大多数试件不符合细长杆要求的问题。

## 1 测量原理

对于均匀等截面梁, 在不受外力作平面内低频横向固有振动时, 可视为伯努利-欧拉梁, 梁的主要变形是弯曲变形, 横向自由振动满足微分方程<sup>[10]</sup>

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EI} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金青年基金资助项目(51405127); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(WK2090090009); 青年教师创新资助项目(2014HGQC0031)

收稿日期: 2012-10-22; 修回日期: 2012-12-25

其中: $y(x, t)$ 为梁上  $x$  位置在  $t$  时刻的横向位移; $S$ 为棒横截面积; $\rho$ 为材料密度; $E$ 为梁的弹性模量; $I$ 为惯性矩。

由式(1)可得梁两端自由时的横向固有振动的频率和主振型为

$$\cos\beta l \operatorname{ch}\beta l = 1 \quad (2)$$

$$y(x) = C[\cos\beta x + \operatorname{ch}\beta x + r(\sin\beta x + \operatorname{sh}\beta x)] \quad (3)$$

其中: $r = -\frac{\cos\beta l - \operatorname{ch}\beta l}{\sin\beta l - \operatorname{sh}\beta l}$ ;  $\beta^4 = \frac{\omega^2}{\alpha^2}$ ;  $\alpha^2 = \frac{EI}{\rho S}$ ;  $C$ 为常量;

$\omega$ 为共振频率。

式(2)为固有频率方程,式(3)为主振型方程。

由式(2)、式(3)可得,梁两端自由时,其一阶振动波形及节点位置如图 1 所示。

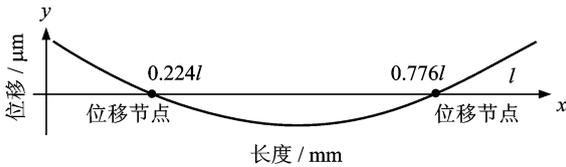


图 1 一阶共振模式及节点位置

Fig. 1 First resonant mode and nodes position

一阶共振梁轴向位移曲线和应力曲线见图 2。

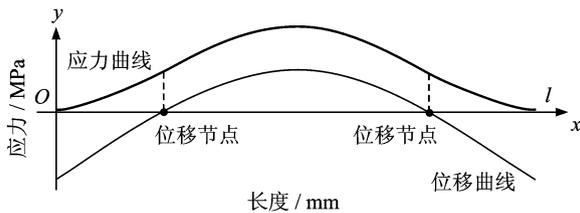


图 2 一阶横向振动时梁的轴向位移和应力示意图

Fig. 2 Axial displacement and stress schematic diagram of the beam's first transverse vibration

由图 2 可知,梁共振时位移节点处的轴向位移为零,节点处的轴向应力并不为零。使用应力激励法可以在位移节点处进行激振和拾振,使梁产生一阶共振,进而得到梁的一阶共振频率。

### 1.1 一阶共振频率测量

一阶共振频率测量原理如图 3 所示。待测试件为等截面圆棒,在试件两个基频位移节点处同一方向上各贴一片微小陶瓷片。将待测试件在节点处悬挂支撑,使其处于自由状态,给激振压电陶瓷片施加激励信号,利用压电陶瓷的逆压电效应,在接触处产生应力,应力从节点处激励整个待测杆件自由振动(如图 1 所示的振动状态)。拾振压电陶瓷片产生一个电压输出,用示波器接收。不断调整输入电压信号

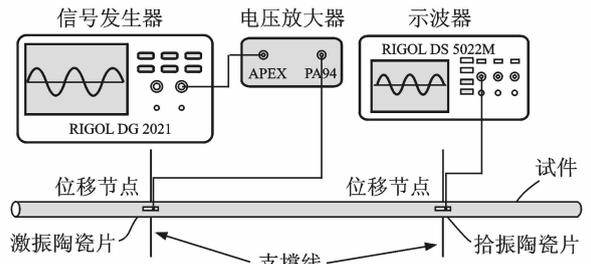


图 3 一阶共振频率测试原理图

Fig. 3 Measurement principle scheme of the first resonant frequency

的频率,当示波器上出现最大的稳定电压值时,输入信号频率即为一阶共振频率的测量值。

### 1.2 ANSYS 仿真求弹性模量

在 ANSYS 中对试件及陶瓷片进行建模,利用已知的陶瓷参数及待测试件的相关参数,模态仿真<sup>[11]</sup>计算试样的一阶固有频率,使计算结果与实验结果一致时所用的弹性模量值即可认为是该试样的弹性模量的测试值。

## 2 实验与分析

### 2.1 实验装置及过程

实验装置如图 4 所示。待测试件为圆棒,试件编号、材料、长度、直径、质量等参数见表 1。表 1 中: $l$ 为试件长度; $d$ 为试件直径; $m$ 为试件质量; $f_r$ 为试件一阶共振频率测试值; $E$ 为试件材料弹性模量测试值。

实验器材包括数字信号发生器、电压放大器、数字示波器、数显高度尺、数显千分尺和电子台秤。激振和拾振元件包括压电陶瓷片(5 mm×2 mm×0.4 mm, PZT8)、悬挂支撑线和钨丝线(直径为 0.08 mm)。根据待测试件的不同长度,实验装置设

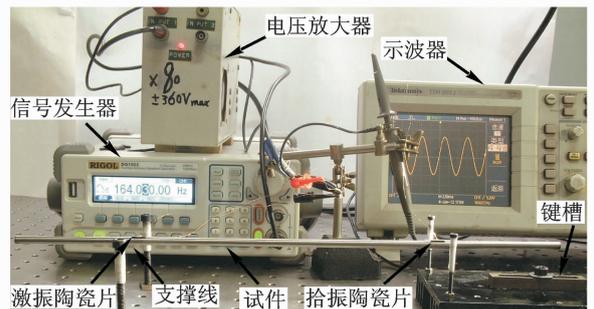


图 4 实验装置

Fig. 4 Experimental installation

计了方便调节两个支撑线间距的结构,如图4中的键槽所示。

表1 试件的参数、一阶共振频率测试值和弹性模量计算值  
Tab.1 Sample parameters, measure results of first resonant frequency and elastic modulus

试件编号	试件材料	$l/mm$	$d/mm$	$m/g$	$f_i/Hz$	$E/GPa$
1	钛合金 (Ti-6Al-4V)	400.04	5.993	49.76	164.03	106.13
2	铝合金 (7075-T651)	400.05	6.041	31.11	169.70	69.26
3	不锈钢 (S303)	400.04	5.984	88.82	170.77	207.98
4	钛合金 (Ti-6Al-4V)	299.98	3.995	16.58	194.01	106.38
5	钛合金 (Ti-6Al-4V)	400.06	3.994	22.10	109.07	106.36
6	钛合金 (Ti-6Al-4V)	500.05	3.993	27.61	69.69	106.04

测试过程如下。

1) 激振。如图4所示,信号发生器输出的正弦信号经电压放大器放大,激励电压为 $20V_{pp}$ ,激励激振压电陶瓷片使棒振动。实验前根据试件的材质、尺寸、质量等参数通过理论公式估算出一阶共振频率的数值,选择合适的激励频率逐渐调节,直至试件出现振动现象,再微调激励信号的频率至试件共振。

2) 拾振。示波器检测拾振陶瓷片片的电压输出,根据输入信号的频率变化监测示波器上的示数变化。通过示波器观察拾振陶瓷片上的电压输出,观察其幅值随激励频率的变化。

3) 记录。当示波器上出现稳定的最大示数时,记录下输入信号的频率值,这个值即为待测试件的一阶共振频率测试值。

测试过程中,除试件外,悬丝、支架等部件都有自己的共振频率,都可能以其本身基频或高次谐波频率发生共振。因此,正确判断示波器上显示的信号是否为试件的真正共振信号成为关键,可用下述方法来判断:

- 1) 峰宽判断法,虚假共振峰较宽,真峰很窄;
- 2) 波幅判断法,手托试件,假波幅不变,真波幅衰减;
- 3) 声音判断法<sup>[5]</sup>,真峰啸叫尖锐;
- 4) 发生共振时迅速切断信号源,虚假共振很快消失,真峰会逐渐衰减;
- 5) 测试时尽可能采用较弱的信号激发,这样发生虚假信号的可能性较小<sup>[9]</sup>,激励电压信号强度以激励试件产生可观测的共振振动为宜,即拾振端示

波器能够观测到明显的电压输出。

依据上述实验方法分别测得1~6号试件的一阶共振频率测试值 $f_{i1} \sim f_{i6}$ (表1)。

## 2.2 ANSYS 仿真

以1号试件为例,进行ANSYS优化仿真求解弹性模量值。试件材料为钛合金,长为400.04 mm,直径为5.993 mm,质量为49.76 g,密度为 $4410 \text{ kg/m}^3$ 。压电陶瓷的压电系数 $e_{33}, e_{31}$ 分别为14.1,  $-4.1 \text{ C/m}^2$ ;介电常数 $\epsilon_{33}$ 为659.7,弹性模量为 $7.9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,密度为 $7500 \text{ kg/m}^3$ 。

图5所示是利用ANSYS 13.0优化求弹性模量值的流程示意图,其中试件建模包含激振和拾振陶瓷片。根据经验及查表设置弹性模量仿真的起始值为 $E_{s0} = 100 \text{ GPa}$ ,根据实测的一阶共振频率值 $f_i$ ,设定 $M$ 的阈值为0.001。

ANSYS优化仿真模态分析结果如图6所示。当 $E = 106.13 \text{ GPa}$ 时,一阶共振频率的仿真数值

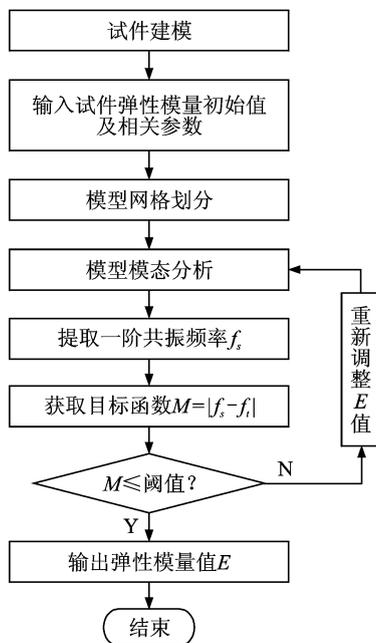


图5 ANSYS优化求值流程图

Fig.5 The flow chart of the evaluation optimized by ANSYS

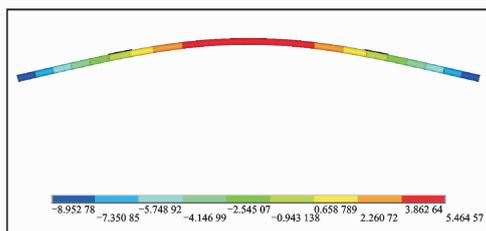


图6 ANSYS一阶模态仿真

Fig.6 First simulation mode from ANSYS

$f_s = 164.03 \text{ Hz}$ ,与实际测试值  $f_t$  相等。因此,1号试件材料的弹性模量被测定为  $E = 106.13 \text{ GPa}$ 。

同上方法,可得2~6号试件材料的弹性模量值。

### 2.3 结果及分析

分别对1,2,3号3个试件进行测试,测得3种材料(钛合金、铝合金、不锈钢)的弹性模量分别为106.13,69.26和207.98 GPa,得到了较好的实验结果,3种材料的弹性模量均接近其真实值。实验用钛合金材料是同一批次、同一直径、不同长度的试件进行测试,测得它们的弹性模量分别是106.38,106.36,106.04 GPa,误差仅为0.3%,充分说明了测量的精确性。

## 3 结束语

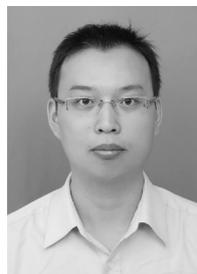
针对弹性模量传统动态测试法存在的问题,提出了一种新的弹性模量测量法。采用压电陶瓷进行激振和拾振,使支撑点可以直接选在节点位置,避免了传统动态共振测试法使用外延拟合的不足。同时使用有限元仿真软件 ANSYS 进行仿真,降低了对待测试件的结构要求。通过实验方法对3种不同材料进行测量,验证了该方法测量精度高、测量过程简单的优点,是一种经济实用的测量方法。

### 参 考 文 献

- [1] 赵国明,李大磊.霍尔传感器在杨氏模量测量中的应用[J].吉林化工学院学报,2010,27(2):74-76.  
Zhao Guoming, Li Dalei. Application of Hall sensor in Young modulus measurement[J]. Journal of Jilin Institute of Chemical Technology, 2010, 27(2): 74-76. (in Chinese)
- [2] 王伟.拉伸法测杨氏模量的改进[J].西南科技大学学报,2009,24(2):92-94.  
Wan Wei. The improvements of measuring Young's modulus by means of tensile method[J]. Journal of Southwest University of Science and Technology, 2009, 24(2): 92-94. (in Chinese)
- [3] Rafael M D. Flexural vibration test of a cantilever beam with a force sensor: fast determination of Young's modulus[J]. European Journal of Physics, 2008, 29: 589-597.
- [4] Salvatore G. A simple experiment on flexural vibrations and Young's modulus measurement[J]. Physics Education, 2009, 44(3): 236-240.
- [5] 闵爱琳.动态法测量固体材料的杨氏模量[J].武汉工

业学院学报,2008,27(2):96-98.

- Min Ailin. The way of getting the Young's modulus of solid material by dynamic measure technique[J]. Journal of Wuhan Polytechnic University, 2008, 27(2): 96-98. (in Chinese)
- [6] 段卓琦.金属杨氏模量的动态法测量研究[J].科教前沿,2009,29:57-58.  
Duan Zhuoqi. Study on dynamic measuring method of metal Young's modulus[J]. Science & Technology Information, 2009, 29: 57-58. (in Chinese)
- [7] 刘吉森,张进治.杨氏模量的动态法测量研究[J].北方工业大学学报,2006,18(1):49-52.  
Liu Jiesen, Zhang Jinzhi. Study on dynamic measuring method of Young's modulus[J]. Journal of North China University of Technology, 2006, 18(1): 49-52. (in Chinese)
- [8] 季诚响,丁晟.动态法测量杨氏模量实验的数据处理[J].实验室科学,2009,1:87-89.  
Ji Chengxiang, Ding Sheng. The date processing of the dynamic young's module experiment[J]. Laboratory Science, 2009, 1: 87-89. (in Chinese)
- [9] 黄亦明.动态法测定材料的杨氏模量[J].物理与工程,2002,12(5):35-36,56.  
Huang Yiming. Measurement of solid materials' Young's modulus by dynamical resonance method[J]. Physics and Engineering, 2002, 12(5): 35-36, 56. (in Chinese)
- [10] 郭兰满,黄迪山,朱晓锦.传递矩阵法分析轴向受力智能梁的振动和稳定性[J].振动、测试与诊断,2011,31(1):78-84.  
Guo Lanman, Huang Dishan, Zhu Xiaojin. Transverse vibration and stability analysis of smart beam subject to axial force[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(1): 78-84. (in Chinese)
- [11] 赵俊,聂振华,马宏伟.拱结构模态测试中传感器优化配置[J].振动、测试与诊断,2011,31(2):217-222.  
Zhao Jun, Nie Zhenhua, Ma Hongwei. Sensor placement optimization for modal test of arch structure[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(2): 217-222. (in Chinese)



**第一作者简介:**贺良国,男,1980年7月生,博士、讲师。主要研究方向为超声电机及超声换能器。

E-mail: helg@hfut.edu.cn