

基于 Lyapunov 指数的超声导波检测技术*

张伟伟¹, 武 静¹, 马宏伟²

(1. 太原科技大学应用科学学院 太原, 030024) (2. 暨南大学理工学院 广州, 510632)

摘要 为了提高超声导波的检测灵敏度, 提出了一种基于杜芬方程 Lyapunov 指数特性的超声导波识别方法, 该方法利用了杜芬方程对系统参数的敏感性及其对噪声信号的免疫特性。首先, 分析了杜芬方程检测导波信号的数学原理; 其次, 讨论了如何设定检测系统参数, 给出了可用于检测导波信号的杜芬系统; 最后, 通过分析比较噪声和导波信号对 Lyapunov 指数的不同影响, 证明了该方法识别强噪声下弱超声导波的有效性。数值算例表明, 通过合理设置杜芬方程参数使系统处于混沌状态, 当输入导波信号和混有噪声的导波信号时, 系统由混沌状态转变为极限环运动, 利用杜芬系统状态改变可实现对强噪声下弱超声导波的识别, 该方法可有效延长超声导波的检测范围和提高检测小缺陷的灵敏度。

关键词 损伤检测; 超声导波; 杜芬方程; Lyapunov 指数

中图分类号 TN915.04

1 问题的引出

超声导波检测是基于 Rayleigh 等^[1]关于有界结构中应力波传播理论提出的无损检测技术, 一次可检测几十米的范围, 可同时实现结构内部和表面检测, 适合应用于深埋或架空的细长结构检测, 在过去 30 年内研究人员对该技术进行了深入研究^[2]。然而, 超声导波的传播是一个十分复杂的过程, 常伴有频散性、衰减性, 以及多模态性, 此外, 噪声水平、缺陷大小以及检测距离都在一定程度上影响超声导波检测灵敏度^[3]。对于长距离小缺陷检测, 其回波信号必然表现为强噪声背景下的弱导波信号。如何提高弱导波信号的检测灵敏度对于延长导波检测距离, 提高小缺陷检测可靠性, 具有重要意义。

20 世纪 90 年代初期, 美国学者 Brix 提出了基于杜芬振子系统非平衡相变对系统参数的敏感性以及对噪声信号的免疫能力实现强噪声下的弱信号检测的想法^[4]。杜芬方程可描述为

$$\ddot{x} + k\dot{x} - x^3 + x^5 = F\cos\omega t \quad (1)$$

其中: k 为阻尼比; $-x^3 + x^5$ 为系统的非线性恢复力项; $F\cos\omega t$ 为内策动力项; F 为策动力幅值; ω 为策

动力角频率。

设有待检测信号 $\bar{s}(t) = f\sin\omega t$, 其周期与式(1)中外策动力频率相同, 则利用杜芬振子检测系统可描述为

$$\ddot{x} + k\dot{x} - x^3 + x^5 = F\cos\omega t + \bar{s}(t) \quad (2)$$

利用简单的三角变换, 式(2)仍可化简为式(1)的形式。因此, 可以认为输入同周期的正弦(或余弦)信号, 相当于改变了系统(1)外策动力项的幅值和相位, 引起系统输出特征的变化, 从而实现对输入信号 $\bar{s}(t)$ 的分析。对于杜芬方程, 固定 k, ω , 通过改变外策动力幅值, 系统会出现阵发性混沌过程^[5]。利用该性质, 王冠宇等^[6-8]讨论了杜芬方程的分岔, 统计特性, 提出了弱信号检测方法, 研究了噪声对杜芬系统的影响。张贵平等^[9]先将检测系统的内置策动力调整使相轨迹处于混沌态向大周期态转变的临界状态, 通过将待测信号输入系统后相轨图转变为大周期态检测同周期信号的存在。Hu 等^[10]详细推导了杜芬方程的数值解, 以及其分岔的确定方法。利用周期信号和噪声信号对杜芬系统相轨图的不同影响讨论了规则周期信号的检测技术。此外, 利用该方法还可以识别信号幅值^[11]和频率^[12-14]。Li 等^[15]讨论了有限持续时间的随机相位的正弦信号,

* 国家自然科学基金资助项目(11072089, 11102125); 山西省自然科学基金资助项目(2012021019); 太原科技大学博士启动基金资助项目(20102019)

收稿日期: 2013-06-02; 修回日期: 2013-09-17

利用一系列不同相位的策动力方程识别正弦信号相位, 滑移窗给出了识别信号达到时刻的方法。Srinivasan 等^[16]利用实验和数值模拟研究正弦信号、方波、三角波和锯齿信号输入杜芬方程时的分岔、相轨迹和 Lyapunov 指数的变化特征, 进一步为杜芬方程识别其他信号提供了理论依据。

不过, 利用混沌振子检测弱信号大多还处于发展阶段, 多以检测简单的正、余弦信号为例验证方法有效性, 以及探讨系统对噪声信号的免疫特性等, 而对于利用杜芬方程进行小缺陷下弱回波信号的检测还鲜有报道。张淑清等^[17]讨论了杜芬方程检测信号幅值和相位, 指出了在超声导波检测中的潜力, 但其缺乏超声导波信号检测的实例验证。邹珺等^[18]利用杜芬振子系统检测了磁致伸缩导波信号, 但其对检测系统的参数设定、以及相关研究不够详细。张伟伟等^[19]利用改进型杜芬方程讨论了给定导波信号下的系统参数设置, 讨论了利用相轨图的改变识别 Hanning 窗调制的正弦信号, 给出了二分法定位导波信号的方法。文中将通过推导导波信号对杜芬方程 Lyapunov 指数的影响规律, 探讨利用该指数作为导波检测指标, 通过对比和分析噪声及导波信号所引起的不同的 Lyapunov 指数变化, 提出强噪声下弱导波信号的识别方法, 从而提高超声导波识别小缺陷的灵敏度。

2 Lyapunov 指数及其混沌判据

混沌系统的基本特征是运动对初值条件极为敏感, 两个靠近的初值所产生的轨道随时间推移按指数方式分离。Lyapunov 指数是描述这一现象的定量指标, 表征了系统在相空间中相邻轨道间随着时间的推移收敛或发散的指数率。对于 n 维连续动力系统 $\dot{x} = F(x)$, 在 $t=0$ 时刻, 以 x_0 为中心, $\|\delta x(x_0, 0)\|$ 为半径做一个 n 维的球面。随着时间的演化, 在 t 时刻该球面即变形为 n 维的椭球面。设该椭球面的第 i 个坐标轴方向的半轴长为 $\|\delta x_i(x_0, t)\|$, 则该系统第 i 个 Lyapunov 指数^[20]为

$$L_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\|\delta x_i(x_0, t)\|}{\|\delta x_i(x_0, 0)\|} \quad (3)$$

实际计算时取 $\|\delta x(x_0, 0)\|$ 为 d (d 为常数), 以 x_0 为球心, 欧几里得范数为 d 的正交向量集 $\{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ 为初始球。由非线性微分方程 $\dot{x} = F(x)$ 可以分别计算出点 $x_0, x_0 + e_1, x_0 + e_2, \dots, x_0 + e_n$ 经过时间 t 后演化的轨迹。设其终了点分别

为 $x_{00}, x_{01}, \dots, x_{0n}$, 则令 $\sigma x_1^{(1)} = x_{01} - x_{00}, \sigma x_2^{(1)} = x_{02} - x_{00}, \dots, \sigma x_n^{(1)} = x_{0n} - x_{00}$, 则可得新的向量集 $\{\sigma x_1^{(1)}, \sigma x_2^{(1)}, \sigma x_3^{(1)}, \dots, \sigma x_n^{(1)}\}$ 。

由于各向量在演化过程中都会向着最大的 Lyapunov 指数方向靠拢, 因此需要通过 Schmidt 正交化不断地对新向量进行置换, 即 GSR 方法^[21], 正交化过程如下

$$\begin{cases} v_1^{(1)} = \sigma x_1^{(1)} \\ u_1^{(1)} = v_1^{(1)} / \|v_1^{(1)}\| \\ \vdots \\ v_n^{(1)} = \sigma x_n^{(1)} - \langle \sigma x_n^{(1)}, u_{n-1}^{(1)} \rangle u_{n-1}^{(1)} - \dots \\ \quad \langle \sigma x_n^{(1)}, u_1^{(1)} \rangle u_1^{(1)} \\ u_n^{(1)} = v_n^{(1)} / \|v_n^{(1)}\| \end{cases} \quad (4)$$

然后, 以 x_{00} 为球心, 范数为 d 的正交向量集 $\{du_1^{(1)}, du_2^{(1)}, du_3^{(1)}, \dots, du_n^{(1)}\}$ 为新球继续进行演化, 设演化至 N 步时, 得到向量集 $\{V_1^{(n)}, V_2^{(n)}, V_3^{(n)}, \dots, V_n^{(n)}\}$, 且 N 足够大, 这可以得到 Lyapunov 指数的近似公式为

$$\begin{cases} L_1 = -\frac{\ln d}{T} + \frac{1}{NT} \sum_{k=1}^N \ln \|V_1^k\| \\ \vdots \\ L_n = -\frac{\ln d}{T} + \frac{1}{NT} \sum_{k=1}^N \ln \|V_n^k\| \end{cases} \quad (5)$$

在一维情形下, 当 Lyapunov 指数大于 0 时, 该系统具有混沌特性。当 Lyapunov 指数等于 0 时, 对应着分岔点或系统的周期解, 即系统出现周期现象。当 Lyapunov 指数小于 0 时, 系统有稳定的不动点。对于维数大于 1 的 n 维系统, 对应 n 个 Lyapunov 指数, 这 n 个 Lyapunov 指数按大小顺序排列, 称为 Lyapunov 指数谱。利用 Lyapunov 指数谱判别混沌的标准是: 只要存在一个 Lyapunov 指数大于 0, 就说明系统处于混沌状态。具体到三维情形, 系统的状态与 Lyapunov 指数之间的关系如表 1 所示^[21]。

表 1 系统的状态与 Lyapunov 指数之间的关系

Tab. 1 Relationship between the state of system and the Lyapunov exponents

Lyapunov 指数	取值	对应状态
	—, —, —	稳定不动点
	0, —, —	极限环
	0, 0, —	二维环面
L_1, L_2, L_3	+, +, 0	不稳极限环
	+, 0, 0	不稳二维环面
	+, 0, —	奇怪吸引子

3 Lyapunov 指数识别导波原理

3.1 导波信号

在管道超声导波检测中,中心频率为 70 kHz,经 10 周期 Hanning 窗调制的导波信号经常被用来激发管道中 $L(0,2)$ 模态导波^[2],笔者将该信号作为待检测信号,验证所提方法的有效性。导波信号的表达式为

$$s(t) = \left[\frac{1}{2} (1 - \cos \frac{2\pi f_c t}{n}) \right] \sin(2\pi f_c t) \quad (6)$$

其中: n 为选用的单音频数目; f_c 为信号的中心频率。

图 1 为中心频率 70 kHz,10 周期的调制信号。

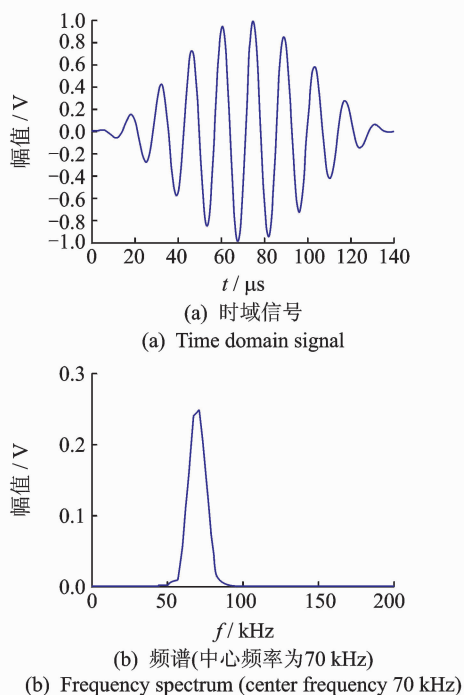


图 1 Hanning 窗调制 10 周期音频信号

Fig. 1 Sinusoidal signal of 10 cycles modulated by a Hanning window

由三角变换公式可知,由式(6)给出的导波表达式可写成下面的形式

$$s(t) = 0.5 \sin(2\pi f_c t) -$$

$$0.25 \sin(\frac{n+1}{n} 2\pi f_c t) - 0.25 \sin(\frac{n-1}{n} 2\pi f_c t) \quad (7)$$

导波信号 $s(t)$ 可以看成 3 个频率相近的正弦信号的叠加。为了研究噪声导波信号的识别问题,考虑如下噪声模型

$$\bar{S}(t) = s(t) + \sigma \cdot e(t) \quad (8)$$

其中: $s(t)$ 为纯导波信号; $e(t)$ 为一随机函数模拟噪声;为满足 $N(0,1)$ 的高斯白噪声,引入噪声水平 σ ,表示噪声污染程度; $\bar{S}(t)$ 为混有了噪声的信号。

在统计意义下,均值为 0 的噪声引起杜芬方程输出响应变化也具有 0 均值特征,而由方差引起的变化会随计算时间的增加而逐渐减小^[5]。这说明杜芬系统对噪声具有一定的免疫力,但输入相同频率的周期信号,相当于改变了外策动力的幅值,将会引起系统非平衡态的改变。

3.2 识别方法

对于非线性微分方程,一般难以得到精确解,但可以根据微分方程的特点推断解的性质(如周期性、稳定性),即利用定性理论和稳定性理论是研究非线性微分方程的有效手段。为此,设 $z=t$,由式(1)表示的杜芬方程可转化为 3 阶自治系统

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{y} = -kv + x^3 - x^5 + F \cos \omega z \\ \dot{z} = 1 \end{cases} \quad (9)$$

根据文献[19]结果,驱动力频率设为 $70 \text{ kHz} = 0.07(1/\mu\text{s})$, $\omega \approx 0.439823 \text{ rad}/\mu\text{s}$ 。迭代初值设为 $(0,0,0)$, $k=0.5$ 。基于以上参数的设置,计算得到不同 F 下的杜芬系统的相轨图和 3 个方向上的 Lyapunov 指数的值,分别用 L_1, L_2, L_3 表示。这里, L_1 对应于参量 x, L_2 对应于 z, L_3 对应于 v ,用来说明各指数在不同输入条件下的变化,不同于前面定义的 Lyapunov 指数谱。图 2 所示为外策动力幅值由 0 逐渐增大时的相轨图和 Lyapunov 指数图。从图中可以看出:当 F 从 0 逐渐增加时,系统依次经历不动点、周期 1、周期 2 等,逐渐进入混沌状态;继续增加策动力幅值 F ,系统又将进入大周期态。随后,系统进入间歇混沌状态,直到 F 大到一定值时,系统将不再出现混沌状态,这一结论与文献[22]相符。并且 L_1, L_2, L_3 分别代表系统的 3 个不同方向上的 Lyapunov 指数,其中 L_2 始终为 0,它表示沿轨道切线方向既不增大也不缩小,体现为本算例中时间 t 的均匀增加。从图 2 可看出,随着外策动力幅值的改变,结合表 1 可判读出各运动状态。

观察 Lyapunov 指数还可以看出,随着迭代时间的延长,指数趋于一个定值,通常将这个值看作是对应于该状态的 Lyapunov 指数。研究发现迭代时间为 $t=3000 \mu\text{s}$ 时,既可节省计算时间也可满足计算精度。利用该方法计算不同外策动力下的 Lyapunov 指数。图 3 给出了输入导波信号前后 Lyapunov 指数。

Lyapunov 指数随策动力幅值变化图,其中图 3(a)为无导波信号输入时的 Lyapunov 指数,图 3(b)为输入导波后的 Lyapunov 指数。比较两图可以看出,导波对 Lyapunov 指数影响较大的区域在 $0 \sim 1.3$ 之间,在 F 大于 2 的区域影响较小。实际上,当 F 大于 1 时,杜芬系统的输出处于混沌带之外,这一结果与利用 Melnikov 法计算得出的混沌区域一致^[5]。为了便于分析导波对 Lyapunov 指数的影响,将输入导波前后的 L_1 绘于图 3(c)中,观察 F 取值在 $0 \sim$

1 范围的指数变化。比较输入导波前后的 Lyapunov 指数,在 $F \in (0.76 \sim 0.88)$ 范围内,两指数的变化趋势截然相反,对应的系统状态也不相同。为了使得在导波输入系统后,系统具有显著变化,在输入超声导波信号前后两个 L_1 乘积小于 0 的区域,选择两个 L_1 之差的绝对值最大时所对应策动力 F 的幅值作为杜芬振子信号检测系统的策动力值,即 $F=0.8105$ 处,通过导波信号对相轨图和 Lyapunov 指数的改变识别导波信号。

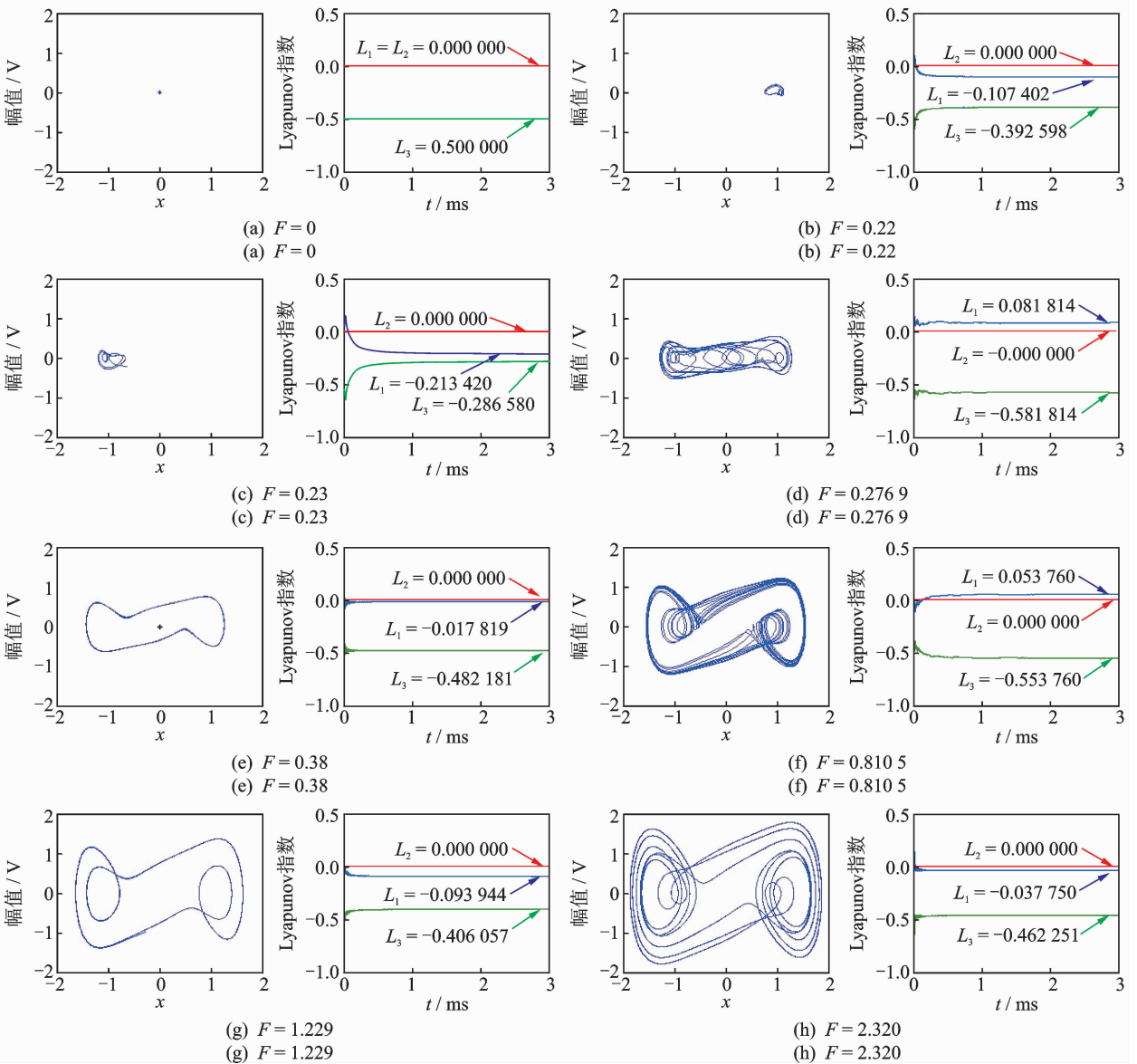


图 2 策动力幅值 F 变化时对应的系统的状态的演变

Fig. 2 Motion states of the Duffing system depending on the external force F

3.3 强噪声下弱导波信号识别

根据上述分析,作为弱导波检测系统的杜芬方程参数设定为: $\omega=0.439823, k=0.5, F=0.8105$,

迭代初值设为 $(0,0,0)$ 。检测系统的相轨图和 Lyapunov 指数如图 2(f)所示,其 Lyapunov 指数 L_1 为 0.053 760。将图 4(a)所示的导波信号输入检测系统后,其相轨图为图 4(b)所示,与图 2(f)所示系统

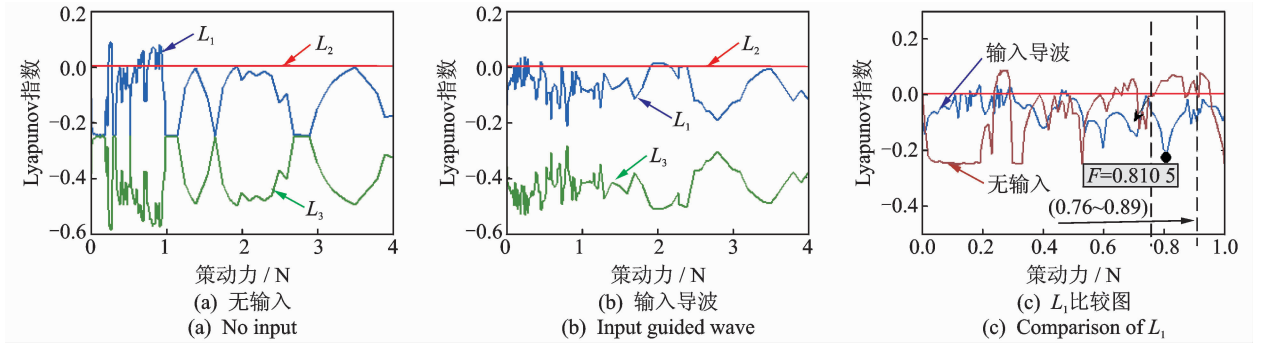


图 3 输入导波对 Lyapunov 指数随 F 的变化关系影响图

Fig. 3 Lyapunov exponent varying with external force without and with inputting guided wave signal

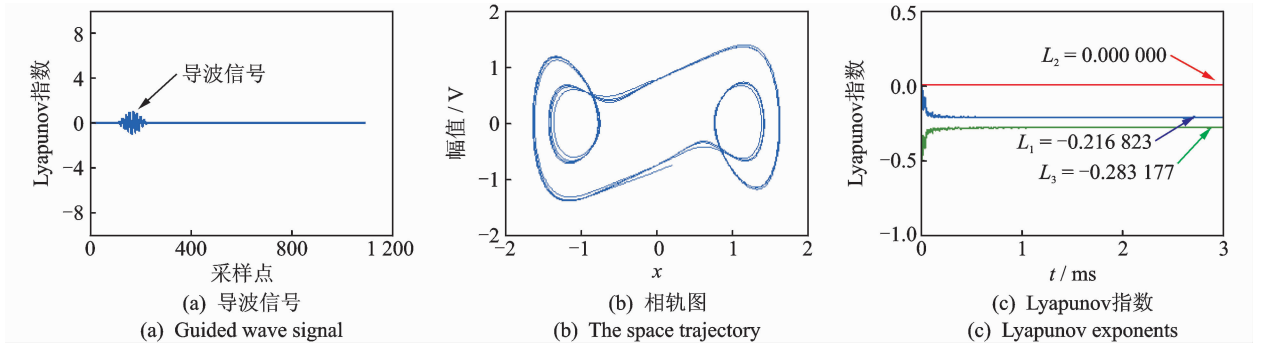


图 4 当 $F=0.8105$ 时加入纯导波信号的系统状态

Fig. 4 Phase portraits and Lyapunov exponent of the duffing system ($F=0.8105$) with inputting guided wave signal

的相轨图相比发生了显著变化。绘出 Lyapunov 指数如图 4(c)所示,与图 2(f)相比, Lyapunov 指数由 0.053 760 改变为 $-0.216 823$, 说明系统由奇怪吸引子转变为极限环运动。

如果将纯噪声信号输入系统,其性质与输入导波信号截然不同。作为对比,须将不同噪声水平的纯噪声信号以及混有不同噪声水平的导波信号输入到杜芬检测系统中,得到 Lyapunov 指数随噪声水平变化时的关系图(如图 5)。从图 5 中可以明显看出,加入纯噪声信号,虽然 Lyapunov 指数具体数值随着加入的噪声水平有所变化,但是其 L_1 仍然大于 0, 说明系统仍处于奇怪吸引子状态。而加入混有噪声的导波信号,随着噪声水平的增加 L_1 始终小于 0, 说明系统在输入混有噪声的导波信号后由奇怪吸引子转变为极限环运动。与输入纯导波信号时变化一致。这说明基于杜芬方程的导波检测系统对于噪声具有一定的免疫能力,但对于同频率的导波信号具有较好的敏感性。这一特性适合于检测强噪声背景下的导波信号,以提高导波检测的灵敏度。

4 数值算例

通过上面的结论可以看出,输入纯噪声信号与

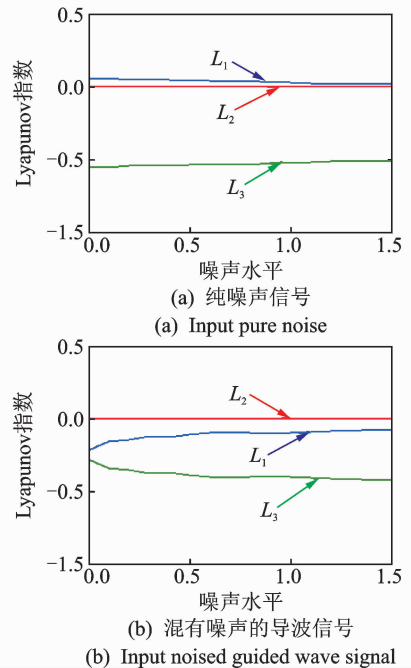


图 5 当 $F=0.8105$ 时加入导波信号前后 Lyapunov 指数随噪声水平的变化

Fig. 5 Comparison of Lyapunov exponent of the duffing system ($F=0.8105$) without and with inputting noised guided wave signal

输入混有噪声的导波信号时 Lyapunov 指数性质完全不同,因此,如果将混有噪声的导波信号输入到杜芬检测系统中,通过系统 Lyapunov 指数值的改变,可以有效识别出信号中是否混有导波信号。现将结合相轨迹图的特点进一步验证这一方法的有效性,并给出可以识别的噪声水平。首先,将图 6(a)所示的噪声水平为 70% 的纯噪声信号输入到检测系统中,其相轨迹图和 Lyapunov 指数如图 6(b)和 6(c)所示,与

图 2(f)相比,噪声几乎没有改变相轨迹图,仅使相轨迹图变得粗糙。同时尽管 Lyapunov 指数由 0.053 760 改变为 0.038 344,但仍大于 0,说明系统仍处于奇怪吸引子状态。若加大噪声水平,将图 7(a)所示的噪声水平为 100% 的纯噪声信号输入到检测系统中,其相轨迹图和 Lyapunov 指数如图 7(b)和 7(c)所示,从图中可以看出,噪声依然没有改变系统状态,此时 Lyapunov 指数改变为 0.031 225。

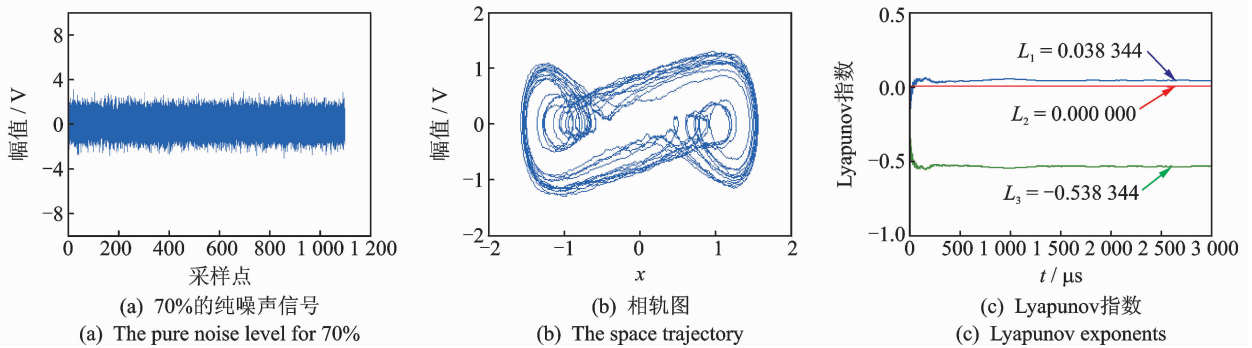


图 6 当 $F=0.810\ 5$ 时输入噪声水平为 70% 的纯噪声信号时系统状态

Fig. 6 Phase portraits and Lyapunov exponent of the doffing system ($F=0.810\ 5$) with inputting 70% noise signal

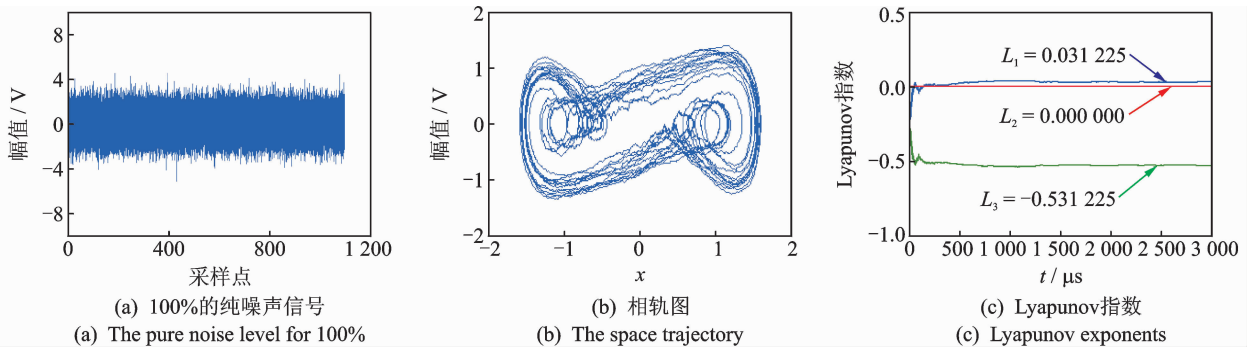


图 7 当 $F=0.810\ 5$ 时输入噪声水平为 100% 的纯噪声信号时系统状态

Fig. 7 Phase portraits and Lyapunov exponent of the doffing system ($F=0.810\ 5$) with inputting 100% noise signal

将图 6(a)所示的噪声水平为 70% 的噪声与图 4(a)所示的导波信号叠加,如图 8(a)所示,将其输入检测系统,其相轨迹图和 Lyapunov 指数如图 8(b)和图 8(c)所示。显然,与图 2(f),6(b)相比,相轨迹图发生了显著变化,但与输入纯导波信号的图 4(b)相比,仅是轨线发生了摄动,但两者形状相同。而 Lyapunov 指数在输入导波前后由 0.053 760 改变为 -0.094 742,由大于 0 变为小于 0,说明系统在输入混有噪声的导波信号后由奇怪吸引子转变为极限环运动。同理将 7(a)所示的噪声水平为 100% 的噪声与图 4(a)所示的导波信号叠加,如图 9(a)所示,将其输入检测系统,其相轨迹图和 Lyapunov 指数如图 9(b)和图 9(c)所示,可以得到同样的结论。

继续增加噪声水平,当噪声水平增加到一定状态时,对应的相轨迹图出现严重的摄动,不利于观察。而计算相应的 Lyapunov 指数值则需要很长的仿真时间,大大降低检测效率,并且纯噪声信号对应的 Lyapunov 指数值 L_1 也会出现大于 0 和小于 0 交替,经过很长一段时间后 L_1 稳定在接近于 0 的正值附近,有的甚至输出负的 L_1 ,改变了系统状态。因此,为了考虑检测的有效性和可靠性,认为噪声在 100% 以上是不可靠的。利于该方法可以有效识别 100% 噪声的导波信号。

5 结束语

为了延长超声导波检测技术的检测范围和提高

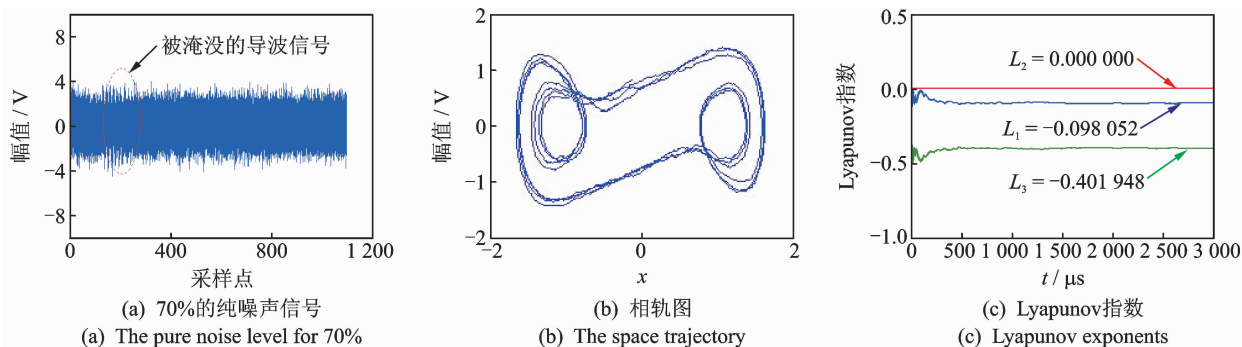


图8 当 $F=0.8105$ 时输入含噪声水平为70%的噪声导波信号时系统状态

Fig. 8 Phase portraits and Lyapunov exponent of the doffing system ($F=0.8105$) with inputting 70% noised guided wave signal

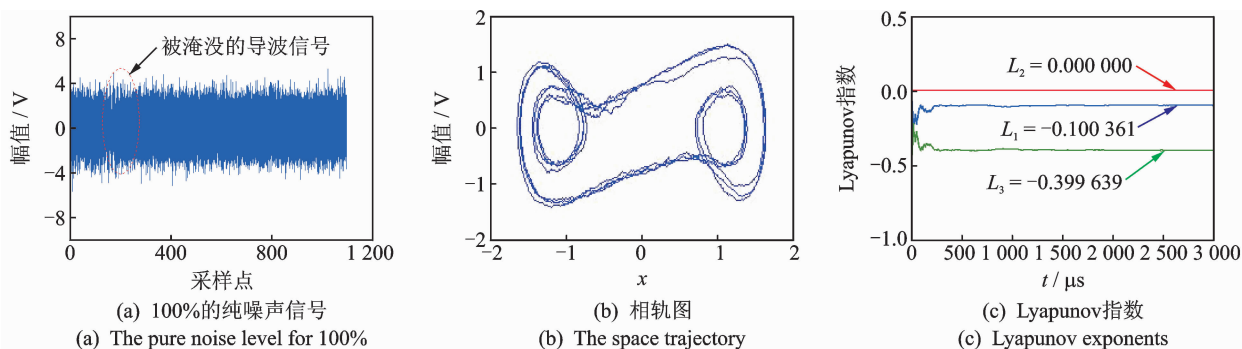


图9 当 $F=0.8105$ 时输入含噪声水平为100%的噪声导波信号时系统状态

Fig. 9 Phase portraits and Lyapunov exponent of the doffing system ($F=0.8105$) with inputting 100% noised guided wave signal

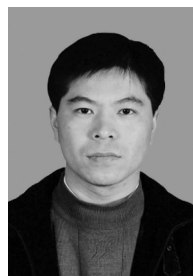
小缺陷的识别灵敏度,利用杜芬混沌系统对初始输入的敏感性,发展了一种基于杜芬方程 Lyapunov 指数的超声导波识别方法。以超声导波检测中常用的 Hanning 窗调制的多正弦信号作为待检信号,讨论了杜芬方程识别超声导波信号的原理,对适用于导波检测的杜芬方程参数设定进行了详细讨论,根据输入导波信号前后 Lyapunov 指数的改变,选取了合适的检测系统。将不同噪声水平的纯噪声信号以及混有不同噪声水平的导波信号分别输入到检测系统中,杜芬方程相轨图和 Lyapunov 指数输入截然不同,加入纯噪声信号时, L_1 与无输入时计算得到的 L_1 均为大于 0,说明输入噪声信号不会引起系统状态的变化,为奇怪吸引子状态。而加入混有噪声的导波信号时,当噪声水平增加时,计算得到的 L_1 始终为小于 0,与输入纯导波信号时变化一致,这说明当待检信号中含有导波信号时,杜芬方程会由奇怪吸引子状态转变为极限环运动。由此可见,杜芬方程导波检测系统对于噪声具有一定的免疫能力,但对于同频率中心的导波信号具有较好的敏感性,是识别强噪声下弱超声导波的有效方法。数值算例表明,该方法具有较高的灵敏度,在噪声水平为

100%也可以有效地识别出导波信号,这对于提高超声导波检测小缺陷的灵敏度具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Hayashi T, Tamyama C, Murase M. Wave structure analysis of guided waves in a bar with an arbitrary cross-section[J]. Ultrasonics, 2006, 44(1): 17-24.
- [2] Cawley P, Lowe M, Alleyne D, et al. Practical long range guided wave inspection-applications to pipes and rail[J]. Materials Evaluation, 2003, 61(1): 66-74.
- [3] 梁伟, 张来斌, 郭磊. 大口径天然气管道声波信号的降噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(6): 970-974.
Liang Wei, Zhang Laibin, Guo Lei. Large diameter gas pipeline sonic signal noise reduction method[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(6): 970-974. (in Chinese)
- [4] 李月, 杨宝骏. 混沌振子系统(L-Y)与检测[M]. 北京:科学出版社, 2007:14.
- [5] 聂春燕. 混沌系统与弱信号检测[M]. 北京:清华大学出版社, 2009:50-55.

- [6] Wang Guanyu, Chen Dajun, Lin Jianya, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection[J]. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 1999, 46(2): 440-444.
- [7] Wang Guanyu, Zheng Wei, He Sailing. Estimation of amplitude and phase of a weak signal by using the property of sensitive dependence on initial conditions of a nonlinear oscillator[J]. Signal Processing, 2002, 82(1): 103-115.
- [8] 王冠宇,陈大军,林建亚,等. Duffing 振子微弱信号检测方法的统计特性研究[J]. 电子学报, 1998, 26(10): 38-44.
Wang Guanyu, Chen Dajun, Lin Jianya, et al. The statistical characteristics of weak signal detection based on Duffing oscillator[J]. Acta Electronica Sinica, 1998, 26(10): 38-44. (in Chinese)
- [9] 张贵平,贾鑫,潘显俊. 混沌振子在强噪声背景下正弦信号的检测研究[J]. 装备指挥技术学院学报, 2008, 19(4): 90-93.
Zhang Guiping, Jia Xin, Pan Xianjun. Detecting sine signal in the background of strong noise with chaotic oscillator[J]. Journal of the Academy of Equipment Command & Technology, 2008, 19(4): 90-93. (in Chinese)
- [10] Hu N Q, Wen X S. The application of Duffing oscillator in characteristic signal detection of early fault[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 268(5): 917-931.
- [11] 倪云峰,康海雷,刘健,等. 基于 DUFFING 阵子的接地网故障诊断弱信号幅值检测新方法[J]. 电测与仪表, 2008, 45(10): 22-25.
Ni Yunfeng, Kang Hailei, Liu Jian, et al. A novel approach of low signal detection based doffing for grounding grids corrosion diagnosis [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2008, 45(10): 22-25. (in Chinese)
- [12] 舒娜,张晓星,孙才新. 自治混沌系统中抗噪声干扰的频率检测模型[J]. 重庆大学学报, 2013, 36(6): 146-160.
Shu Na, Zhang Xiaoxing, Sun Caixin. The frequency detection model with anti-noise in the autonomous chaotic system [J]. Journal of Chongqing University, 2013, 36(6): 146-160. (in Chinese)
- [13] 任志玲,刘银报,史旭鹏. 基于 Duffing 振子的弱正弦信号检测的改进[J]. 计算机测量与控制, 2011, 19(6): 1301-1303.
Ren Zhiling, Liu Yinbao, Shi Xupeng. Improvement of weak sinusoidal signal detecting based on Duffing oscillator[J]. Computer Measurement & Control, 2011, 19(6): 1301-1303. (in Chinese)
- [14] 陈维,孟晨,崔少群,等. 基于杜芬振子的微弱正弦信号频率测量[J]. 计算机测量与控制, 2010, 18(12): 1982-1985.
Chen Wei, Meng Chen, Cui Shaoqun, et al. Measurement of weak sinusoidal signal frequency based on Duffing oscillator[J]. Computer Measurement & Control, 2010, 18(12): 1982-1985. (in Chinese)
- [15] Li Jian, Zhou Jiliu, He Kun, et al. Detection of phase weak transient randomly distributed signal using chaos [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2005, 16(3): 527-533.
- [16] Srinivasan K, Thamilaran K, Venkatesan A. Effect of nonsinusoidal periodic forces in Duffing oscillator numerical and analog simulation studies[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 40(1): 319-330.
- [17] 张淑清,姜万录,王玉田. 强噪声中弱信号检测的混沌方法及超声系统的实现[J]. 电子测量与仪器学报, 2001, 15(2): 11-16.
Zhang Shuqing, Jiang Wanlu, Wang Yutian. Chaos theory for weak signal detection in high noise environment and its application in ultrasonic wave detection [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2001, 15(2): 11-16. (in Chinese)
- [18] 邹珺,武新军,徐江,等. 基于杜芬混沌振子的磁致伸缩导波信号识别[J]. 无损检测, 2008, 30(9): 600-602.
Zou Jun, Wu Xinjun, Xu Jiang, et al. Identification of magnetostrictive guided wave signal based on Duffing chaotic oscillators[J]. Nondestructive Testing, 2008, 30(9): 600-602. (in Chinese)
- [19] 张伟伟,马宏伟. 利用混沌振子系统识别超声导波信号的仿真研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(9): 15-20.
Zhang Weiwei, Ma Hongwei. Simulations on ultrasonic guided wave identification using chaotic oscillator [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(9): 15-20. (in Chinese)
- [20] Hu Haina, Liu Daowen. The judgment of chaotic detection system's state based on the Lyapunov exponent [C]//Procedia Engineering (2012 International Workshop on Information and Electronics Engineering). Amsterdam, Holland: Elsevier, 2012: 2894-2898.
- [21] 吕金虎,陆君安,陈士华. 混沌时间序列分析及其应用[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2005: 29-30.
- [22] 刘海波,吴德伟,金伟,等. Duffing 振子微弱信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2013, 62(5): 1-6.
Liu Haibo, Wu Dewei, Jin Wei, et al. Study on weak signal detection method with Duffing oscillators [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(5): 1-6. (in Chinese)



第一作者简介:张伟伟,男,1978年2月生,博士,副教授。主要研究方向为结构损伤检测。曾发表《利用混沌振子系统识别超声导波信号的仿真研究》(《振动与冲击》,2012年第31卷第9期)等论文。

Email: zwwps@126.com