

# 飞机载荷标定试验数据的多元回归选元方法<sup>\*</sup>

段垚奇, 刘克格, 赵丽娜, 闫楚良

(北京飞机强度研究所 北京, 100083)

**摘要** 进行飞机载荷标定试验时, 由于载荷与应变参数之间存在耦合相关性, 采用逐步回归法判断自变量是否显著时具有一定的主观性。针对飞机载荷标定试验数据处理提出了一种多元回归选元方法, 将回归项的变异系数作为误差控制指标和选元的判据, 逐步剔除变异系数最大的自变量, 直至选出最优的自变量参数组合, 以此得到较佳的回归结果。此方法已成功应用于多个型号飞机起落架航向、垂向、侧向载荷的飞行实测。

**关键词** 飞行载荷实测; 载荷标定试验; 多元回归; 选元

**中图分类号** V217+.32; TH13

## 引言

飞机在研制和使用过程中需要进行载荷实测, 以获得在真实使用条件下的载荷时间历程, 这是进行强度设计、可靠性分析和全尺寸疲劳试验的前提。在采用应变计测量载荷时, 需对结构部件进行载荷标定试验, 建立输入载荷与应变电桥输出量值之间的定量关系。将这种确定的关系应用在飞机使用过程中实测到的应变值上, 可将应变时间历程转换为载荷时间历程<sup>[1]</sup>。

载荷标定试验记录的原始数据由两部分组成: a. 载荷向量  $y$  为一个  $n$  维的向量 ( $n$  为标定试验中记录数据的次数); b. 应变参数矩阵  $x$  为一个  $n \times m$  的矩阵 ( $m$  为应变参数的个数)。由于应变参数始终处于线性范围变化, 因此多元线性回归方法适用于载荷标定数据的处理<sup>[2]</sup>。载荷标定方程中并非包含越多的自变量越好, 引入不恰当的应变参数会降低实测载荷的精度。如何对应变参数进行优选, 是载荷标定数据处理的关键问题。目前, 常用的多元回归选元方法是逐步回归法<sup>[3]</sup>, 逐步回归法的方法是按偏回归平方的大小次序将自变量逐个引入方程, 对引入方程的每个自变量偏相关系数进行检验, 效果显著的自变量保留在回归方程中, 循环继续遴选下一个自变量, 如果效应不显著, 则停止引入新自变量。由于新自变量的引入, 原已引入方程中的

自变量由于变量之间的相互作用, 其效应有可能变得不显著, 经统计检验确认后要随时从方程中剔除, 只保留效应显著的自变量, 直至不再引入和剔除自变量为止, 从而得到最优的回归方程。

逐步回归法在判断自变量是否显著时具有一定的主观性, 而且由于载荷与应变参数之间有复杂的耦合相关性, 往往会导致最终载荷标定精度的不稳定。以某型飞机起落架载荷实测试验采用逐步回归法得到的实测载荷-时间历程为例, 在转弯时, 左主起落架航向载荷有明显的变化趋势, 而在刹车时, 航向载荷却未表现出明显的变化趋势, 这与理论分析及类似机型的测试结果相矛盾, 因此认为逐步回归法不完全适用于载荷测量的所有情况。本研究建立了一种新的多元回归选元方法, 能够有效控制实测载荷的误差。

## 1 理论模型

实测载荷的标定方程<sup>[1]</sup>可表示为

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_m x_m \quad (1)$$

其中:  $x_1 \sim x_m$  为各实测应变参数;  $b_1 \sim b_m$  为对应于各实测应变参数的真实系数;  $y$  为实测载荷参数。

对载荷应变参数进行回归选元的最终目的是控制实测载荷的误差。实测载荷的误差可用实测载荷变异系数的绝对值  $K$  来衡量, 由于  $x_1 \sim x_m$  为实测得到的应变值, 可忽略其误差,  $K$  可表示为

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(50135010)  
收稿日期: 2014-09-03; 修回日期: 2014-12-09

$$K = \left| \frac{\sqrt{S_y}}{y} \right| = \left| \frac{\sqrt{S_{b_1}x_1^2 + S_{b_2}x_2^2 + \dots + S_{b_m}x_m^2}}{b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m} \right| \quad (2)$$

其中:  $S_y$  为实测载荷的方差;  $S_{b_1} \sim S_{b_m}$  为各项系数  $b_1 \sim b_m$  的方差。

因为  $S_{b_1} \sim S_{b_m}$  均为误差来源,而  $x_1 \sim x_m$  为实测应变值,是尚未确定的变量,所以在标定数据处理时,无法根据式(2)直接对实测载荷的误差进行控制。

设

$$Z = \max \left( \left| \frac{\sqrt{S_{b_i}}}{b_i} \right| \right) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

因为

$$Z |b_i| \geq \sqrt{S_{b_i}} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

所以有如下关系

$$K \leq \left| \frac{\sqrt{Zb_1x_1^2 + Zb_2x_2^2 + \dots + Zb_mx_m^2}}{b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m} \right| \quad (5)$$

将式(5)整理得到

$$K \leq ZP \quad (6)$$

其中:  $P = \left| \frac{\sqrt{b_1x_1^2 + b_2x_2^2 + \dots + b_mx_m^2}}{b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m} \right|$ 。

由于  $b_1 \sim b_m$  为对应于各实测应变参数的真实系数,  $x_1 \sim x_m$  为实测应变值,所以  $P$  中没有误差来源,因此可将  $Z$  作为实测载荷的误差指标来进行控制。

## 2 回归步骤

设有  $m$  个应变参数  $x_1 \sim x_m$  可能与载荷参数  $y$  存在相关关系,设标定试验共进行了  $n$  次数据采集。方法流程如图 1 所示,步骤如下。

1) 计算式(7)~(9)

$$L = (l_{ij})_{m \times m} \quad (7)$$

$$C = (c_{ij}) = L^{-1} \quad (8)$$

$$l_0 = (l_{10}, l_{20}, \dots, l_{m0})' \quad (9)$$

其中:  $l_{ij} = \sum (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, m)$ ;

$l_{i0} = \sum (x_{ki} - \bar{x}_i)(y_k - \bar{y}) \quad (i = 1, 2, \dots, m)$ ;  $\bar{x}_i =$

$\frac{1}{n} \sum x_{ki} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$ ;  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_k$ ;  $x$  为应变参数组成的矩阵,大小为  $n \times m$ ;  $y$  为载荷向量,大小为  $n \times 1$ 。

2) 计算各项系数及各项系数的标准差<sup>[4]</sup>

各项系数

$$b = Cl_0 \quad (10)$$

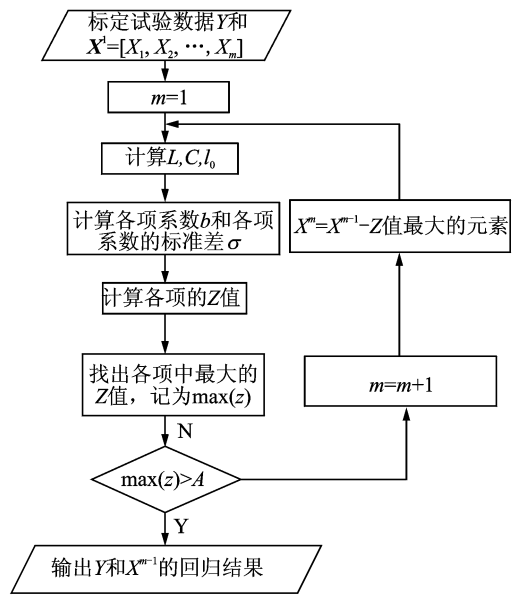


图 1 方法流程图

Fig. 1 Flow chart

各项系数的标准差

$$\sigma_i = \sqrt{c_{ii} \frac{l_{00} - \sum_i b_i l_{i0}}{n - m - 1}} \quad (11)$$

其中:  $l_{00} = \sum (y_k - \bar{y})^2 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

3) 按照式(9)计算各项系数的  $Z$  值(记为  $Z_i$ ), 挑出  $Z_i$  值最大的项,并记录最大的  $Z_i$  值为  $A$

$$Z_i = \left| \frac{\sigma_i}{b_i} \right| \quad (12)$$

4) 从第 2 次循环开始,如果第 3 步计算出的  $A$  大于上一次循环中计算出的  $A$  值,那么循环结束,上一步的回归结果为最优;否则,将  $Z_i$  值最大的应变参数项删除,重新执行下一循环的第 1~3 步。需要注意的是,下一循环中的  $m$  应在当前  $m$  的基础上减 1。

5) 将最终的回归结果代入实测应变曲线,得到实测载荷-时间历程,具体方法参考文献[5-8]。

## 3 实例验证

选取一段标定试验的数据进行测试,此数据来源于某型飞机水平尾翼载荷标定试验的数据,如表 1 所示。其中,  $y$  为载荷参数,在回归时  $y$  作为因变量。根据理论分析和对试验数据的观察结果,从众多应变参数中选出与载荷参数线性相关性较好的  $x_1 \sim x_5$  作为回归自变量。

表 1 测试数据  
Tab. 1 Test data

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	Y
1 895	-1 267	-4 746	-2 935	-2 906	90.370 4
197	-131	-667	-253	-270	8.998 66
1 928	-1 263	-4 949	-2 956	-2 922	90.469 5
1 928	-1 258	-4 936	-2 950	-2 907	90.199 7
-72	-3 574	-1 86	4 106	4 141	0
-70	-3 553	-114	4 091	4 117	0
62	3 698	-169	-4 218	-4 145	0
50	3 697	58	-4 218	-4 132	0
-2 299	20	3029	4 632	-4 021	0
-2 207	103	3 409	4 561	-4 107	0
-2 198	75	3 421	4 577	-4 061	0
2 404	-60	-2 979	-4 197	4 401	0
2 304	-90	-3 217	-4 190	4 425	0
2 293	-95	-3 179	-4 174	4 427	0
1 745	-4 409	-4 712	911	962	84.465 3
1 752	-4 420	-4 648	923	998	84.451 6
1 753	-4 415	-4 660	925	1 001	84.412
1 506	-4 546	-4 040	1 669	1 762	72.280 2
1 509	-4 537	-4 041	1 659	1 761	72.362 6
1 611	2 076	-3 982	-6 044	-5 964	76.643 2
1 628	2 100	-4 149	-6 073	-5 975	76.416 2
1 634	2 082	-4 146	-6 056	-5 947	76.359 7
1 246	2 559	-3 146	-5 574	-5 525	56.216 8
1 255	2 562	-3 111	-5 579	-5 523	56.282 3
-790	-1 212	-724	1 840	-6 547	80.526 2
-687	-1 192	-851	1 849	-6 522	80.389
-672	-1 190	-858	1 864	-6 517	80.367 7
-473	-1 003	-904	1 441	-5 586	70.404 4
-471	-1 002	-931	1 447	-5 585	70.473
3 381	-1 123	-5 790	-5 668	658	76.464 9
3 342	-1 129	-6 138	-5 684	697	76.266 6
3 358	-1 121	-6 141	-5 689	705	76.207 1
3 612	-1 053	-6 282	-6 249	1 560	72.417 2
3 612	-1 046	-6 257	-6 237	1 592	72.167 3
-393	-4 371	-1 157	4 685	-2 740	84.748 9
-328	-4 383	-1 425	4 666	-2 722	84.473
-338	-4 393	-1 415	4 717	-2 746	84.578 2
188	-397 6	-1 995	3 288	-1 564	76.364 3
186	-3 976	-2 073	3 295	-1 554	76.234 7
3 540	-4 005	-6 606	-2 796	4 239	80.487 9
3 540	-3 987	-6 637	-2 821	4 278	80.463 6
3 538	-3 970	-6 631	-2 822	4 289	80.481 8
2 823	-3 429	-5 465	-1 989	3 779	64.358 9
2 819	-3 421	-5 452	-1 997	3 780	64.369 7
-369	1 365	-1 083	-1 698	-7 836	70.732 1
-236	1 367	-1 288	-1 631	-7 774	70.544 6
-225	1 345	-1 229	-1 561	-7 748	70.538 5
-259	1 026	-958	-1 051	-6 558	60.464
-213	1 041	-1 029	-1 116	-6 516	60.485 2
-249	1 042	-984	-1 069	-6 551	60.598 1
3 913	1 562	-6 292	-9 566	-1 274	74.720 1
3 843	1 534	-6 477	-9 545	-1 262	74.742 9
3 843	1 527	-6 453	-9 518	-1 268	74.651 4
2 794	1 481	-5 232	-7 467	-2 591	68.566 5
2 789	1 482	-5 249	-7 466	-2 590	68.557 4
2 806	1 469	-5 272	-7 475	-2 562	68.590 9

按照本研究方法进行处理,得到的结果如表 2 所示。第 3 次回归的结果为最终结果,最终结果的 A 值等于 0.008 2。对  $x_1 \sim x_5$  所有可能的组合情况分别进行回归处理,计算各种组合情况下的 A 值,如表 3 所示。

表 2 基于本研究方法的处理结果

Tab. 2 Computing result with the method proposed in this paper

循环次数		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	A
1	B	0.010 2	-0.017 7	-0.000 6	-0.004 5	-0.011 0	
	Z	0.301 2	0.089 7	1.441 5	0.337 3	0.023 6	1.441 5
2	B	0.010 6	-0.018 2		-0.004 8	-0.011 1	
	Z	0.284 3	0.076 1		0.296 1	0.017 6	0.296 1
3	B	0.020 7	-0.013 5			-0.011 7	
	Z	0.007 7	0.008 2			0.007 4	0.008 2
4	B	0.012 3				-0.004 6	
	Z	0.196 7				0.232 0	0.232 0

表 3 所有组合情况分别回归的结果

Tab. 3 Computing result of all the combinations

序号	自变量组合	A
1	$x_1$	0.363 9
2	$x_1, x_2$	0.448 2
3	$x_1, x_3$	0.056 2
4	$x_1, x_4$	0.730 1
5	$x_1, x_5$	0.232 0
6	$x_1, x_2, x_3$	0.584 0
7	$x_1, x_2, x_4$	0.060 6
8	$x_1, x_2, x_5$	0.008 2
9	$x_1, x_3, x_4$	0.521 9
10	$x_1, x_3, x_5$	0.249 0
11	$x_1, x_4, x_5$	0.015 6
12	$x_1, x_2, x_3, x_4$	0.250 4
13	$x_1, x_2, x_3, x_5$	0.622 2
14	$x_1, x_2, x_4, x_5$	0.296 1
15	$x_1, x_3, x_4, x_5$	0.268 8
16	$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$	1.441 5
17	$x_2$	0.447 1
18	$x_2, x_3$	0.525 7
19	$x_2, x_4$	0.286 5
20	$x_2, x_5$	0.274 8
21	$x_2, x_3, x_4$	0.091 7
22	$x_2, x_3, x_5$	0.019 5
23	$x_2, x_4, x_5$	0.009 8
24	$x_2, x_3, x_4, x_5$	0.838 2
25	$x_3$	0.192 9
26	$x_3, x_4$	0.307 5
27	$x_3, x_5$	0.165 4
28	$x_3, x_4, x_5$	0.031 6
29	$x_4$	0.841 4
30	$x_4, x_5$	0.775 8
31	$x_5$	0.730 2

为了比较本研究方法与逐步回归法的效果,用 SPASS 软件对表 1 中的数据进行逐步线性多元回归处理,结果如式(13)所示,  $A$  值等于 0.019 5, 大于用本研究方法得到选元结果的  $A$  值。从表 2, 3 以及 SPASS 处理结果的比较可以看出, 利用本研究方法处理载荷-应变线性多元回归问题时, 选出结果的  $A$  值小于用逐步回归法得到的结果和其他所有可能的组合情况。

$$y = -0.009\ 75x_2 - 0.011\ 59x_3 - 0.008\ 75x_5 \quad (13)$$

### 4 工程应用

某型飞机主起落架为四轮车架式, 主起由四轮车架、主支柱、侧撑杆、前撑杆、扭力臂及收放作动筒等主要构件组成。为了测量其在实际使用过程中的受载情况, 在主起落架上进行了应变计粘贴, 共有应变参数 39 个。起落架倒装在试验台架上进行标定, 其在试验台上的连接方式与在飞机上相同, 起落架机轮用假轮代替。通过在假轮上的加载点进行航向、垂向、侧向载荷的加载, 且载荷按单向加载、双向加载、三向加载多种工况分别进行, 具体的标定技术可参考文献[5-9]。通过地面标定试验得到了载荷标定试验的原始数据。

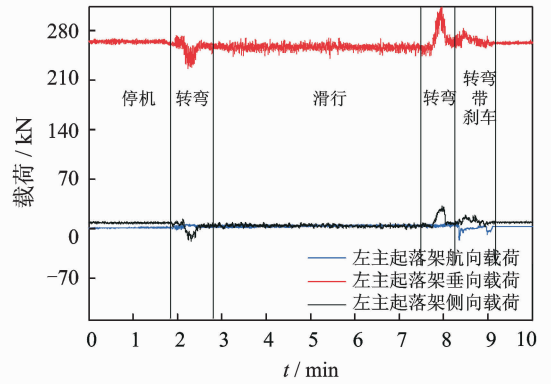
根据本研究方法对载荷标定试验数据进行回归处理, 得到了主起落架航向载荷、垂向载荷和侧向载荷的标定方程。为了验证标定载荷的正确性, 在标定试验之后进行了验证加载, 验证加载的理论和方法可参考文献[10-11]。表 4 为起落架验证加载时实际加载载荷与标定方程计算载荷分析。可以看出, 标定方程计算载荷与实际加载载荷的误差均不超过 5%, 这满足顾客方提出的精度要求。

表 4 起落架载荷标定结果验证

Tab. 4 Verification of the load calibration result of landing gears

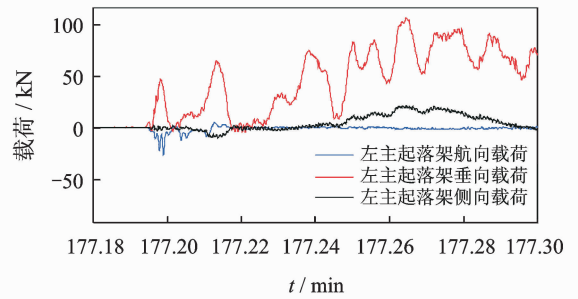
载荷参数	实际载荷/kN	计算载荷/kN	相对误差/%
航向载荷	-62.859	-61.023	2.92
垂向载荷	148.111	143.361	3.21
侧向载荷	-61.785	-61.991	0.33

如图 2 所示, 将实测应变-时间历程代入标定方程得到实测载荷-时间历程。该机型主起落架为支柱式起落架, 没有安装内束角, 图 2 和图 3 的第 1 个



(a) 地面操纵过程

(a) Ground steering



(b) 着陆撞击过程

(b) Landing impact

图 2 利用本研究方法得到的某机型左主起落架实测载荷-时间历程

Fig. 2 Load of landing gears with the method proposed in this paper

转弯过程中没有刹车, 因此航向载荷不应有明显的变化趋势(如图 2), 而图 3 中的航向载荷表现出明显的负向变化趋势, 这是不符合事实的。在刹车过程中主起应受到逆航向的载荷, 图 2 中可以明显看到这种趋势, 但图 3 中的航向载荷在刹车时却没有

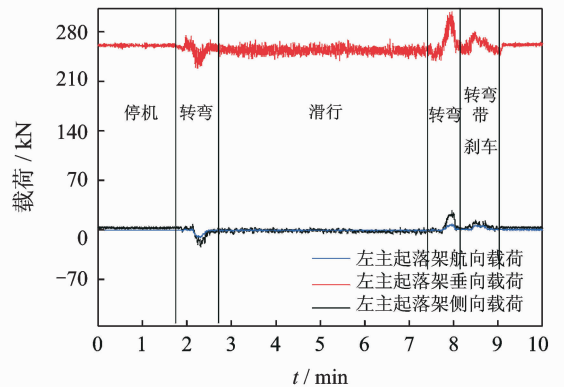


图 3 利用逐步回归法得到的某机型左主起落架实测载荷-时间历程

Fig. 3 Load of landing gears with the stepwise regression

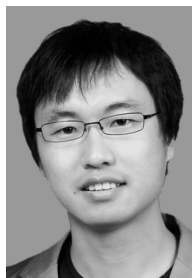
明显的变化趋势,这也是不符合事实的。图2与图3相比,载荷变化规律能更好地符合理论分析及类似机型的经验。

## 5 结束语

提出了一种基于回归项变异系数进行误差控制的多元回归选元方法。利用实测数据对此方法进行了验证。结果表明,该方法处理载荷-应变线性多元回归问题时,可以得到较佳的结果且计算量小,便于实际应用。此方法成功应用于某型飞机起落架的载荷实测试验,得到了起落架的实测载荷-时间历程。

### 参 考 文 献

- [1] 闫楚良,苏开鑫.飞机起落架安全寿命与损伤容限设计[M].北京:航空工业出版社,2011:1-3.
- [2] 张如一,沈观林,李朝第.应变电测与传感器[M].北京:清华大学出版社,1999:47-48.
- [3] 方开泰.实用多元分析[M].上海:华东师范大学出版社,1989:102-103.
- [4] 韩於羹.应用数理统计[M].北京:北京航空航天大学出版社,2004:65-70.
- [5] 阎楚良,张书明,卓宁生.飞机机翼结构载荷测量试验力学模型与数据处理[J].航空学报,2000,21(1):56-59.  
Yan Chuliang, Zhang Shuming, Zhuo Ningsheng. Mechanical model and data processing of load measurement test for the airplane's wing structure[J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2000, 21(1): 56-59. (in Chinese)
- [6] 刘克格,阎楚良,张书明.飞机主起落架载荷谱实测的台架标定[J].吉林大学学报:工学版,2006,36(6):1024-1028.  
Liu Kege, Yan Chuliang, Zhang Shuming. Bench calibration of load spectrum measurement for fighter airplane main undercarriage[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2006, 36(6): 1024-1028. (in Chinese)
- [7] 闫楚良,刘克格.飞机结构经济寿命可靠性设计与评定[J].振动、测试与诊断,2012,32(3):355-363.  
Yan Chuliang, Liu Kege. Design and evaluation of aircraft structure economic life reliability[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(3): 355-363. (in Chinese)
- [8] 田兆锋,闫楚良. Web方式下飞机飞行实测数据可视化方法[J].振动、测试与诊断,2011,31(6):738-741.  
Tian Zhaofeng, Yan Chuliang. Visualization method of airplane flight load measurement on Web[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(6): 738-741. (in Chinese)
- [9] 李五一,闫楚良,田兆锋,等.基于VC++的飞机载荷谱数据可视化技术[J].振动、测试与诊断,2012,32(3):458-461.  
Li Wuyi, Yan Chuliang, Tian Zhaofeng, et al. Data visualization technique project based on VC++ [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(3): 458-461. (in Chinese)
- [10] Raymer D P. Aircraft design: a conceptual approach-third edition[M]. Washington D C: AIAA, 1999: 7-10.
- [11] Currey N S. Aircraft landing gear design: principles and practices[M]. Washington D C: AIAA, 1988: 1-20.



**第一作者简介:**段垚奇,男,1986年4月生,工程师。主要研究方向为飞机结构可靠性。曾发表《基于最小航道法的实测数字信号奇异值剔除算法》(《农业机械学报》2012年第43卷第5期)等论文。E-mail: dyq319@126.com