

基于小波包变换的二滩大坝地震响应能量分析*

关羽¹, 郭永刚², 水小平¹, 张永发¹

(1. 北京理工大学宇航学院 北京, 100081) (2. 西藏大学农牧学院 林芝, 860000)

摘要 由于地震响应信号具有明显的非平稳特性, 为分析其不同频带的能量分布规律, 结合实际地震监测数据, 利用小波包分析良好的时频局部化性质和均匀频带划分能力, 对二滩大坝地震动响应信号进行研究。首先, 简略地对比了小波变换与小波包变换的异同, 讨论了基小波选取的侧重点, 提出了小波基混频度的概念, 并作为选取小波基的评判指标; 其次, 对坝体不同位置响应信号在不同频段内进行展开, 讨论了不同测点、不同方向上响应信号能量在各频带上的分布规律; 最后, 总结了结构响应信号的能量在频带上的分布与信号的方向及结构的位置关系。研究结果可为大坝的抗震减振以及能量相关的安全评估方法提供理论基础。

关键词 地震动响应; 小波包变换; 能量分布; 非平稳信号; 小波基混频度

中图分类号 TU311; O325; TH113

引言

在抗震分析中, 大多数水工结构在弹性阶段都有其特定的固有频率和振型。对于不同频段的激励, 结构的响应和承受能力也有所不同。由地震导致结构破坏的主要原因之一是地震输入的能量, 尤其在特定频段输入的能量超出了结构的承受能力; 因此, 了解结构响应的能量在不同频段的分布对结构设计和健康监测非常重要。

以往对信号的频域分析主要采用以傅里叶变换为基础的分析方法^[1-4], 该类方法要求信号有较好的平稳性, 然而地震工程中的激励和响应都具有很强的非平稳性, 因此对该类信号进行傅里叶分析前必须假设其为平稳信号, 从而导致了一些未知的计算偏差。小波分析有良好的自适应时-频分辨能力, 可把信号分解为在不同频段的正交分量。然而在每次分解中, 小波分解只对低频分量进行细化, 这导致了高频分量拥有更宽的频带, 即较低的频域分辨率。小波包分解以小波分解为基础, 在对低频分量细化的同时也对高频分量进行细化分解, 使得各频段分量拥有相同的频带宽度, 从而能更好地分析信号在不同频带上的能量分布。笔者应用小波包分析理论, 提出了小波基混频度的概念, 并应用该概念讨论了适合振动信号能量分析的最优小波基, 结合二

滩大坝实测地震动响应信号, 分析结构各个典型测点信号的能量分布特征, 从信号的能量角度探讨了结构不同部位各频带的分布规律。

1 小波、小波包分析基本原理与频带划分对比

对于母小波 $\psi(t)$, 其为一高通平滑函数, 存在与其对应的低通平滑函数 $\phi(t)$, 称该函数为 $\psi(t)$ 的尺度函数。两者之间满足

$$\begin{cases} \phi(t) = \sqrt{2} \sum_l h_l \phi(2t - l) \\ \psi(t) = \sqrt{2} \sum_l g_l \phi(2t - l) \end{cases} \quad (1)$$

式(1)称为二尺度方程^[5]。

对 $\psi(t), \phi(t)$ 作如下二进离散化

$$\begin{cases} \psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \\ \phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \end{cases} \quad (j, k \in Z) \quad (2)$$

在此离散情况下, 如果结构响应信号 $f(t) \in L^2(R)$, 则 $f(t)$ 可做如下分解

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{Jk} \varphi_{J,k}(t) + \sum_{j=0}^J \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \psi_{j,k}(t) = A_J(t) + \sum_{j=-J}^0 D_j(t) \quad (j, k \in Z) \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} A_j(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{jk} \varphi_{j,k}(t) \in V_j \\ (a_{jk} = \langle f(t), \varphi_{j,k}(t) \rangle) \\ D_j(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \in W_j \\ (d_{j,k} = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle) \end{cases} \quad (4)$$

式(4)称为 $f(t)$ 的 J 级小波分解。

推广二尺度方程式(1)为

$$\begin{cases} u_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{l \in Z} h_l u_n(2t-l) \\ u_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{l \in Z} g_l u_n(2t-l) \end{cases} \quad (5)$$

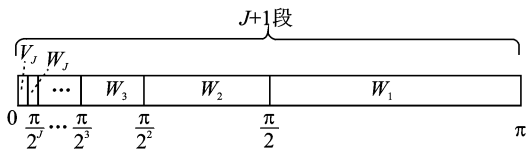
其中: $u_0(t) = \varphi(t)$, $u_1(t) = \psi(t)$, 称 $\{u_n(t)\}_{n \in Z^+}$ 为由 $\phi(t)$ 确定的正交小波包。

由此 $f(t)$ 的高频分量在小波包分解下得到了进一步的分解

$$f(t) = \sum_{j=0}^{2^J-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_{j,k} u_{j,k}(t) = \sum_{j=0}^{2^J-1} S_j(t) \quad (6)$$

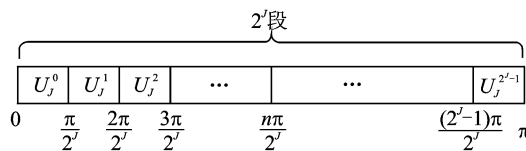
式(6)称为 $f(t)$ 的小波包分解。

小波与小波包分解的频带划分情况对比如图1所示。从图1(a)中可以看出, $f(t)$ 的 J 级小波分解将 $f(t)$ 的频带划分为 $J+1$ 段, 但在逐级分解的过程中, 仅对信号的低频分量进行细化, 没有对信号的高频分量进行细化, 这就导致了信号的高频分量和低频分量拥有不同的频带宽度, 不利于各频带分量强度的对比。 $f(t)$ 的 J 级小波包分解弥补了这一不足, 在小波包的逐级分解过程中, 信号的高、低频部分同时得到细化, 最后将 $f(t)$ 的频带均匀地划分为 2^J 段, 各阶分量拥有相同的频带宽度, 可更平等地对比各频带分量信号的强度。



(a) J 级小波分解的频带划分情况

(a) J level frequency band division of wavelet decomposition



(b) J 级小波包分解的频带划分情况

(b) J level frequency band division of wavelet package decomposition

图1 频带划分情况对比

Fig. 1 Comparison of frequency band division

2 振动信号的小波包能量分析

2.1 振动信号的小波包能量谱

设振动加速度信号 $f(t)$ 的持续时间为 T , 其能量^[6]可定义为

$$E = \int_T f(t)^2 dt \quad (7)$$

将式(6)代入式(7), 并利用 $S_j(t)$ 之间的正交性, 可得

$$E = \int_T \left[\sum_{j=0}^{2^J-1} S_j(t) \right]^2 dt = \sum_{j=0}^{2^J-1} \int_T S_j(t)^2 dt = \sum_{j=0}^{2^J-1} E_j \quad (8)$$

其中: 信号在频段 j 的能量为

$$E_j = \int_T S_j(t)^2 dt \quad (j=0, 1, \dots, 2^J-1) \quad (9)$$

各频带能量占总能量的比例为

$$P_j = E_j/E \quad (j=0, 1, \dots, 2^J-1) \quad (10)$$

利用式(10)可分析不同信号各频带能量比例的变化。

2.2 最优小波基的选取标准

2.2.1 小波基数学特征分析及初选

在用小波包理论解决某一特定问题时, 小波基的性质直接影响分析结果的好坏, 不同的小波基甚至会得出不同的结果。对于不同的问题, 有不同的最优小波基选取标准^[7]。对于包括地震响应信号的各类振动信号, 进行能量频带分布分析时, 小波基的选取应主要考虑以下几个数学特征。

1) 正则性: 一般用来刻画函数的光滑程度, 正则性越高, 函数的光滑性越好。正则性影响重构信号的准确性与稳定性。

2) 紧支集: 刻画基小波局部化特性, 紧支集越短, 小波的局部化特性越好。

3) 对称性: 具有对称性的尺度函数和小波函数可以构造紧支的正则小波基, 而且具有线性相位, 可避免信号处理过程中产生相位畸变。

4) 消失矩阶数: 它决定小波变换后能量集中于低频分量的程度。

针对振动信号的小波包分解频带能量分析, 为使信号能量在各个频带集中程度较好, 首先, 应侧重选取频域支撑性质较好、消失矩阶数较高的小波基; 其次, 为使信号分解过程中能量泄漏较少, 应侧重选用正则性、时域支撑性质较好的基小波。在进行信号的能量分析时, 常用的小波基有 Daubechies-N 小波、Coiflet-N 小波、Symlet-N 小波以及 meyer 小

波。笔者初步备选以上 4 种小波作为小波基。

2.2.2 小波基选取的评判数学指标及确定

如果确定了小波基函数 $\psi(t)$ 及其对应尺度函数 $\varphi(t)$, 则小波分解和小波包分解就均已确定。利用二尺度方程, 一次小波和小波包分解可以等同于信号通过一特定的双通道滤波器组 H 及 G , 该滤波器组由二尺度方程式(1)唯一确定

$$\begin{cases} H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_l h_l e^{-j\omega l} \\ G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_l g_l e^{-j\omega l} \end{cases} \quad (11)$$

其中: $H(\omega)$ 为低通滤波器; $G(\omega)$ 为高通滤波器。

理想情况下的滤波器组分频情况如图 2(a) 所示, 然而实际情况下, 小波基对应的两滤波器组往往是有混叠的, 如图 2(b) 所示。

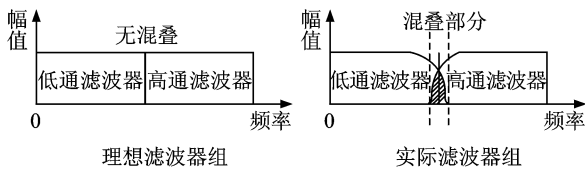


图 2 双通道滤波器组

Fig.2 Dual-channel filter banks

在利用小波(包)分解对信号进行能量分析时, 应选取合适的小波基, 尽量减小滤波器组的混叠程度。为此, 笔者定义一衡量滤波器组混叠程度的指标为

$$\delta_\omega(j) = \frac{\int_{(0,\pi)} |H(\omega)| + |G(\omega)| - ||H(\omega)| - |G(\omega)|| dt}{2 \int_{(0,\pi)} |H(\omega)| + |G(\omega)| dt} \quad (12)$$

称其为小波基混频度, 其实际的物理意义为两滤波器组混叠部分的面积所占滤波器组总面积的比例。

计算上述初选的 4 种小波基混频度, 如表 1 所示。其中 meyer 小波的频率混叠度小于其他小波基, 故笔者选取 meyer 小波作为能量分析的小波基。

3 二滩水坝各测点信号的能量分布规律

3.1 基本情况介绍

3.1.1 强震观测台阵介绍

建立二滩水电站强震观测台阵^[8]的主要目的是观测地震时大坝的坝体振动。整个台阵总计 24 个通道, 其中竖向和切向分量各有 6 个, 径向(顺河向)观测分量共有 12 个。强震测点布置如图 3 所示。表 2 为强震台阵安装情况。

表 1 各小波基的混频度

Tab.1 Wavelet frequency-aliasing index

基小波	频域指标 δ_ω
Daubechies-6	0.236 6
Daubechies-8	0.205 7
Symlets-4	0.287 4
Symlets-8	0.205 7
Coeflict-4	0.198 8
Coeflict-5	0.177 7
meyer	0.097 2

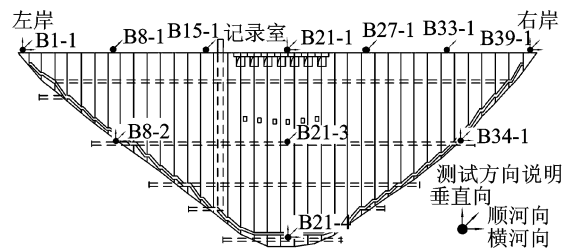


图 3 二滩强震测点布置图

Fig.3 Survey point deployment

表 2 强震台阵安装一览表

Tab.2 The installation checklist of strong earthquake stations

记录通道	测量方向	测点编号	记录通道	测量方向	测点编号
1	竖向		13	竖向	
2	径向	B21-4	14	径向	B39-1
3	切向		15	切向	
4	竖向		16	竖向	
5	径向	B21-1	17	径向	B34-1
6	切向		18	切向	
7	竖向		19	径向	B33-1
8	径向	B1-1	20	径向	B27-1
9	切向		21	径向	B15-1
10	竖向		22	径向	B8-1
11	径向	B8-2	23	径向	B21-2
12	切向		24	径向	B21-3

3.1.2 信号采集与频带划分

自台阵建立至今, 大坝周围发生多次地震, 台阵共采集了近 20 次地震响应记录, 其中仅有一次地震触发了坝体上的所有测点。为分析坝体不同测点处信号能量分布情况, 选取该次记录为被分析信号。强震仪的工作频带在 0.5~50 Hz, 其采样频率为 200 Hz, 有效频段为 0.5~100 Hz。为此, 将被分析信号作 4 层小波包分解, 则信号频带被均匀分为 16 个频段, 取前 8 段频段(0.5~50 Hz)为分析的频段。各频段范围如表 3 所示。图 4 为采集信号的小波包分解以及各分量傅里叶幅值谱情况示例。

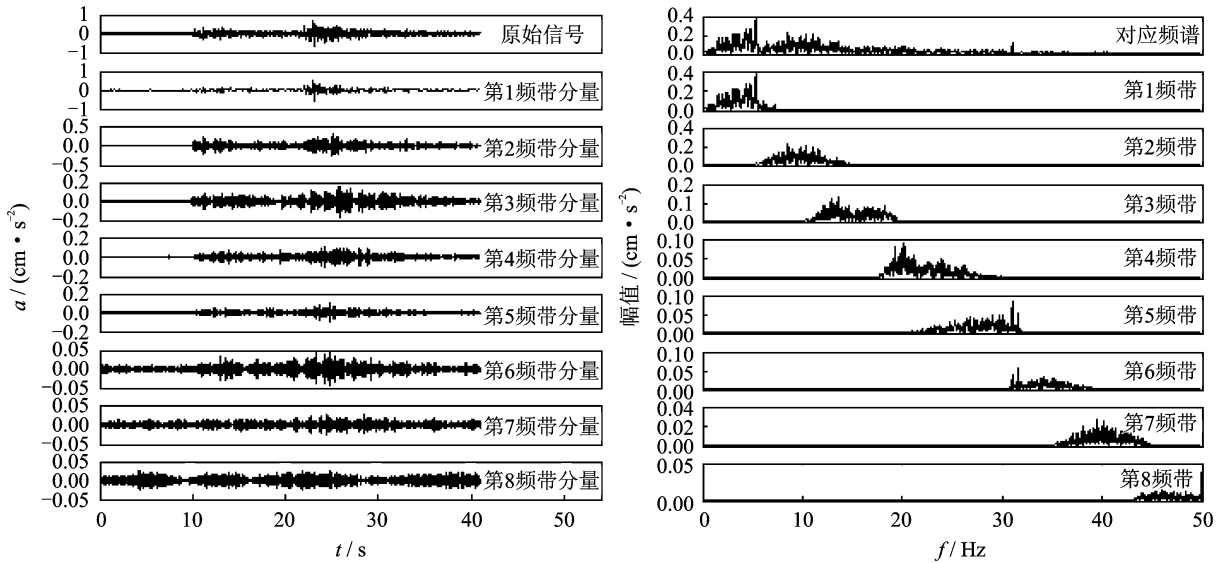


图 4 通道 1 信号及其分解情况

Fig. 4 The signal from channel 1 and its decomposition

表 3 各频带频率范围

Tab. 3 The range of every frequency bands

频带编号	频带范围/Hz	频带编号	频带范围/Hz
1	0.5~6.25	5	25~31.25
2	6.25~12.5	6	31.25~37.5
3	12.5~18.75	7	37.5~43.75
4	18.75~25	8	43.75~50

3.2 同一测点上不同频带的分布

按式(7)计算各个测点的能量值如图 5 所示,由图 5 可得,大坝的主要振动发生在坝顶以及坝体中线测点上。

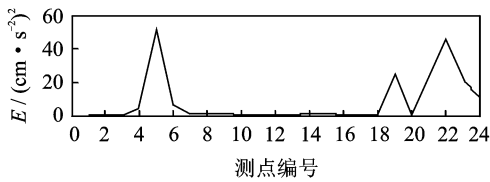


图 5 各通道信号总能量

Fig. 5 The signal energy of every channels

利用式(10)统计坝顶中部测点 B21-1 和坝基测点 B21-4 两处典型测点上 3 个方向振动信号在各频带上的能量分布,如图 6 所示。

由图 6 可见,两处典型测点上振动信号 90% 的能量集中在频段 0.5~18.75 Hz 上,并且各频段能量随频率的升高而降低,坝基测点 B21-1 的 3 个方向上的振动能量在频率上的分布基本相同,坝顶测点 B21-4 顺河向的振动能量在频率上比其他两个方

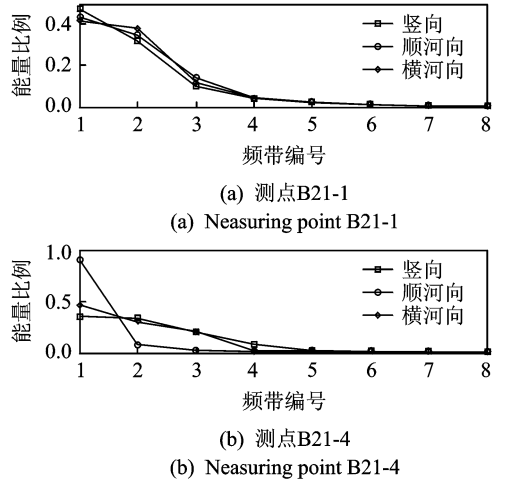


图 6 两测点各频带能量分布

Fig. 6 The energy distribution of different frequency bands in two survey points

向更集中于低频段。由此可得,坝顶相对于坝基更容易受到低频振动的影响。坝基各频带振动能量在 3 个方向上分布相似,坝顶顺河向的振动能量较其他两个方向更集中于低频段。

3.3 同一频带在不同测点上的分布

统计坝顶上 5 个测点: B1-1, B8-1, B21-1, B33-1 和 B39-1 顺河向各频带在不同测点上的分布规律,如图 7 所示。

从图 7 可以得出:坝顶上振动信号在 0~6.25 Hz 上的能量随着测点靠近中部,比例变大;6.25~

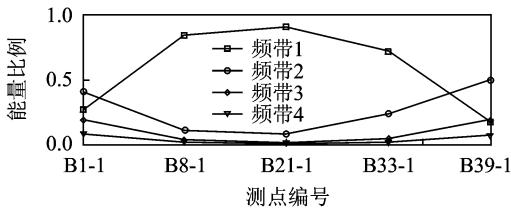


图 7 各频带在坝顶不同测点能量分布

Fig. 7 The energy distribution of every survey points in different frequency bands

25 Hz 的信号能量随着测点向中部靠近而变小。由此可见,坝顶越靠近中部,越要加强结构对低频振动的抵抗能力。

4 结束语

利用小波包理论对二滩大坝一次地震引起的响应进行能量-频带分布分析,针对该问题,基小波的选取更注重基小波的频域划分能力。为此,提出小波基混频度的概念,并用其作为小波基选取的评判指标,meyer 小波相对要优于其他小波。以 meyer 小波为基小波分析了某一位置在不同频带上的能量分布,以及同一频带在坝顶不同位置上的变化,研究成果可为大坝的抗震减振以及与能量相关的安全评估方法提供理论基础。

参 考 文 献

[1] 艾延廷,费成巍,张凤玲,等. ICA 在航空发动机振动信号盲源分离中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(6):671-674.
 Ai Yanting, Fei Chengwei, Zhang Fengling, et al. Blind source separation for aero-engines vibration signal by independent component analysis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 671-674. (in Chinese)

[2] 楼梦麟,李守继. 地铁引起建筑物振动评价研究[J]. 振动与冲击, 2007, 26(8):68-71.
 Lou Menglin, Li Shouji. Evaluation of buildings' vibration induced by underground trains[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(8):68-71. (in Chinese)

[3] 孙祥娥,詹毅. 实信号快速傅立叶变换在地震信号处理中的应用[J]. 物探和化探, 2006, 30(6):538-540.
 Sun Xiang'e, Zhan Yi. The application of the Fast Fourier Transform of the real signal to the processing of seismic signal[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2006, 30(6):538-540. (in Chinese)

[4] 刘荣,黎乾明,牙宏威. 基于 Possion 公式及 Fourier 变换的地震能量计算分析[J]. 科技创新导报, 2009(31): 33.
 Liu Rong, Li Qianming, Ya Hongwei. The analysis of earthquake energy based on Possion formula and Fourire transform [J]. Science and Technology Innovation Herald, 2009(31):33. (in Chinese)

[5] 刘涛,曾祥利,曾军,等. 实用小波分析入门[M]. 北京:国防工业出版社, 2006:95.

[6] 郑君里,应启珩,杨为理. 信号与系统[M]. 北京:高等教育出版社, 2000:350.

[7] Van den berg J C. Wavelets in physics[M]. London: Cambridge University Press, 2004:119.

[8] 郭明珠,唐柏林,邢国良. 二滩水电站强震观测台震建台报告[R]. 北京:中国水利水电科学研究院, 2001.



第一作者简介: 关羽,男,1986 年 6 月生,博士研究生。主要研究方向为工程结构强度及振动分析与振动数字信号处理。
 E-mail: guanyu703@163.com