

裂纹齿轮啮合刚度的劣化特性*

张建宇, 刘鑫博, 张飞斌

(北京工业大学先进制造技术北京市重点实验室 北京, 100124)

摘要 基于轮齿的变截面阶梯悬臂梁假设, 综合考虑轮齿弯曲、基础变形、接触变形等因素, 首先, 建立了健康齿轮时变刚度的计算模型, 利用解析法与有限元仿真对比研究, 获得了健康齿轮啮合刚度的分布曲线; 然后, 基于线弹性断裂力学前提下的齿根裂纹扩展路径, 建立了包含不同尺度裂纹的有限元模型; 最后, 针对不同长度的裂纹齿轮, 计算获得了 1.5 个啮合周期内的刚度曲线, 从而建立了裂纹尺寸与刚度劣化特性的影响关系。通过对比单、双齿不同啮合区内的劣化规律, 表明单齿啮合区由于单齿承载, 其劣化程度明显高于双齿啮合区。此外, 啮入阶段与啮出阶段的双齿啮合区劣化特性也存在一定差异。

关键词 啮合刚度; 有限元计算; 齿根裂纹; 啮合周期; 劣化程度

中图分类号 TH132.413; TH114

引言

齿轮是工业生产中的关键旋转设备, 在机械、化工、飞机、采矿等行业中有着广泛的应用, 其工作性能对整个系统有着至关重要的影响, 齿轮系统一旦出现故障将会造成重大的经济损失。啮合刚度是齿轮传动系统振动响应的主要激励源之一, 对齿轮传动的动力学性能有着显著影响。啮合刚度随啮合位置的变化规律, 尤其是故障状态下啮合刚度的变化规律是开展轮齿修形、动态特性、故障诊断以及寿命预测等研究的基础; 因此, 研究齿根裂纹故障对齿轮啮合刚度的影响规律有重要的意义。

目前, 对故障齿轮啮合刚度的研究已经很多, 安春雷等^[1-2]针对齿轮常见故障中的剥落和点蚀进行了系统的分析, 通过对比普通齿轮和故障齿轮不同位置的扭转啮合刚度, 得出剥落和点蚀对于齿轮扭转刚度在单齿啮合区中影响较大的结论, 同时得出了在剥落故障下齿轮系统的动态特性的变化。孙华刚等^[3]利用 Ansys 软件仿真分析了车辆减速器中的啮合齿轮在出现齿根裂纹后的刚度变化, 提出了一种在 Ansys 中计算齿轮啮合刚度的方法, 并对齿根裂纹对系统动态激励的影响进行了分析。邵忍平等^[4-5]对齿轮齿根出现裂纹后, 整个系统的动态特性的变化做出了相关分析。Fakher 等^[6-7]建立了理想

的齿轮齿根裂纹和剥落的缺陷模型, 分别从理论和数值分析的角度计算齿轮啮合刚度并进行对比, 得到了比较可靠的计算结果。Tian^[8]根据齿轮的几何关系, 从能量角度阐述了齿轮刚度计算方法, 并对齿轮裂纹故障的齿轮啮合刚度的变化进行了相关计算。

比较而言, 过去的研究针对齿轮裂纹故障主要是将裂纹简化为直线处理, 这和实际的齿轮裂纹状态不符。为了更加符合实际情况, 根据断裂力学相关理论, 笔者将建立故障齿轮的扩展模型, 再根据齿轮啮合刚度理论, 完成故障齿轮在 1.5 个啮合周期内的刚度计算, 通过对比不同尺度的裂纹对刚度的影响, 建立齿根裂纹长度在不同的啮合区对齿轮啮合刚度的影响规律。

1 齿轮刚度的理论计算

1.1 基于变截面悬臂梁的刚度计算

目前, 齿轮啮合刚度的计算方法有很多种, 其中将轮齿等效为悬臂梁是比较经典的一种。如图 1 所示, 齿轮轮齿为一端完全固定的悬臂梁, 将作用力与轮齿中线的交点 A 点到 O 点部分看成是许多微小的变截面矩形, 如图中的 S_i 所示。根据刚度的定义, 齿轮单齿啮合刚度的表达式为

* 北京市教委科技计划资助项目(KM201410005027)
收稿日期: 2012-12-25; 修回日期: 2013-02-19

$$K_n = \frac{F_n}{\mu_n} \quad (1)$$

其中: F_n 为齿面法向啮合力; μ_n 为轮齿的综合变形。

轮齿的综合变形包括局部赫兹接触产生的接触弹性变形、轮齿弯曲产生的轮齿变形、齿轮轮体变形及轴承、轴和支撑结构的变形等。为了简化计算,笔者不考虑轴和轴承,只考虑齿轮在啮合过程中的弯曲变形、齿轮轮体变形和赫兹接触变形。

齿轮的弯曲变形可由式(2)求得,进而代入式(1)即可求得齿轮轮齿的弯曲刚度。

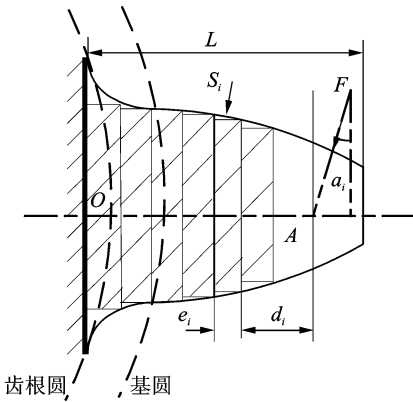


图 1 轮齿悬臂梁简化模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of gear tooth simplified as a cantilever beam

$$\delta_b = F \cos^2(\alpha_i) \sum_1^n e_i \left[\frac{(d_i)^2 - e_i d_i + \frac{1}{3}(e_i)^2}{E'I_i} + \frac{1}{s_h G A_i} + \frac{\tan^2(\alpha_i)}{A_i E} \right] \quad (2)$$

其中: $E' = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; e_i 为矩形截面的宽度; d_i 为矩形截面到力作用点 A 的距离; G, E, ν 分别为剪切模量、弹性模量和泊松比; s_h 为剪切系数,当截面为矩形时,值为 1.2; A_i, I_i 分别为矩形截面的面积和转动惯量。

齿轮在啮合过程中也会发生整体变形,利用式(3)即可求得该变形大小,再根据齿轮啮合刚度公式求得轮齿变形刚度

$$\delta_f = \frac{F \cos^2(\alpha_i)}{WE} \times \left\{ L \left(\frac{u_f}{S_f} \right)^2 + M \left(\frac{u_f}{S_f} \right) + P [1 + Q \tan^2(\alpha_i)] \right\} \quad (3)$$

其中: W 为齿轮齿宽; S_f 为齿根圆齿厚; u_f 为力的作用线与齿轮中线交点到齿根圆的距离; L, M, P, Q 为关于 h_f, θ_f 的多项式,其数值可通过式(4)和表 1 求得。

$$X_i(h_f, \theta_f) = \frac{A_i}{\theta_f^2} + B_i h_f^2 + \frac{C_i h_f}{\theta_f} + \frac{D_i}{\theta_f} + E_i h_f + F_i \quad (4)$$

其中: h_f 为齿根圆半径与轮毂圆半径之比; θ_f 为齿根齿厚所对圆心角的一半; A, B, C, D, E, F 为计算常数,取值如表 1 所示。

表 1 轮齿变形刚度的计算参数

Tab.1 Parameters for tooth deflection stiffness calculation

常数	L	M	P	Q
A	-5.574×10^{-5}	60.111×10^{-5}	-50.952×10^{-5}	-6.2042×10^{-5}
B	-1.9986×10^{-3}	28.100×10^{-3}	185.50×10^{-3}	9.0889×10^{-3}
C	-2.3015×10^{-4}	-83.431×10^{-4}	0.0538×10^{-4}	-4.0964×10^{-4}
D	4.7702×10^{-3}	-9.9256×10^{-3}	53.300×10^{-3}	7.8297×10^{-3}
E	0.0271	0.1624	0.2895	-0.1472
F	6.8045	0.9086	0.9236	0.6904

齿轮在啮合过程中将会由于接触产生弹性变形,由式(5)可求得由弹性变形形成的齿轮赫兹接触刚度

$$K_h = \pi E W / 4(1 - \nu^2) \quad (5)$$

其中: ν 为泊松系数。

综合考虑主、从动轮的三类变形刚度,可得齿轮啮合刚度的合成算法,如式(6)所示

$$K_{12} = 1 / \left(\frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{f2}} + \frac{1}{k_h} \right) \quad (6)$$

其中: k_{b1}, k_{b2} 分别为主、从齿轮的弯曲刚度; k_{f1}, k_{f2} 分别为主、从齿轮的轮体变形刚度; k_h 为赫兹接触刚度。

1.2 基于有限元仿真的刚度分析

悬臂梁计算模型只能分析简化情况,比如将裂纹等效为直线,当裂纹长度较短的时候影响不大,但是当裂纹长度比较大的时候,理论计算和实际情况误差较大,而有限仿真则不会存在这些问题。因此,对于裂纹故障采用仿真分析是一种比较可行的方法。有限元计算的影响因素较多,为了验证其结果的正确性,笔者将利用健康齿轮的理论计算结果验证仿真结果^[9]。

笔者研究的渐开线直齿圆柱齿轮基本参数如表 2 所示,分别利用悬臂梁模型和有限元方法计算齿轮的啮合刚度。

表 2 齿轮结构参数

Tab.2 Gear structural parameters

名称	齿数	模数	齿宽/mm	弹性模量/GPa	泊松比
大齿轮	30	5	20	206	0.3
小齿轮	22	5	20	206	0.3

有限元模型中以轮毂中心为基准点建立局部柱坐标系,并以此点为参考点,轮毂面为耦合面,建立分布耦合约束。大齿轮完全固定,小齿轮只保留绕轴心旋转的自由度,在参考点上按实际工况加载扭矩。

通过计算,齿轮的重合度为 1.6,齿轮出现故障后将会影响到齿轮两个啮合周期,因此选取双齿啮入点为计算起点,双齿啮出点为计算终点。计算过程为:旋转主动轮和从动轮完成 1.5 个啮合周期的计算,在 1 个啮合周期中双齿啮合角度为 7.5° ,单齿啮合角度为 4.5° ,选择每次旋转角度为 0.5° ,通过 Abaqus 软件后处理提取出每个啮合位置的接触力和变形量,对数据进行处理,得到平均接触力和变形量,代入公式得到相应啮合位置的刚度。

理论分析结果和有限元仿真的对比结果如图 2 所示,二者的最大误差为 8%,说明有限元结果精度是可靠的。

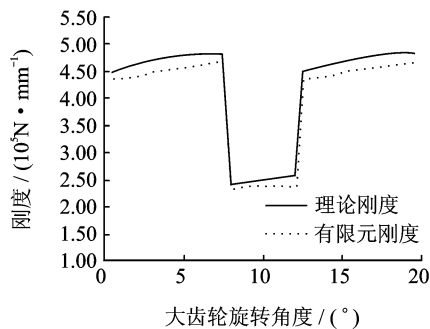


图 2 啮合刚度的解析解与有限元结果对比

Fig. 2 Comparison of analytical and simulation results of gear meshing stiffness

2 裂纹齿轮的啮合刚度分析

2.1 不同尺度的齿轮裂纹模型

齿轮裂纹是齿轮失效的最主要形式之一—利用应力强度因子^[10]作为裂纹扩展的依据,根据最大周向应力准则确定裂纹扩展角度,笔者不考虑裂纹的横向扩展,建立了三维通透裂纹模型,同时对裂纹尖端在轴向的参数进行平均,以确定整个裂纹尖端的扩展方向,仿真获得整个轮齿断裂过程如图 3 所示。齿轮齿根的齿厚为 10 mm,笔者选择 0.2, 2, 4, 6 和 8 mm 等几种裂纹长度以及断齿状态进行刚度分析。

由于齿廓曲线形状复杂,整体结构不易划分规整的网格,对于齿轮接触部位和裂纹尖端进行剖分,

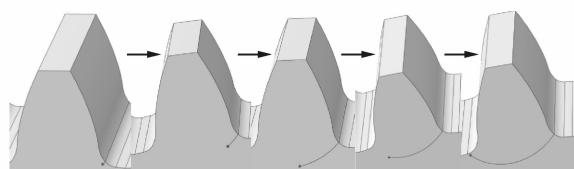


图 3 齿根裂纹扩展至断裂的仿真结果

Fig. 3 Simulated root crack propagation process of spur gear tooth

得到规整的精细网格,其余部位采用自由划分。考虑到线性减缩积分单元对位移和应力的求解精度及计算速度比较好,因此,笔者选择 C3D8R 三维实体单元对模型进行离散,最终离散化的模型如图 4 所示。

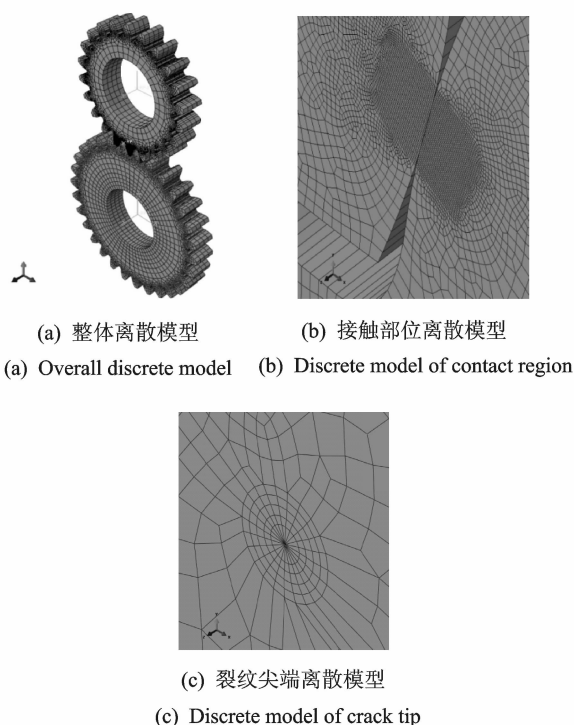


图 4 齿轮副三维离散模型

Fig. 4 3-D discrete model of gear pair

2.2 啮合刚度的劣化特性

针对不同尺度的裂纹齿轮模型,采用有限元仿真完成刚度分析,结果如图 5 所示。

由图 5 可知,裂纹的出现造成齿轮刚度减小,同时随着裂纹长度的增加,齿轮刚度下降的幅度越大。在单齿啮合区中,由于故障轮齿作为承载齿,所以裂纹对刚度的影响最为明显。在双齿啮入、啮出区中,由于故障轮齿承载状况不同,裂纹对刚度的影响也不同。

为了直观表征不同啮合区间内刚度随裂纹长度

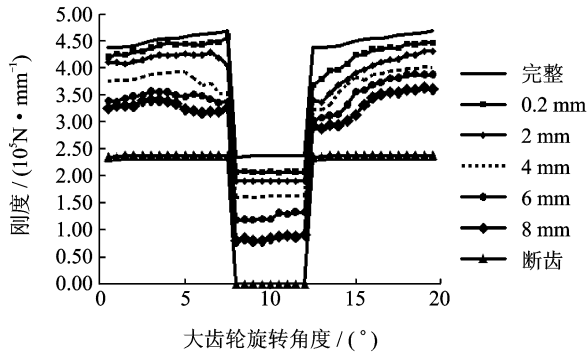


图 5 不同裂纹长度下的啮合刚度曲线

Fig. 5 Meshing stiffness curve of spur gear with different crack lengths

的变化趋势,对于每种裂纹长度下双齿啮入区间、单齿啮合区间、双齿啮出区间的刚度求平均值,然后和完整齿轮对应区间的平均刚度进行比较,定义为刚度变化率 α ,计算式为

$$\alpha_n = \frac{K'_{op} - K_{ip}}{K'_{op}} \quad (7)$$

其中: $n=0,1,2$ 分别代表双齿啮入区间、单齿啮合区间、双齿啮出区间; K'_{op} 为各个区间中完整齿轮的平均刚度; K_{ip} 为各个啮合区间内不同裂纹长度下的平均刚度, i 分别对应裂纹长度为 0.2,2,4,6,8,10 mm(断齿)等 6 种情况。

由式(7)可得不同裂纹长度下的 α 值,结果如表 3 所示。

表 3 不同裂纹长度下的 α 值

Tab. 3 Values of α under different crack lengths

裂纹长度/mm	双齿啮入区	单齿啮合区	双齿啮出区
0.2	0.036 770 631	0.090 191 131	0.082 768 395
2.0	0.086 173 244	0.164 973 643	0.153 177 789
4.0	0.195 721 433	0.290 153 010	0.203 897 206
6.0	0.279 952 542	0.451 824 538	0.256 179 441
8.0	0.326 517 140	0.626 133 888	0.320 798 259
10(断齿)	0.396 088 572	1	0.398 000 645

以裂纹长度为横坐标,以 α 值为纵坐标作图,结果如图 6 所示。

根据表 3 和图 6 所示,在单齿啮合区随着裂纹长度的增加, α 值越大,说明随着裂纹长度的增加,单齿啮合区的刚度变化越剧烈。同时通过单齿啮合区的曲线可以看出,曲线的斜率也是随着裂纹的长度增加而增加,说明随着裂纹长度的增加单齿啮合区的刚度劣化速度加快。在双齿啮合区中, α 与裂纹长度近似为线性关系,随着裂纹长度的增加,啮合

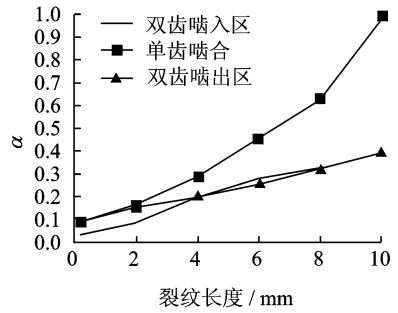


图 6 裂纹长度对不同啮合区刚度的影响

Fig. 6 Influence of crack length on stiffness in different meshing regions

刚度降低,这与实际情况相符。但是从图 6 中还可以看出,两个双齿啮合区中曲线的斜率不同,双齿啮入区的斜率随着裂纹长度的增加是先增后减,说明在双齿啮入区齿轮刚度劣化速度随着裂纹长度的增加是先增后减,在裂纹长度 4~8 mm 之间变化最为明显。在双齿啮出区间,齿轮的啮合刚度劣化速度的变化是一个比较稳定的过程。

3 结 论

1) 根据齿轮啮合刚度理论和齿轮几何关系,将齿轮等效为悬臂梁,从理论角度获得齿轮啮合刚度数据,将理论计算结果和数值计算结果进行对比,最大误差为 8%,证明数值计算方法的可靠性。

2) 对比了不同齿轮裂纹长度对于啮合刚度的影响,结果表明随着裂纹长度的增加,齿轮刚度减小。裂纹对齿轮刚度的影响在单齿啮合区最为明显,在该区间随着裂纹长度的增加,齿轮刚度下降的幅度越大,啮合刚度的劣化速度加快。

3) 在双齿啮合区的前、后两个啮合区间,裂纹对齿轮刚度的影响近似线性关系,都是随着裂纹长度的增加,齿轮啮合刚度减小,但是在不同的啮合区间啮合刚度的劣化速度不同。双齿啮入区的刚度劣化速度是先增加后减小,在裂纹长度为 4~8 mm 之间最为明显。双齿啮出区的刚度劣化速度比较稳定。

参 考 文 献

[1] 安春雷,韩振南.点蚀与剥落对齿轮扭转啮合刚度影响的分析[J].振动、测试与诊断,2008,28(4):354-357.
An Chunlei, Han Zhennan. Analysis of the influence of pitting and spalling on torsional mesh stiffness of

gears[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(4): 354-357. (in Chinese)

[2] 韩振南, 孙文婷, 高建新. 含轮齿剥落的齿轮系统动力学故障模拟[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(1): 101-104.
Han Zhennan, Sun Wenting, Gao Jianxin. Dynamics fault simulation of gear transmission system including spalling[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(1): 101-104. (in Chinese)

[3] 孙华刚, 冯广斌, 曹登庆. 齿轮裂纹对啮合刚度的影响分析[J]. 车辆与动力技术, 2010(4): 53-56.
Sun Huagang, Feng Guangbin, Cao Dengqing. Analysis of gear crack influence on mesh stiffness[J]. Vehicle & Power Technology, 2010(4): 53-56. (in Chinese)

[4] 邵忍平, 郭万林, 李春. 裂纹齿轮动力特性三维有限元模拟 [J]. 航空动力学报, 2004, 19(2): 283-288.
Shao Renping, Guo Wanlin, Li Chun. 3-Dimensional FEM simulation of dynamic characteristics of crack gear[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(2): 283-288. (in Chinese)

[5] Jia Shengxiang, Ian H. Comparison of localized spalling and crack damage from dynamic modeling of spur gear vibrations [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(2): 332-349.

[6] Fakher C, Tahar F, Mohamed H. Effect of spalling or tooth breakage on gearmesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission[J].

European Journal of Mechanics A/Solids, 2008, 27: 691-705.

[7] Fakher C, Tahar F, Mohamed H. Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2009, 28: 461-468.

[8] Tian Xinhao. Dynamic simulation for system response of gearbox including localized gear faults[D]. Edmonton, Canada: University of Alberta, 2004.

[9] 崔玲丽, 张飞斌, 康晨晖. 含损伤单齿故障圆柱直齿轮啮合刚度仿真分析方法: 中国, CN101770538A[P]. 2011-11-09.

[10] 刘双, 朱如鹏. 基于 ABAQUS 的渐开线齿轮齿根裂纹扩展仿真[J]. 南京航空航天大学学报, 2011, 43(1): 86-90.
Liu Shuang, Zhu Rupeng. Simulation on propagation of involute gear tooth based on Abaqus[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2011, 43(1): 86-90. (in Chinese)



第一作者简介: 张建宇, 男, 1975 年 8 月生, 副教授。主要研究方向为机电设备故障诊断。曾发表《滚动轴承测振点的动力学响应分析》(《振动与冲击》2012 年第 31 卷第 19 期)等论文。
E-mail: zhjy_1999@bjut.edu.cn

欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管, 南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办, 是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献, 包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等, 不拘泥于行业和测试项目。

本刊为 EI Compendex 数据库收录期刊和中文核心期刊, 双月刊, 每逢双月末出版, 每本定价 20 元, 全年 120 元。欢迎订阅和投稿, 欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址: 南京市御道街 29 号 邮政编码: 210016 电话: (025)84893332
 传真: (025)84893332 E-mail: qchen@nuaa.edu.cn 网址: http://zdcns.nuaa.edu.cn