

# 联轴器不对中故障转子系统的动力学试验<sup>\*</sup>

李 明<sup>1</sup>, 李自刚<sup>2</sup>

(1. 西安科技大学力学系 西安, 710054) (2. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室 西安, 710049)

**摘要** 建立了一个多跨转子-轴承系统试验台, 并进行了具有联轴器不对中故障的转子-轴承系统动力学试验, 重点分析了平行不对中和交角不对中转子的动力学特性和振动机理。试验结果表明, 在不对中转子系统的稳态响应中, 除了工频外还存在倍频振动分量, 并且随着转速的提高倍频分量增大。在转速较低时, 不对中转子的轴心运动具有同步振动特征; 随着转速的增加, 轴心轨迹呈现出“8”字形或多环椭圆形, 且轴心轨迹在某些位置处曲率变化较大。对于具有平行不对中故障的转子-轴承系统, 在转速较高时, 还会出现和差型谐波振动分量。

**关键词** 转子-轴承系统; 联轴器不对中故障; 试验; 振动特征

**中图分类号** O322; TH113; TH133.3

## 引 言

在旋转机械中, 转子不对中是一个被广泛关注的问题<sup>[1-4]</sup>。转子不对中将导致系统产生交变应力, 进而引起转子径向和轴向振动, 当不对中量过大或形式比较复杂时, 会对设备的稳定运转造成有害的影响, 严重时还可能引发一系列的安全事故。文献[5]通过对实际机组的故障诊断, 指出引起系统振动超标的根本原因是发电机-励磁机联轴器不对中。多年来, 国内外一些学者对转子的不对中问题做了大量的理论研究, 结果表明不对中转子系统具有一些典型的特征。如不对中比较严重时会使轴承的油膜压力偏离正常值, 联轴器不对中时联轴器两端轴承的振动较大, 轴心位置不稳定, 而且在振动频谱中倍频分量幅值较大等。

在有关不对中转子系统的动力学研究中, 最早的研究工作可以追述到 20 世纪 70 年代, 但对此引起广泛关注的大约始于八、九十年代。例如, 文献[6]通过对齿轮联轴器进行运动学分析得出由于齿轮联轴器不对中会产生离心惯性力, 而这个离心惯性力是以 2 倍转速变化, 因而会产生 2 倍频的弯曲振动分量。进入 20 世纪后, 随着日益增长的工业和国防建设需求, 转子趋于大型、高速、重载, 而转子与定子间的间隙却相对缩小, 因此不对中引起的各

种振动也就变得更加严重。文献[7]通过分析不对中齿轮联轴器传动转子系统的振动发现, 在这类故障中除了横向振动中具有偶数倍频外, 在扭转振动中还存在奇数倍频的振动分量。Al-Hussain 等<sup>[8]</sup>采用 Lagrange 方法分析了由一个不对中的刚性联轴器连接的两个 Jeffcott 转子系统的动力学特性, 其中的不对中效应主要体现在系统的弹性力上, 而在系统的动态力中未予以考虑, 因此系统的动力学方程中只存在弹性耦合, 而惯性项是解耦的。文献[9-11]针对多故障发电机转子系统的振动问题, 提出了对轴承和联轴器的参数识别方法。近年来, 一些学者通过分析系统响应的谐波分量, 试图进一步揭示不对中转子系统的特征频率和非线性动力学行为。文献[12]重点研究了刚性联轴器的不对中问题, 建立了刚度随时间变化的线性系统模型, 从而初步解释了谐波产生的原因。文献[13]分析了电机联轴器影响的双盘不对中-碰摩耦合故障转子系统的动力学特性文献[14-16]通过试验研究了转子不对中故障的振动特征。

在以往有关转子不对中的研究中, 大多侧重于从运动学角度来说明转子径向振动的频率为旋转频率的两倍。文献[17-20]考虑了两个转子间位移不对中约束关系, 该系统响应中不仅存在与不平衡响应一致的工频成分, 还存在着倍频以及组合频率的振动分量。笔者针对以上问题, 建立了一个多跨转

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(11072190, 11372245); 陕西省自然科学基金资助项目(2014JM1015)  
收稿日期: 2014-03-04; 修回日期: 2014-06-11

子-轴承系统的试验平台,分别研究了平行不对中和交角不对中转子的振动现象和典型特征,为深入了解具有联轴器不对中转子系统的建模方法、振动机理以及故障诊断提供理论依据。

## 1 转子试验台及测试系统

试验系统由转子试验台、测量传感器、数据采集器、信号采集与分析软件等构成,多跨转子试验台如图 1 所示,图 2 则为试验数据采集系统示意图。



图 1 多跨转子试验台

Fig. 1 Test rig of multi-rotor bearing system

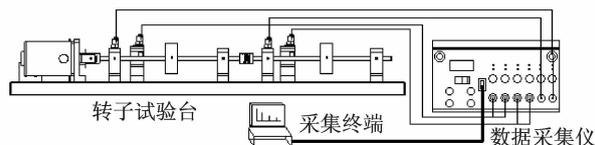


图 2 试验数据采集系统示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the experiment data acquisition system

转子试验台包括:高速永磁电机、光电转速传感器、电机输出联轴器、加速度传感器、电涡流位移传感器、圆盘、转轴、电涡流位移传感器支架、滑动轴承、转子间联轴器及底座滑轨。其中转子和电机间用柔性联轴器相连,即只传递转矩,不传递弯矩,这样可以减小二者之间的相互影响。

取转子长度均为 280 mm,直径 10 mm;圆盘直径 72 mm,厚度 27.6 mm,每个盘上可装 16 个平衡螺栓孔,增加或减少平衡螺栓的个数可以调整转子的偏心率。系统采用了 4 个电涡流位移传感器和 2 个加速度传感器用于测量转轴的水平和垂直方向的位移分量和加速度值。试验时将试验设备安装于固定底座滑轨上,转子间通过弹性联轴器相连。

对中状态下的试验结果:当转子系统对中良好时,在圆盘上放置质量为 2 g 的不平衡质量。图 3~4

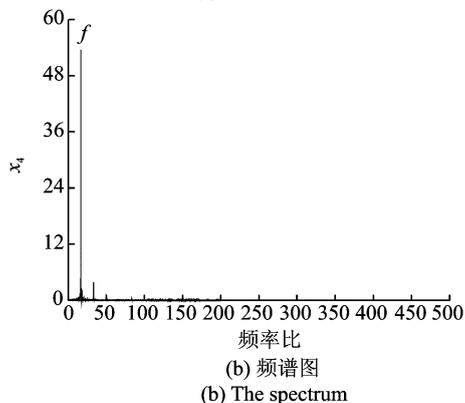
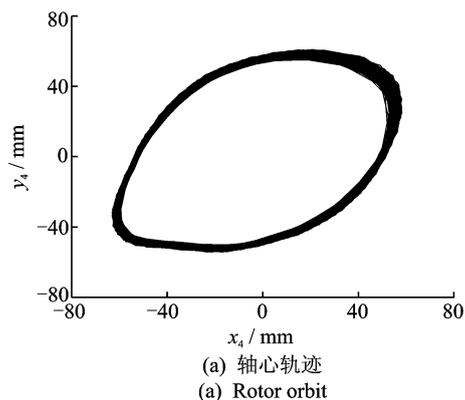


图 3  $\Omega=1\ 000$  r/min 时对中转子试验结果

Fig. 3 Test results of aligned rotor system at  $\Omega=1\ 000$  r/min

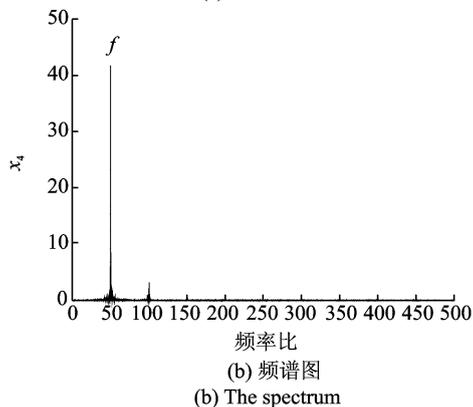
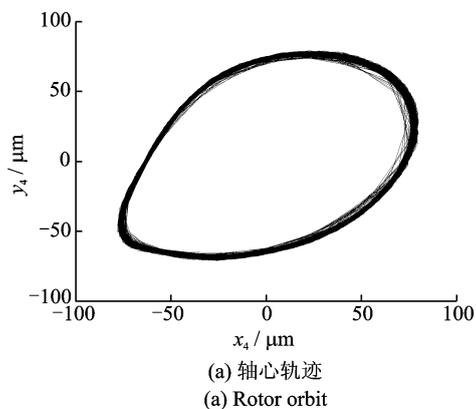


图 4  $\Omega=3\ 000$  r/min 时对中转子试验结果

Fig. 4 Test results of aligned rotor system at  $\Omega=3\ 000$  r/min

分别为转速  $\Omega=1\ 000\ \text{r/min}$  和  $\Omega=3\ 000\ \text{r/min}$  时, 试验方法测得的靠近中间联轴器的转子轴心轨迹及其频谱图。从图中可以看出, 转子系统主要以工频振荡为主, 由油膜力等其他非线性因素引起的倍频成分较小, 并且轴心轨迹较为平滑, 呈现椭圆形状。随着转速升高, 转子的运动范围开始变大, 不平衡响应特征明显。

## 2 具有不对中故障转子系统的动力学试验

在上述无明显不对中故障的转子试验台基础上, 建立了具有不对中故障的振动试验台, 并进行了相关的动力学试验。具体方法是在联轴器适当位置处, 放置一层厚度约为  $0.025\ \text{mm}$  的薄垫片以模拟平行不对中和交角不对中情况。

### 2.1 平行不对中系统试验

图 5~7 分别是在不同转速下测得的具有平行

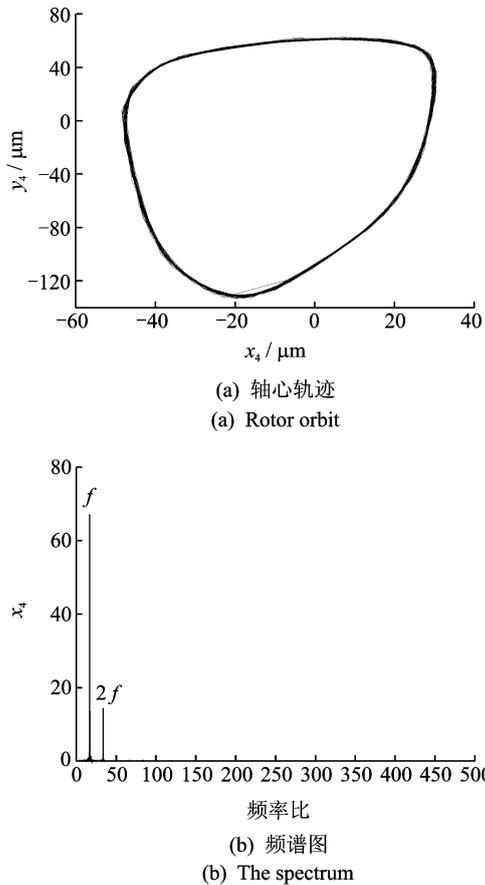


图 5  $\Omega=1\ 000\ \text{r/min}$  时平行不对中转子试验结果  
Fig. 5 Test results of parallel misaligned rotor system at  $\Omega=1\ 000\ \text{r/min}$

不对中故障的转子系统轴心轨迹和频谱图。由图可见, 在频域中转子响应的倍频成分较为明显。当转速  $\Omega=3\ 000\ \text{r/min}$  时, 轴心轨迹在某些位置处曲率较大, 这预示着转子的运动会变得十分复杂。随着转速增加, 当  $\Omega=5\ 000\ \text{r/min}$  时, 频谱图中除了典型的倍频分量外, 还存在着明显和差型谐波振动分量, 这体现了平行不对中转子系统中的非线性因素逐渐显现。

上述振动特征可以从不对中联轴器的受力情况予以说明。图 8 为具有联轴器平行不对中时系统的受力和运动示意图, 其中两个半联轴器中心在径向上相互平行但并不重合, 其中  $O_1, O_2$  分别为两轴的旋转中心,  $\delta$  为转子的不对中量,  $A$  为联轴器上安装螺栓的结合点, 螺栓在不对中方向上的旋转角度为  $\Omega t$ 。设  $O_1$  到  $A$  点的距离为  $R, O_2$  到  $A$  点的距离为  $r$ 。由几何关系可知, 当联轴器旋转时,  $A$  点的旋转半径  $R > r$ , 因此在螺栓上的作用力有把不对中的两轴中心拉到一起的趋势, 使两联轴器的金属纤维在旋转半径方向分别受到拉伸和压缩变形。

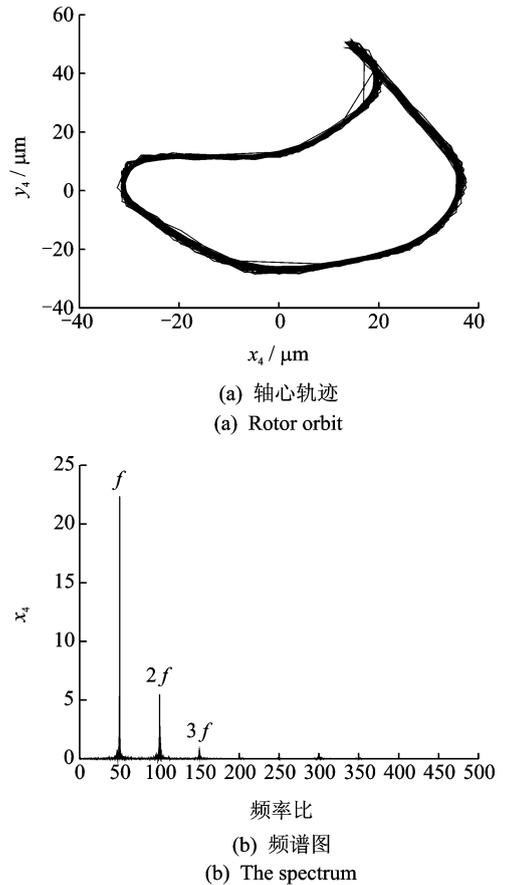


图 6  $\Omega=3\ 000\ \text{r/min}$  时平行不对中转子试验结果  
Fig. 6 Test results of parallel misaligned rotor system at  $\Omega=3\ 000\ \text{r/min}$

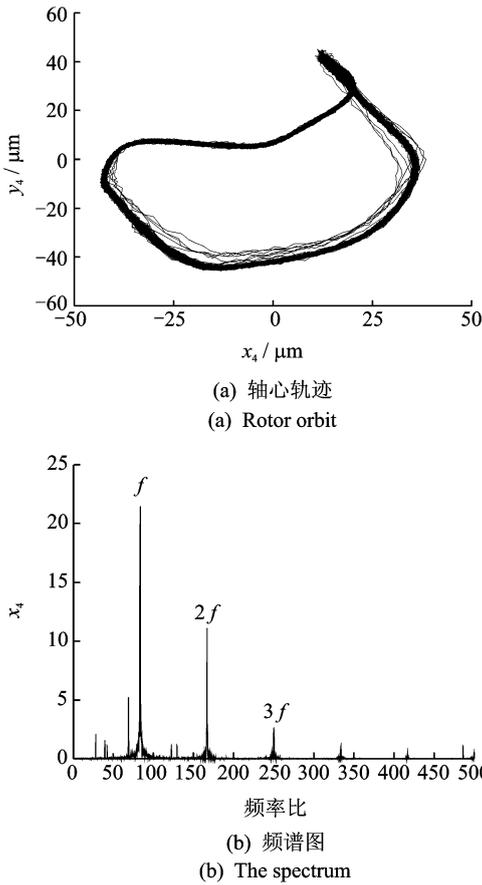


图 7  $\Omega=5\ 000\ \text{r/min}$  时平行不对中转子试验结果  
Fig. 7 Test results of parallel misaligned rotor system at  $\Omega=5\ 000\ \text{r/min}$

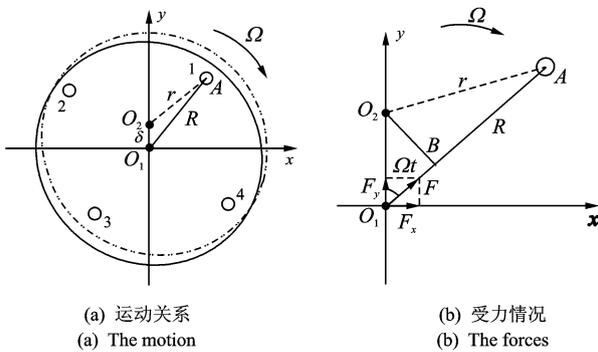


图 8 平行不对中联轴器的运动和受力  
Fig. 8 Motion and forces of the parallel misaligned coupling

作线段  $\overline{O_2B}$  垂直于  $\overline{O_1A}$ , 如图 8(b) 所示。因为  $r \gg \delta$ , 所以可近似看作  $\overline{AB} = r$ , 则有

$$\overline{O_1B} = R - r = \delta \cos(\Omega t) \quad (1)$$

若两半联轴器的尺寸和材料均相同, 则两者变形量近似相等, 均为

$$d = \frac{\overline{O_1B}}{2} = \frac{\delta \cos(\Omega t)}{2} \quad (2)$$

设联轴器螺栓在  $\overline{O_1A}$  方向上的刚度为  $K_b$ , 则作用在两半联轴器上的拉伸和压缩作用力为

$$F = K_b d = \frac{K_b \delta \cos(\Omega t)}{2} \quad (3)$$

则由于不对中而在  $x$  方向产生的作用力分量为

$$F_x = F \sin(\Omega t) = \frac{K_b \delta \cos(\Omega t) \sin(\Omega t)}{2} = \frac{K_b \delta \sin(2\Omega t)}{4} \quad (4)$$

同理, 在  $y$  方向产生的作用力分量为

$$F_y = F \cos(\Omega t) = \frac{K_b \delta \cos(\Omega t) \cos(\Omega t)}{2} = \frac{K_b \delta}{4} + \frac{K_b \delta \cos(2\Omega t)}{4} \quad (5)$$

式(4)表示随转速变化的两倍频激振力, 即联轴器每旋转一周, 径向力交变两次。式(5)的前一项是作用在  $O_1O_2$  之间不随时间而变化的拉力, 后一项与式(4)的含义相同, 其大小与联轴器刚度、不对中量和旋转速度有关。

### 2.2 交角不对中系统试验

图 9~11 分别是在不同转速下测得的具有交角不对中故障的转子系统轴心轨迹和频谱图。从中可以看出, 交角不对中故障时, 在较低转速下系统的运动以工频和倍频成分为主, 而在较高转速时其涡动轨迹呈现明显的“8”字形或“月牙”形, 频谱中 2 倍频成分明显。随着转速的不断增大, 当  $\Omega = 5\ 000\ \text{r/min}$  时, 倍频分量明显增大。

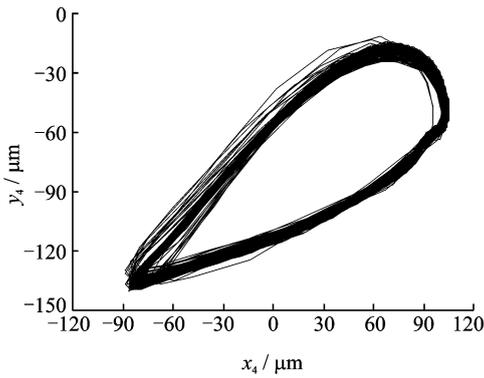
从上述试验可以看出, 当联轴器处于不对中状态时, 频谱图中出现倍频分量, 轴心轨迹呈现“8”字形等特征。

下面从理论上分析具有交角不对中故障系统的振动机理。图 12 为具有交角不对中联轴器的受力和运动示意图, 其中相邻两转子通过联轴器相连, 两个半联轴器的轴线存在微小角不对中量, 固定坐标系  $Oxyz$  建立在转子 1 上, 转子 1 的轴线与  $z$  轴重合, 而动坐标系  $O'x'y'z'$  建立在转子 2 上, 转子 2 的轴线为  $z'$ 。  $\alpha$  为转子的不对中量,  $\Omega$  为转子的旋转速度。

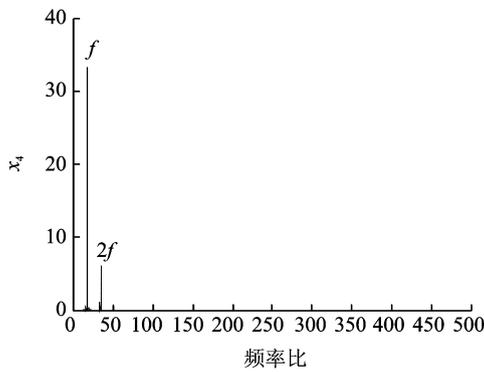
转子 1 的转矩  $T$  经过弹性联轴器传递到转子 2 之后可以分解为两部分,  $T_z$  和  $T_s$  分别为

$$\begin{cases} T_z = T \cos \alpha \\ T_s = T \sin \alpha \end{cases} \quad (6)$$

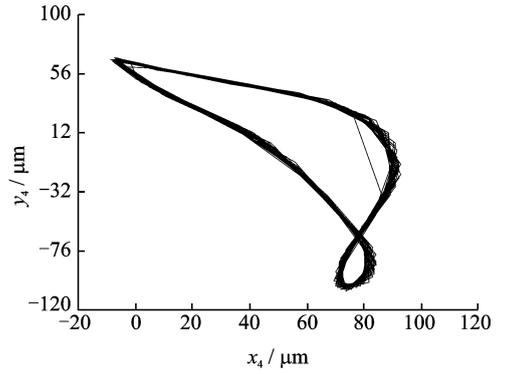
$T_s$  可以进一步分解为沿  $x$  轴和  $y$  轴的两个弯矩



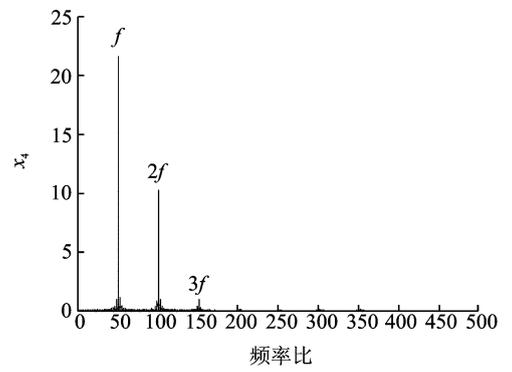
(a) 轴心轨迹  
(a) Rotor orbit



(b) 频谱图  
(b) The spectrum



(a) 轴心轨迹  
(a) Rotor orbit



(b) 频谱图  
(b) The spectrum

图 9  $\Omega=1\ 000$  r/min 时交角不对中转子试验结果  
Fig. 9 Test results of angular misaligned rotor system at  $\Omega=1\ 000$  r/min

图 10  $\Omega=3\ 000$  r/min 时交角不对中转子试验结果  
Fig. 10 Test results of angular misaligned rotor system at  $\Omega=3\ 000$  r/min

$$\begin{cases} T_x = T \sin \alpha \cos \beta \\ T_y = T \sin \alpha \sin \beta \end{cases} \quad (7)$$

由于转子仅有绕  $z'$  轴的转动, 则

$$T \cos \alpha = J_R \dot{\omega} \quad (8)$$

其中:  $J_R$  为转子的极转动惯量;  $\dot{\omega}$  为转子的角加速度。

对于具有交角  $\alpha$  的转子 1 和转子 2, 根据刚体定点转动定理, 利用空间欧拉角可得出其角速度满足以下关系<sup>[21]</sup>

$$\frac{\omega_{R2}}{\omega_{R1}} = \frac{C}{1 + D \cos(2\Omega t)} \quad (9)$$

其中:  $\omega_{R1}$  和  $\omega_{R2}$  分别为转子 1 和转子 2 的角速度。

$$\begin{cases} C = \frac{4 \cos \alpha}{3 + \cos 2\alpha} \\ D = \frac{1 - \cos \alpha}{3 + \cos 2\alpha} \end{cases} \quad (10)$$

式(9)可以展开为

$$\frac{\omega_{R2}}{\omega_{R1}} = A_0 - A_2 \cos 2\Omega t + A_4 \cos 4\Omega t - \dots + (-1)^n A_{2n}$$

$$\cos 2n\Omega t + \dots \quad (11)$$

其中:  $n=1, 2, \dots$ 。

$$\begin{cases} A_0 = C(1 + \frac{D^2}{2} + \frac{3D^4}{8} + \frac{5D^6}{16} + \frac{35D^8}{128} + \dots) \\ A_2 = C(D + \frac{3D^3}{4} + \frac{5D^5}{8} + \frac{35D^7}{64} + \dots) \\ A_4 = C(\frac{D^2}{2} + \frac{D^4}{2} + \frac{15D^6}{32} + \frac{7D^8}{16} + \dots) \end{cases} \quad (12)$$

对式(11)微分, 得

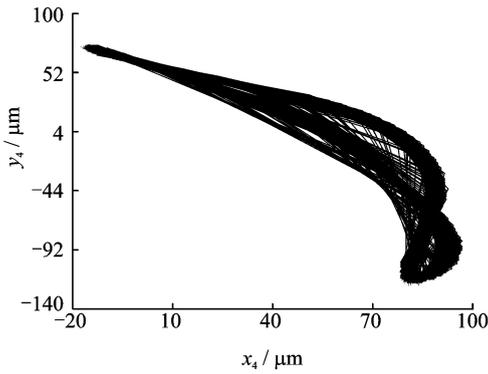
$$\frac{\dot{\omega}_{R2}}{\omega_{R1}} = B_2 \sin 2\Omega t - B_4 \sin 4\Omega t + \dots + (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\Omega t + \dots \quad (13)$$

其中:  $B_2 = 2A_2\Omega, B_4 = 4A_4\Omega, B_6 = 6A_6\Omega$ 。

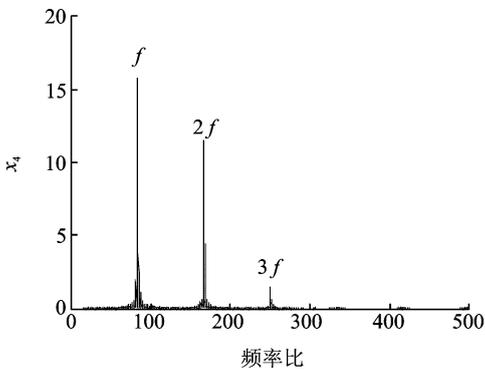
将式(13)代入式(8), 可得输入转矩的表达式为

$$T = \frac{J_R \Omega^2}{\cos \alpha} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\Omega t \quad (14)$$

将式(14)代入式(7)可得



(a) 轴心轨迹  
(a) Rotor orbit



(b) 频谱图  
(b) The spectrum

图 11  $\Omega=5\ 000\ \text{r/min}$  时交角不对中转子试验结果

Fig. 11 Test results of angular misaligned rotor system at  $\Omega=5\ 000\ \text{r/min}$

$$\begin{cases} T_x = \sum_{n=1}^{\infty} E_{2n} \sin 2n\Omega t \\ T_y = \sum_{n=1}^{\infty} G_{2n} \sin 2n\Omega t \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} E_{2n} = (-1)^{n+1} J_R \Omega^2 B_{2n} \tan \alpha \cos \beta \\ G_{2n} = (-1)^{n+1} J_R \Omega^2 B_{2n} \tan \alpha \sin \beta \end{cases}$$

因此,可以通过式(15)求得不对中力

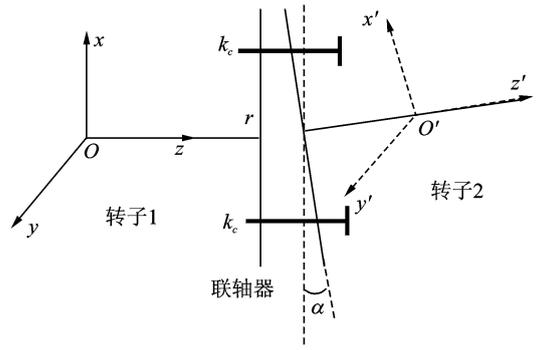
$$\mathbf{F} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{F}_{2n} \sin 2n\Omega t \quad (16)$$

其中:  $\mathbf{F}_{2n} = [0, \dots, E_{2n}, G_{2n}]^T$

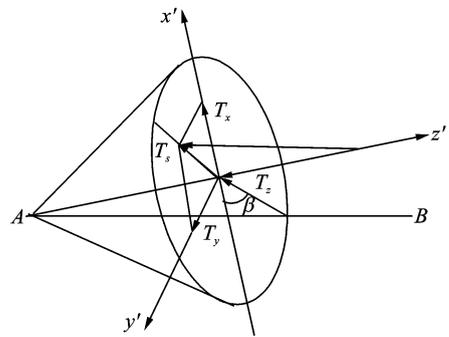
从式(16)可以看出,当交角不对中量  $\alpha=0$  时,不对中引起的交变力为零,即对中情况。对于存在微小角不对中量时,作用力中包含  $\sin(2n\Omega t)$  这样的倍频激励项。根据振动理论上述系统一定存在倍频振动分量。

### 3 结论

1) 不对中转子的稳态响应主要表现为工频和



(a) 转子相对位置  
(a) The relative positions



(b) 受力图  
(b) The force

图 12 交角不对中联轴器的运动和受力情况

Fig. 12 The motion and forces of the angle misaligned coupling

倍频分量,但随着转速的增加二倍频成分逐渐占优。当转速进一步增加,对于平行不对中转子系统则出现了一些和差型的谐波振动分量,这表明此时系统中存在的非线性因素愈加突出。

2) 在低转速时,转子的轴心轨迹主要表现为同步运动,随着转速的增加,轴心轨迹呈现出“8”字形或多环椭圆形,并且轴心轨迹在某些位置处曲率变化较大,这预示着系统惯性力急剧增大,转子振动加剧。

### 参 考 文 献

[1] 黄文虎,武新华,焦映厚,等. 非线性转子动力学研究综述[J]. 振动工程学报,2000,13(4):497-509.  
Huang Wenhui, Wu Xinhua, Jiao Yinghou, et al. Review of nonlinear rotor dynamics[J]. Journal of Vibration Engineering, 2000, 13(4): 497-509. (in Chinese)

[2] Sinha J K, Lees A W, Friswell M I. Estimating unbalance and misalignment of a flexible rotating machine from a single run-down[J]. Journal of Sound and Vi-

- bration, 2004,272(3):967-989.
- [3] Jozef R. The possibility of evaluating turbo-set bearing misalignment defects[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010,25(2):521-536.
- [4] Paolo P, Andrea V, Steven C. Nonlinear effects caused by coupling misalignment in rotors equipped with journal bearings[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012,30:306-322.
- [5] 王延博,张学延. 大坝电站 300 MW 机组不对中振动故障的诊断处理[J]. *汽轮机技术*, 2004,46(4):302-304.  
Wang Yanbo, Zhang Xueyan. Diagnosis and elimination of misalignment induced shaft vibration of one 300 MW steam turbine unit in DABA power plant[J]. *Turbine Technology*, 2004,46(4):302-304. (in Chinese)
- [6] 韩捷. 齿式联接不对中转子故障物理特性研究[J]. *振动工程学报*, 1996,9(3):297-301.  
Han Jie. Study on fault properties of the rotor connected by the gear coupling[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1996,9(3):297-301. (in Chinese)
- [7] Li Ming, Yu Lie. Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001,243(2):283-300.
- [8] Al-Hussain K M, Redmond I. Dynamic response of two rotors connected by rigid mechanical coupling with parallel misalignment[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002,249(3):483-498.
- [9] Mohit L, Rajiv T. Multi-fault identification in simple rotor-bearing-coupling systems based on forced response measurements [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012,51:87-109.
- [10] Mohit L, Rajiv T. Quantification of multiple fault parameters in flexible turbo-generator systems with incomplete rundown vibration data[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013,41(1-2):546-563.
- [11] Jalan A K, Mohanty A R. Model based fault diagnosis of a rotor-bearing system for misalignment and unbalance under steady-state condition[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009,327(3):604-622.
- [12] Lees A W. Misalignment in rigidly coupled rotors[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007,305(1):261-271.
- [13] 刘杨,太兴宇,姚红良,等. 闻邦椿双盘转子轴承系统不对中-碰摩耦合故障分析[J]. *振动、测试与诊断*, 2013,33(5):819-823.  
Liu Yang, Tai Xaixingyu, Yao Hongliang, et al. Study on misalignment-rubbing coupling fault of dual-disk rotor-bearing system including the impact of motor coupling[J]. *Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis*, 2013,33(5):819-823. (in Chinese)
- [14] Hu W, Miah H, Feng N S, et al. A rig for testing lateral misalignment effects in a flexible rotor supported on three or more hydrodynamic journal bearings [J]. *Tribology International* 2000,33(3-4):197-204.
- [15] Patel T H, Darpe A K. Experimental investigations on vibration response of misaligned rotors[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009,23(7):2236-2252.
- [16] Hamdi T, Selcuk E, Ibrahim U. Experimental analysis on fault detection for a direct coupled rotor-bearing system[J]. *Measurement*, 2013,46(1):336-344.
- [17] Li Ming. Nonlinear dynamics of a rotor system subject to a holonomic constraint of parallel misalignment[C] // *Proceedings of the 2nd International Conference on Dynamics, Vibration and Control*. Beijing: Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanincs, 2007: 222-226.
- [18] 李明. 转角不对中故障的转子系统非线性动力学特征 [J]. *振动、测试与诊断*, 2011,31(5):552-556.  
Li Ming. Nonlinear dynamic characteristics of rotor system under the fault of an angular misalignment[J]. *Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis*, 2011,31(5):552-556. (in Chinese)
- [19] Li Ming, He Lin. The dynamics of a parallel-misaligned and unbalanced rotor system under the action of non-linear oil film forces[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2010,224(C9):1875-1889.
- [20] Li Zigang, Li Ming. Non-linear dynamics of a flexible multi-rotor bearing system with a fault of parallel misalignment [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012,138-139:104-110.
- [21] 黄锡恺,郑文纬. *机械原理*[M]. 北京:高等教育出版社, 1989:157-164.



**第一作者简介:**李明,男,1963年9月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为转子动力学、机械振动及其控制。曾发表《Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupled》(《Journal of Sound and Vibration》2001, Vol. 243, No. 2)等论文。  
E-mail: Limingnuaa@hotmail.com

