

# 被动式 Stewart 隔冲平台的刚度特性\*

张春辉<sup>1</sup>, 汪玉<sup>2</sup>, 温肇东<sup>2</sup>, 赵建华<sup>1</sup>

(1. 海军工程大学动力工程学院 武汉, 430033) (2. 海军装备研究院 北京, 100161)

**摘要** 建立了 Stewart 隔冲平台的运动微分方程, 分析了隔冲平台 3 个方向的动态刚度特性, 讨论了刚度大小对平台抗冲击性能的影响, 对隔冲平台进行了落锤式冲击试验, 并与仿真结果进行了对比。研究表明: 被动式 Stewart 隔冲平台的三向动态刚度近似呈线性; 隔冲平台的横向冲击隔离率大于纵向冲击隔离率, 纵向冲击隔离率大于垂向冲击隔离率; 试验所得的冲击隔离率达到 86.39% 以上。研究成果可为 Stewart 隔冲平台在船舶设备抗冲击中的实际应用提供理论和试验依据。

**关键词** Stewart 平台; 冲击隔离; 刚度特性; 冲击试验  
**中图分类号** O322

## 引言

船舶上的导航设备是通过测量载体相对于惯性空间的角运动和线运动参数, 计算后实施船舶导航任务的装置, 具有定位精度高、自主性强、提供航行参数多等优点, 是保证船舶准确航行的重要设备<sup>[1]</sup>。导航设备的静动态力学性能直接影响着惯性仪表的工作精度, 进而影响船舶的导航精度。船舶在水中航行时受到的各个方向的冲击作用(如水下非接触爆炸或接触爆炸产生的多角度冲击)是影响船舶导航设备静动态力学性能的主要因素之一<sup>[2]</sup>。因此, 研究高精度导航组件的抗冲击技术, 设计出满足导航精度的抗冲击隔离系统, 对于增强导航组件的抗冲击性能、提高导航精度和寿命具有重要意义。

六自由度 Stewart 平台是一个包含多环闭链结构的复杂多体系统, 具有刚度高、承载能力强、动态特性好等优点<sup>[3]</sup>, 其在飞行器敏感设备的隔振<sup>[4]</sup>、并联机床<sup>[5]</sup>、精密定位<sup>[6-7]</sup>、主动隔振领域<sup>[8]</sup>的应用比较成熟, 但在多自由度抗冲击方面的研究较少。冲击响应属于瞬态运动, 主动和半主动控制需要一定的反应时间和外部能源<sup>[9]</sup>, 目前尚不能较好地应用到冲击隔离中, 而被动隔冲是当前最普遍使用的冲击隔离技术, 其结构简单, 造价低, 易于维护, 只要选择合理的弹性元件和阻尼元件就可以达到较好的冲击隔离效果<sup>[10]</sup>。笔者以被动式六自由度 Stewart

隔冲平台为研究对象, 运用矩阵传递法建立了 Stewart 平台的数学模型, 分析了隔冲平台 3 个方向的动态刚度特性; 以质量体模拟被隔离的精密电子设备, 采用落(摆)锤式冲击试验机对隔冲平台进行了冲击试验, 并与仿真结果进行了对比。

## 1 Stewart 隔冲平台数学模型

### 1.1 单个隔冲器特性分析

六自由度 Stewart 隔冲平台的简化结构如图 1 所示, 主要由基座、6 个隔冲器和支撑平台组成。为了研究 Stewart 平台的动力学特性, 取广义坐标  $(x_A, y_A, z_A, \alpha_A, \beta_A, \gamma_A)$  和  $(x_B, y_B, z_B, \alpha_B, \beta_B, \gamma_B)$  分别表示基座和支撑平台的运动, 如图 2 所示。

根据旋转矩阵和卡尔丹角坐标转动原则<sup>[11]</sup>, 可

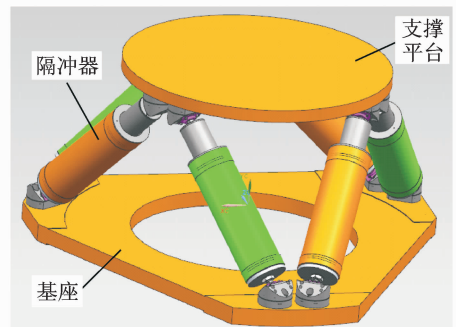


图 1 Stewart 平台示意图

Fig. 1 Stewart platform diagram

\* 国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目(613157010102);“十二五”预研基金资助项目(4010304030202)  
收稿日期: 2014-08-04; 修回日期: 2014-09-24

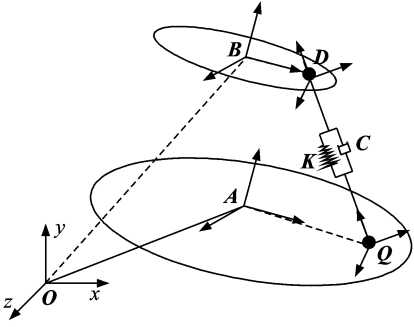


图 2 Stewart 平台基本坐标系

Fig. 2 Stewart platform fundamental coordinate system

以得到任意一个隔冲器  $i$  上下两端之间的相对位移矢量  $\mathbf{D}_i$  在惯性坐标系中的表达式

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{OB} + \mathbf{BD}_i - \mathbf{OA} - \mathbf{AQ}_i = \mathbf{R}_B(\mathbf{OB} + \mathbf{BD}_i) - \mathbf{R}_A(\mathbf{OA} + \mathbf{AQ}_i) \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B$  分别为  $A/B$  坐标系中的向量与惯性坐标系的转换矩阵。

同理,可以得到支撑平台  $B$  关于惯性坐标系的转动惯量  $J_i$  的表达式

$$J_i = \mathbf{R}_B J_{i0} \mathbf{R}_B^T \quad (2)$$

其中:  $J_{i0}$  为支撑平台关于随体坐标系的转动惯量。

令惯性坐标系的惯性基为  $(e_x, e_y, e_z)$ , 第  $i$  个隔冲器的轴向单位矢量为  $e_{d_i} = \frac{\mathbf{Q}_i \mathbf{D}_i}{|\mathbf{Q}_i \mathbf{D}_i|}$ , 方向由  $\mathbf{Q}_i$  指向  $\mathbf{D}_i$ 。假设第  $i$  个隔冲器的轴向刚度为  $K_i$ , 阻尼为  $C_i$ , 则其在惯性坐标系中的 3 向分解如图 3 所示。3 个方向的刚度分量表达式如下

$$\begin{cases} K_{ix} = K_i e_{d_i} \cdot e_x \\ K_{iy} = K_i e_{d_i} \cdot e_y \\ K_{iz} = K_i e_{d_i} \cdot e_z \end{cases} \quad (3)$$

结合图 2、图 3 可以看出, 第  $i$  个隔冲器在某一时刻对 3 个坐标轴的力矩分别为

$$\begin{cases} M_{ix} = K_i e_{d_i} \cdot e_y \cdot \mathbf{BD}_i \cdot e_x \\ M_{iy} = (K_i e_{d_i} - K_i e_{d_i} \cdot e_y) \cdot \mathbf{BD}_i \\ M_{iz} = K_i e_{d_i} \cdot e_y \cdot \mathbf{BD}_i \cdot e_z \end{cases} \quad (4)$$

由上式可推得支撑平台 3 个方向的总刚度分别为

$$K_x = \sum_{i=1}^6 K_{ix}, K_y = \sum_{i=1}^6 K_{iy}, K_z = \sum_{i=1}^6 K_{iz},$$

$$K_a = \frac{\partial \sum_{i=1}^6 M_{ix}}{\partial \theta_x}, K_b = \frac{\partial \sum_{i=1}^6 M_{iy}}{\partial \theta_y}, K_g = \frac{\partial \sum_{i=1}^6 M_{iz}}{\partial \theta_z}$$

其中:  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  分别是某一时刻支撑平台绕 3 个方向的转角。

同理可得支撑平台 3 个方向的总阻尼系数分别为

$$C_x = \sum_{i=1}^6 C_{ix}, C_y = \sum_{i=1}^6 C_{iy}, C_z = \sum_{i=1}^6 C_{iz},$$

$$C_a = \frac{\partial \sum_{i=1}^6 M_{ix}}{\partial \theta_x}, C_b = \frac{\partial \sum_{i=1}^6 M_{iy}}{\partial \theta_y},$$

$$C_g = \frac{\partial \sum_{i=1}^6 M_{iz}}{\partial \theta_z}$$

其中:  $C_{ix}, C_{iy}, C_{iz}$  分别为第  $i$  个隔冲器在惯性坐标系 3 个方向的阻尼系数分量;  $M_{ix}, M_{iy}, M_{iz}$  分别是第  $i$  个隔冲器 3 个方向的阻尼分力对平台产生的力矩。

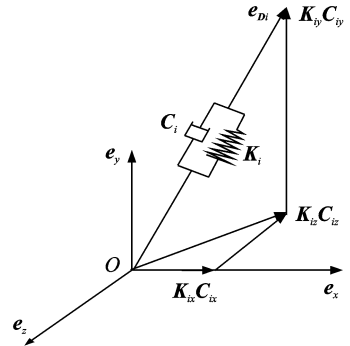


图 3 单个隔冲器刚度的 3 向分解

Fig. 3 Three-direction decomposition of single shock isolator

## 1.2 Stewart 平台运动微分方程

选取适当的坐标系  $B$ , 使其坐标轴与支撑平台的惯性主轴重合, 且保证 6 个隔冲器的刚度分量方向与惯性坐标系方向相同, 则被动式 Stewart 缓冲平台的振动微分方程为

$$\mathbf{M} \ddot{\delta} + \mathbf{C} \dot{\delta} + \mathbf{K} \delta = \mathbf{F}(t) \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{M}$  为质量矩阵, 且

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix}$$

其中:  $m$  为支撑平台质量;  $J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}$  分别为支撑平台关于  $x, y, z$  轴的惯量;  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵, 且

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_g \end{bmatrix}$$

$\mathbf{C}$  为阻尼系数矩阵, 且

$$C = \begin{bmatrix} C_X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_Y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_Z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_g \end{bmatrix}$$

$\delta$  为上下平台的相对运动向量, 且  $\delta = (\delta_x, \delta_y, \delta_z, \delta_\alpha, \delta_\beta, \delta_\gamma)$ , 令向量  $AB$  的单位矢量为  $e_{AB}$ , 由图 2 可以看出,  $\delta_x = |AB| e_{AB} \cdot e_x, \delta_y = |AB| e_{AB} \cdot e_y, \delta_z = |AB| e_{AB} \cdot e_z$ .  $F(t)$  为激励力组成的矩阵。

## 2 数值仿真

### 2.1 Stewart 隔冲平台的动态刚度仿真

根据推导的运动微分方程, 对被动式 Stewart 隔冲平台的动态刚度进行仿真分析。分析之前, 把基座固定, 给支撑平台施加一个垂向位移激励, 使其按照正弦规律围绕平台静平衡位置作上下往复运动。平台的垂向动态刚度与位移的关系曲线如图 4 所示。从图中可以看出, 隔冲平台的垂向刚度近似呈线性, 但在压缩阶段(0 ~ -0.018 m)和反弹阶段(-0.032 ~ -0.015 m)存在非线性特性, 这是由于系统的非线性因素致使响应发生了畸变。隔冲平台的垂向动态等效刚度为

$$K_{eq} = \frac{F_{max} + |F_{min}|}{x_{max} + |x_{min}|} \quad (6)$$

由式(8)可以计算得到垂向动态刚度约为 370.34 kN/m。

同理, 在  $x$  轴横向和  $z$  轴纵向分别施加相同的位移激励函数, 分析平台的横(纵)向动态刚度, 结果如图 5, 6 所示。从图中可以看出, 隔冲平台横向和

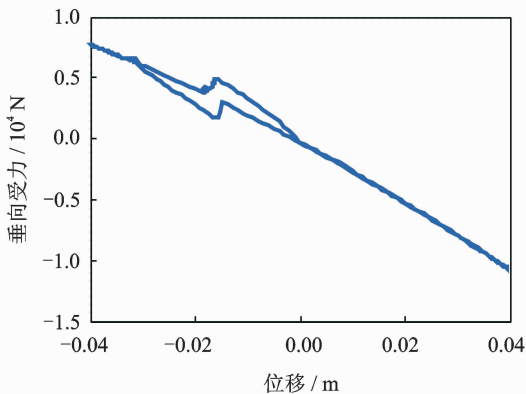


图 4 隔冲平台垂向动态刚度曲线

Fig. 4 Vertical dynamic stiffness of the shock isolation platform

纵向动态刚度近似成线性, 横向动态刚度值约为 106.445 kN/m, 纵向动态刚度值约为 109.417 kN/m。横向与纵向刚度值不同的原因是隔冲器轴向刚度在  $x$  轴横向和  $z$  轴纵向的分解量不同, 如图 3 所示。由此, 可以判断出 Stewart 平台的垂向等效刚度大于纵向等效刚度, 纵向等效刚度大于横向等效刚度。

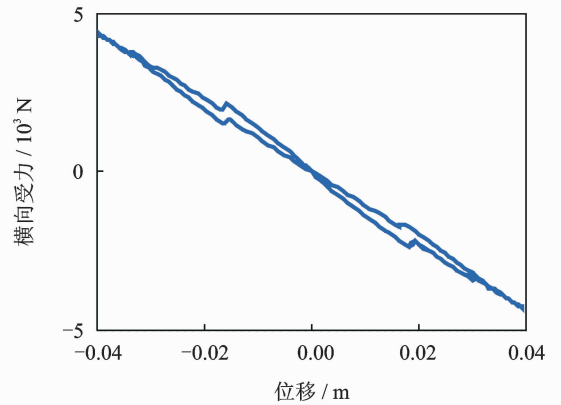


图 5 隔冲平台横向动态刚度曲线

Fig. 5 Horizontal dynamic stiffness of the shock isolation platform

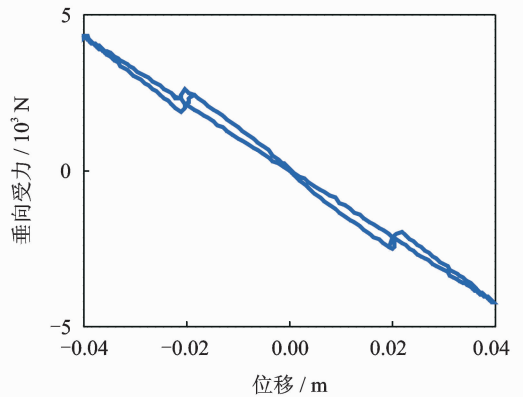


图 6 隔冲平台纵向动态刚度曲线

Fig. 6 Longitudinal dynamic stiffness of the shock isolation platform

### 2.2 隔冲器刚度大小对平台抗冲击性能的影响

为了深入研究单个隔冲器的刚度对平台抗冲击性能的影响, 分别计算了在不同刚度值下被隔离设备在 3 个方向的冲击响应, 分析刚度对冲击响应幅值的影响。用 50 kg 的质量体模拟被隔离设备, 对于冲击激励, 按照德国军标 BV043-85 推荐的正负双半正弦时域信号对模型基础施加冲击输入, 即

$$\ddot{y}(t) = \begin{cases} A_2 \sin(\omega_1 t) & (0 < t < t_1) \\ -A_4 \sin \omega_2 (t - t_1) & (t_1 \leq t < t_2) \\ 0 & (t_2 \leq t) \end{cases} \quad (7)$$

相应的载荷谱值分别为: 加速度谱值  $A =$

100 g, 速度谱值  $V=4.2$  m/s, 位移谱值  $d=0.04$  m。

由于 3 个方向的刚度均近似为线性刚度, 以垂向冲击为例, 不同刚度下被隔离设备的垂向冲击响应曲线如图 7, 8 所示。从图中可以看出, 在冲击载荷作用下, 设备的响应幅值均发生在第 2 个峰值处, 且刚度越大, 设备的响应越早达到峰值。加速度响应幅值随着刚度的增大而增大, 相对位移幅值随着刚度的增大而减小。

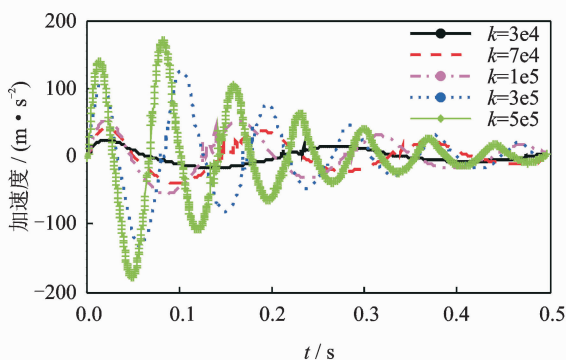


图 7 不同刚度下垂向冲击加速度响应曲线

Fig. 7 Vertical shock acceleration vs. isolator stiffness

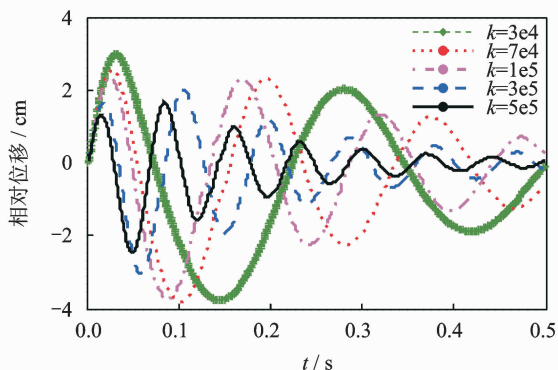


图 8 不同刚度下垂向冲击相对位移响应曲线

Fig. 8 Vertical shock relative displacement vs. isolator stiffness

冲击响应过程中, 一般用冲击隔离率来表示隔离器的隔冲效果, 其值越大, 表示隔离器的冲击隔离作用越好。冲击隔离率  $\eta$  计算公式为

$$\eta = \frac{(A_{\max 1} - A_{\max 2})}{A_{\max 1}} \times 100\% \quad (8)$$

其中:  $A_{\max 1}$  为基础加速度幅值;  $A_{\max 2}$  为设备加速度响应幅值。

不同刚度下 Stewart 隔冲平台 3 向冲击隔离率和相对位移幅值曲线如图 9, 10 所示。从图 9 看出, 隔冲平台 3 个方向的冲击隔离率随着刚度的增大而减小, 横向冲击隔离率最高, 纵向隔离率次之, 垂向隔离率最小, 主要原因是隔冲平台的垂向动态等效

刚度大于纵向动态等效刚度, 纵向动态等效刚度大于横向动态刚度, 即刚度越大, 冲击隔离率越小。从图 10 看出, 被隔离设备与基础的相对位移幅值随着刚度增大而减小, 且刚度越大, 相对位移幅值的减小幅度越小; 垂向相对位移幅值大于横向和纵向相对位移幅值, 这主要是因为与垂向冲击相比, 横向和纵向冲击时, Stewart 平台发生了较大的转动。

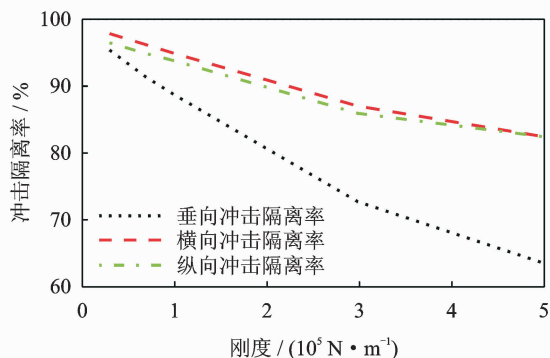


图 9 不同刚度下平台的 3 向冲击隔离率

Fig. 9 Three-direction shock isolation rate vs. isolator stiffness

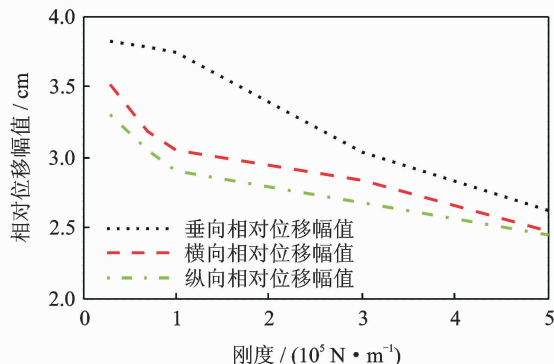


图 10 不同刚度下平台的 3 向相对位移幅值

Fig. 10 Three-direction relative displacement vs. isolator stiffness

### 3 Stewart 隔冲平台冲击试验及对比分析

为了研究 Stewart 隔冲平台在船舶精密电子设备抗冲击领域中的可行性, 验证仿真模型的准确性, 研制了一台试验样机, 并用落(摆)锤式轻型冲击机对其进行了冲击试验, 根据 GJB150. 18-86 确定试验工况, 具体如表 1 所示。试验过程中采用一台杭州 Econ AVANT MI-7018 采集仪(序列号 155255813)、一台 B&K 2692 电荷放大器(序列号 1503807)和 4 个 B&K 4384V 传感器测量被隔离设备和基础的加速度信号, 具体的冲击测试状态如图

11,12 和表 2 所示。以垂向冲击为例,将试验测量的基础加速度信号作为仿真模型基础的输入信号,计算隔冲平台上被隔离设备的冲击响应,并与试验结果对比。仿真和试验测量的加速度时域曲线如图 13~15 所示。

表 1 冲击试验工况

Tab. 1 Shock test plan

冲击方向	落锤高度/m	摆锤角度/(°)
垂向	0.30	37.00
横向	0.90	66.00
纵向	1.50	90.00

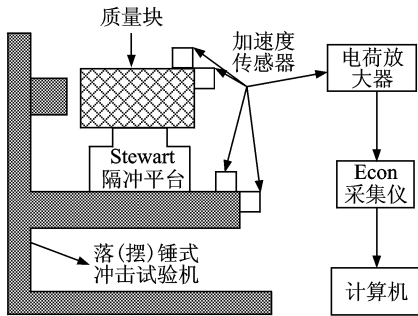


图 11 试验台结构简图

Fig. 11 Test structure diagram



图 12 冲击试验照片

Fig. 12 Photo of impact experiment

表 2 冲击测试状态参数

Tab. 2 Shock testing parameters

电荷放大器灵敏度/( $mV \cdot g^{-1}$ )	采集仪灵敏度/( $mV \cdot g^{-1}$ )	传感器编号	传感器灵敏度/( $pc \cdot g^{-1}$ )	测量位置及方向
3.16	3.16	30106	9.35	台面垂向
3.16	3.16	30631	9.34	台面横向
3.16	3.16	30113	9.09	设备垂向
3.16	3.16	30107	9.04	设备水平

从图 13~15 可以看出,仿真得到的响应曲线与试验所得曲线变化趋势整体相似,加速度峰值相近,但仿真所得曲线比较光滑,没有毛刺,且响应相对滞

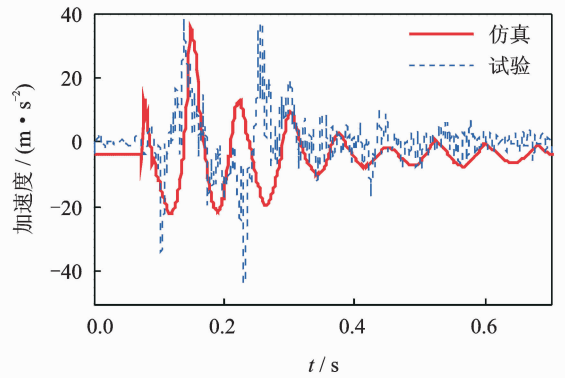


图 13 0.3 m 时被隔离设备的加速度响应曲线

Fig. 13 Acceleration curve of the protection equipment on 0.3 m

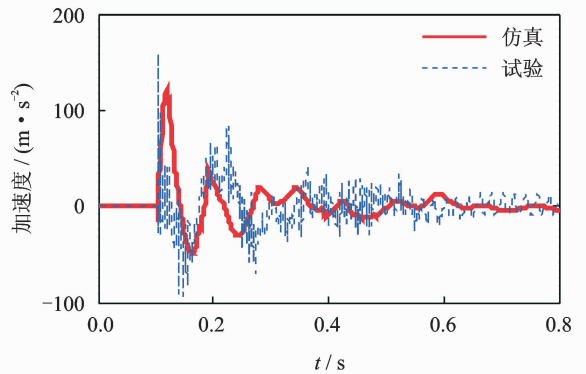


图 14 0.9 m 时被隔离设备的加速度响应曲线

Fig. 14 Acceleration curve of the protection equipment on 0.9 m

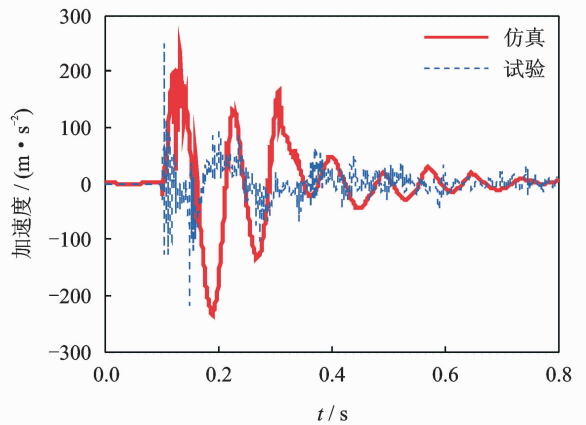


图 15 1.5 m 时被隔离设备的加速度响应曲线

Fig. 15 Acceleration curve of the protection equipment on 1.5 m

后,这主要是由复杂的试验环境和 50 Hz 的工频干扰造成的。进一步做统计分析,可以得到仿真和试验的冲击隔离率对比(表 3)。从表中可以看出,试验效果比较理想,试验的冲击隔离率达到 86.39% 以上;仿真结果与试验结果相比误差较小,冲击隔离

表 3 仿真与试验的冲击隔离率对比表

Tab. 3 Shock isolation rate comparison of simulation and test

落锤 高度/m	基础加速度 幅值/( $m \cdot s^{-2}$ )	设备响应幅值 (试验)/( $m \cdot s^{-2}$ )	设备响应幅值 (仿真)/( $m \cdot s^{-2}$ )	试验冲击 隔离率/%	仿真冲击 隔离率/%	误差/%
0.30	328.14	44.45	36.50	86.57	88.86	2.29
0.90	1 179.25	157.82	121.20	86.61	89.72	3.11
1.50	1 821.31	247.73	236.40	86.39	87.01	0.62

率误差在 3.50% 以内。

## 4 结束语

文中以被动式六自由度 Stewart 隔冲平台为研究对象,建立了 Stewart 隔冲平台的运动微分方程,分析了隔冲平台三个方向的动态刚度特性,讨论了隔冲器刚度大小对隔冲平台抗冲击性能的影响。结果表明:隔冲平台三个方向的刚度近似成线性,且垂向刚度最大,纵向刚度次之,横向刚度最小;与之相反,隔冲平台的横向冲击隔离率大于纵向冲击隔离率,纵向冲击隔离率大于垂向冲击隔离率。为验证仿真结果,对隔冲平台进行了落(摆)锤式冲击试验。通过对比发现:Stewart 平台隔冲效果比较明显,试验冲击隔离率达到 86.39% 以上;试验结果与仿真结果比较接近,冲击隔离率误差在 3.50% 以内。研究结果可为 Stewart 隔冲平台在船舶设备抗冲击中的实际应用提供理论和试验参考。

## 参 考 文 献

- [1] 周亚东,董萼良,吴邵庆. 惯性导航平台角振动抑制技术[J]. 东南大学学报:自然科学版,2013,43(1):60-64.  
Zhou Yadong, Dong Eliang, Wu Shaoqing. Restricting method for angular vibration of inertial navigation platform[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition,2013,43(1):60-64. (in Chinese)
- [2] 苏广中,叶桦. 惯性导航系统训练模拟器的研制[J]. 东南大学学报:自然科学版,2004,34(S1):92-95.  
Su Guangzhong, Ye Hua. Development of inertial navigation training simulator[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2004,34(S1):92-95. (in Chinese)
- [3] Huang Xiguang, Liao Qizheng, Wei Shimin. Closed-form forward kinematics for a symmetrical 6-6 Stewart platform using algebraic elimination[J]. Mechanism

and Machine Theory, 2010,45(2):327-334.

- [4] 李雨时,周军,钟鸣. 基于压电堆与橡胶的主被动一体化隔振器研究[J]. 振动、测试与诊断,2013,33(4):571-577.  
Li Yushi, Zhou Jun, Zhong Ming. Active and passive integration of vibration isolator based on piezoelectric-rubber[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013,33(4):571-577. (in Chinese)
- [5] 任瑞. 6-DoF 姿态控制平台关键技术研究[D]. 绵阳:中国工程物理研究院,2012.
- [6] Ahn K G, Pahk H J, Jung M Y. A hybrid-type active vibration isolation system using neural networks[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996,192(4):793-805.
- [7] 关广丰. 液压驱动六自由度振动试验系统控制策略研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.
- [8] Preumont A, Horodinca M, Romanescua I, et al. A six-axis single-stage active vibration isolator based on Stewart platform[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007,300(3):644-661.
- [9] Laura M J, Shirley J D. Semi-active control strategies for MR dampers; comparative study[J]. Journal of Engineering Mechanics,2000,126(8):795-803.
- [10] Ibrahim R A. Recent advances in nonlinear passive vibration isolators[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008,314(3-5):371-452.
- [11] 张雄,王天舒. 计算流体力学[M]. 北京:清华大学出版社,2007:395-413.



**第一作者简介:**张春辉,男,1988年2月生,博士研究生。主要研究方向为船舶设备的振动、冲击防护。曾发表《平方阻尼在冲击隔离中的特性与作用研究》(《船舶力学》2014年第18卷第7期)等论文。

E-mail:502773429@qq.com