

双缸型直线压缩机非线性动力学特性分析*

秦朝举^{1,2}, 高玉国¹, 原彦鹏², 宋立业²

(1. 华北水利水电大学机械学院 郑州, 450045) (2. 北京理工大学机械与车辆学院 北京, 100081)

摘要 为获得双气缸式直线压缩机工作过程中的活塞运动特性, 耦合压缩机气体作用力方程和直线电机推力方程, 建立了工作过程活塞非线性动力学模型。运用能量平衡原理对非线性振动方程进行了求解, 获得了动力学模型的近似解析解, 分析了活塞运动的稳定性特点和工作过程幅频关系。研究结果发现: 双缸型直线压缩机工作过程具有明显的自激振动特点, 初始时刻压缩机运动状况不影响最终的运行结果, 经过一定时间后, 活塞运动会趋于稳定的极限环, 最终达到恒频恒幅运动; 活塞运动频率不具有“固定频率”属性, 它不仅受到压缩机物理结构参数的限制, 同时也受到电机推力和进气压力的影响; 随着进气压力的增加, 活塞运动频率增大, 且在高负荷状态下, 压缩机活塞运动频率主要受进气压力决定。

关键词 动力学; 非线性模型; 频率特性; 直线压缩机; 活塞

中图分类号 TH45

引言

直线压缩机作为一种电磁力驱动的新型直线混合动力装置, 它利用直线电机的往复运动压缩气缸内的气体^[1-3]。与传统往复式压缩机相比, 其最大的特点是省去传统压缩机中的曲柄连杆机构, 具有结构简单、能量转换效率高、调控方便等多种优势^[2-4]。

在直线压缩机动力学过程研究领域, 张金权等^[5]利用数值求解方法计算了阻尼、弹簧刚度对活塞运动过程的影响规律, 结果表明压缩机最高效率时, 活塞运动频率并非系统固有频率。Deuk 等^[6]分析了弹簧回复式直线压缩机动力学特征, 发现活塞运动频率主要受回复弹簧的刚度决定。另外, 牛津大学、浙江大学等也开展了直线压缩机活塞运动特性的研究^[7-9]。当前, 关于直线压缩机活塞动力学的研究主要集中在动力学过程的数值仿真和单自由度运动系统共振特性方面, 这些研究通常将其中的气体非线性作用力通过等效处理为线性弹力, 并由此得出系统的“固有频率”, 进而分析系统的频率特性等^[5-9]。事实上, 直线压缩机工作过程作为一个非线性系统不存在固有频率, 其工作频率与激励力大小等诸多因素有关; 因此, 将其简化为线性振动难以准

确反映系统的动力学特征。为此, 笔者拟通过对该非线性动力学过程进行解析计算, 获得直线压缩机工作过程的活塞运动变化状况和工作频率变化, 从而更准确地揭示直线压缩机的工作特性, 为实际样机设计与分析提供理论依据。

1 基本结构与工作原理

目前, 研究直线压缩机普遍采用单活塞单缸式, 考虑到双缸型直线压缩机在功率密度方面的优势, 笔者以双活塞双缸式为研究对象, 其基本结构如图 1 所示。主体部件为直线电机和 2 个压缩机气缸, 其中左右两侧气缸活塞通过连接杆件与直线电机定子(永磁体)连接在一起。工作时, 在电机线圈中通入电流后, 定子受到电磁力的作用进行直线运动, 从而带动活塞压缩气缸内的气体。由于定子在

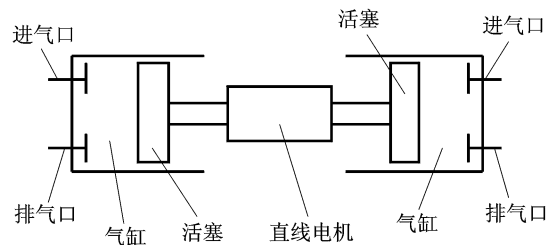


图 1 双缸型直线压缩机结构示意图

Fig. 1 Structure of free-piston linear alternator

* 国家自然科学基金资助项目(51076046, 51306060)
收稿日期: 2014-04-28; 修回日期: 2014-06-30

两个方向的运动均能够排气,因此直线双缸压缩机的排气更加均匀连续。另外,由于两侧均有气体力的持续作用,从而可以省去单缸型直线压缩机中的回复弹簧,减小其设计难度。

双缸型直线压缩机工作原理为通过直线电机产生的电磁力往复推动活塞运动,实现吸气-压缩-排气-膨胀过程。整个过程中,压缩机活塞受到的作用力为运动件的惯性力、电机电磁推力、两侧缸内气体作用力和摩擦阻尼力。

以压缩机活塞运动位移为参照,分析上述4个作用力的相位关系。因为惯性力包含位移的2阶导数,所以惯性力相位滞后 180° ;由于摩擦阻尼力包含位移的1阶导数,所以摩擦力相位超前 90° ;气体作用力超前位移一定角度;电机推力与位移相差一定角度^[9]。在满足一定的输出前提下,为了减小压缩机功耗,提高系统的能量转换效率,要求最大限度地减小作用于活塞上的电机力。由相位关系可知,此时即要求电机力与活塞速度同相位,因此本研究中压缩机工作时电机力通过控制保持与活塞速度方向相同。

2 动力学模型

根据上节对双缸型直线压缩机工作原理的分析,工作时压缩机活塞主要是一个受多个力作用的动力学过程。为了获得活塞的动力学特性,对这些作用力分别进行了建模分析。

2.1 电机推力模型

为了使直线电机所消耗的能量尽量少,可以通过电机控制程序保证电机推力的方向始终保持与压缩机活塞运动方向一致^[9-12]。因此,电机推力可以表示为

$$F_e = F_m \operatorname{sgn}\left(\frac{dx}{dt}\right) \quad (1)$$

其中: F_e 为电机推力; F_m 为电机输出力; x 为位移; t 为时间。

2.2 气体作用力模型

关于直线压缩机气缸内气体压力变化,诸多研究指出其压力变化主要由气缸容积变化和热量交换两方面因素引起^[13]。考虑到直线压缩机工作过程中,气缸内气体温度较低,因此在建模分析时,可以忽略压缩机缸内气体热量交换的影响,此时缸内气体压力的变化可表示为

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} \quad (2)$$

其中: p 为气体压力; γ 为压缩机工作时缸内气体的多变指数; V 为气缸压缩体积。

为了进一步分析缸内气体作用力,假设活塞处于整个压缩机气缸中点位置时位移 $x=0$,因此压缩机左右两缸缸内气体压力可以表示为

$$p_L(x) = p_0 L^\gamma (L+x)^{-\gamma} \quad (3)$$

$$p_R(x) = p_0 L^\gamma (L-x)^{-\gamma} \quad (4)$$

此时,压缩机缸内气体作用力^[10]为

$$F_p = (p_L - p_R)A = Ap_0 L^\gamma [(L+x)^{-\gamma} - (L-x)^{-\gamma}] \quad (5)$$

其中: L 为单个气缸的长度; p_L, p_R 为左右两侧气缸的压力; p_0 为进气压力; A 为活塞截面积。

由式(5)可见,直线压缩机工作过程中缸内气体作用力具有明显的非线性特征。笔者为了揭示直线压缩机工作过程中的非线性特性,不采用“等效线性刚度”的方法,在此将式(5)进行级数展开,表示为

$$F_p = 2p_0 A \left(\gamma \frac{x}{L} + \frac{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}{3!} \left(\frac{x}{L}\right)^3 + \dots + \frac{\gamma(\gamma+1)\dots(\gamma+2n-2)}{(2n-1)!} \left(\frac{x}{L}\right)^{2n-1} \right) \quad (6)$$

其中: n 为级数展开阶次。

2.3 活塞摩擦力模型

对于直线压缩机,由于没有传统压缩机的曲柄连杆机构,压缩机工作时活塞几乎没有侧向力的作用,因此建立活塞摩擦力模型时,可以忽略活塞的2阶运动。此时,压缩机活塞与气缸之间的摩擦力主要为与速度相关的润滑油黏性摩擦力,可以近似表示^[14]为

$$F_f = C_f dx/dt \quad (7)$$

其中: C_f 为摩擦阻尼。

2.4 动力学方程

根据牛顿第二定律,直线压缩机工作过程中,活塞运动组件的非线性动力学方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_p + F_e + F_f \quad (8)$$

$$m \ddot{x} = F_m \operatorname{sgn}(\dot{x}) + 2p_0 A \left(\gamma \frac{x}{L} + \frac{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}{3!} \left(\frac{x}{L}\right)^3 + \dots + \frac{\gamma(\gamma+1)\dots(\gamma+2n-2)}{(2n-1)!} \left(\frac{x}{L}\right)^{2n-1} \right) - C_f \dot{x} \quad (9)$$

其中: m 为活塞组件的质量。

由于活塞位移一定小于气缸的长度,即 $x/L < 1$,

并且式(9)中分母项随着 n 的增加会急剧加大,因此高次非线性项的影响非常小,可将高次项忽略,此时活塞组件的运动方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2 x = \mu f(x, \dot{x}) \\ \mu = 1/m \\ \omega_0^2 = k/m \\ k = \pi p_0 D^2 \gamma / 2L \\ f(x, \dot{x}) = F_m \operatorname{sgn}(\dot{x}) - C_f \dot{x} - \frac{k(\lambda + 1)(\lambda + 2)x^3}{6L^2} \end{cases} \quad (10)$$

其中: k 为平衡位置的线性刚度; ω_0 为自由振动频率。

3 非线性模型分析

3.1 解析解分析

由式(10)可以发现,双缸式直线压缩机工作过程中,其活塞运动系统属于2阶非线性自治系统。为了进一步分析系统的动态特性,对该非线性自治方程进行近似解析求解。

将上述非线性系统表示为状态方程

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x + \mu f(x, y) \end{cases} \quad (11)$$

考虑到压缩机活塞和直线电机运动件质量比较大,即参数 μ 较小;因此,整个压缩机活塞运动系统状态方程的解析解为拟谐运动。该2阶非线性方程的响应可以表示为

$$x(t) = a(t) \cos(\omega_0 t - \theta) \quad (12)$$

$$\dot{x}(t) = y(t) = -a\omega_0 \sin(\omega_0 t - \theta) \quad (13)$$

将非线性动力学方程(10)等效改写为

$$m\ddot{x} + c_e(a)\dot{x} + k_e(a)x = 0 \quad (14)$$

其中:阻尼 c_e 和刚度 k_e 为振幅 a 的函数。

结合非线性振动理论中的能量平衡原理,式(10)和式(14)的回复力和阻尼力在一个振动周期内的无功功率和有功功率的平均值相等^[14]

$$\begin{aligned} \int_0^T [(\omega_0^2 x(t) + f(x(t), \dot{x}(t))) \dot{x}(t)] dt = \\ \int_0^T [k_e(a)x(t) + c_e(a)\dot{x}(t)] \dot{x}(t) dt \quad (15) \\ \int_0^T [(\omega_0^2 x(t) + f(x(t), \dot{x}(t))) \dot{x}(t - \frac{T}{4})] dt = \\ \int_0^T [k_e(a)x(t) + c_e(a)\dot{x}(t)] \dot{x}(t - \frac{T}{4}) dt \quad (16) \end{aligned}$$

其中: T 为活塞运动周期。

联立式(15)、式(10)和式(16),解得

$$c_e(a) = - \frac{\int_0^{2\pi} f(a \cos \varphi, -a\omega_0 \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi}{\pi a \omega_0} \quad (17)$$

$$k_e(a) = k + \frac{\int_0^{2\pi} f(a \cos \varphi, -a\omega_0 \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi}{\pi a} \quad (18)$$

其中: $\varphi = \omega_0 t - \theta$ 。

将式(7)、式(8)代入 $f(x, \dot{x})$,进一步计算可得

$$k_e(a) = k \left(1 + \frac{(\gamma + 1)(\gamma + 2)}{8L} a^2 \right) + \frac{2}{\pi a} F_e \quad (19)$$

$$c_e(a) = \frac{C_f}{a\omega_0} - \frac{4F_e}{\pi a \omega_0} = \frac{(C_f \pi - 4F_e)}{\pi a \omega_0} \quad (20)$$

结合式(19)、式(14)和式(20),可得到直线压缩机活塞运动过程的解析解为

$$\begin{cases} x = a_0 e^{-n_e t} \cos(\omega_e t + \varphi_0) \\ n_e = \frac{c_e(a)}{2m} = \frac{C_f \pi - 4F_e}{2m \pi a \omega_0} \\ \omega_e = \sqrt{k_e/m} \\ a = a_0 e^{-n_e t} \end{cases} \quad (21)$$

其中: φ_0 为初始相位; a_0 为初始位移。

由式(21)可见,活塞的运动过程存在唯一奇点 $a_0 = 0$,此时如果系统不存在外部扰动,活塞外力保持平衡,活塞将处于静止状态。一旦系统受到额外的外力作用,即使仅存在微小位移扰动,活塞将离开奇点开始运动。

3.2 稳定性分析

由式(21)可知,当 $C_f \pi < 4F_e$ 时, $n_e < 0$,活塞振幅 a 将随时间 t 增大而加大,表明电机推力能够克服系统的摩擦阻力,并有剩余能力,需要通过增加行程来消耗多余的能量;相反,当 $C_f \pi > 4F_e$ 时, $n_e > 0$,这时振幅将随时间增加而减小,表明电机推力不注意克服摩擦消耗,活塞的运动幅度会逐渐减小,并最终在一个合适的位置达到平衡;当 $C_f \pi = 4F_e$ 时, $n_e = 0$,活塞运动振幅将不再变化。可见双缸型直线压缩机工作过程属于单自由度自激励振动系统,且属于正阻尼振动系统,不管初始时刻系统存在如何的不稳定,但经过一段时间后,活塞运动相轨迹呈现逐渐稳定的运动状态,最终系统达到恒频恒幅振动。因此,直线压缩机工作过程活塞运动是大区域稳定系统。

4 动力学特性分析

根据上面分析可知,双缸型直线压缩机在稳定的运动状态工作时,活塞的运动方程为

$$x = a \cos(\omega_c t + \varphi_0) = \frac{4F_e}{\pi C_f} \cos(\omega_c t + \varphi_0) \quad (22)$$

$$\omega_e^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{(\gamma+1)(\gamma+2)}{8L^2} a^2\right) + \frac{2F_e}{\pi m a} \quad (23)$$

在直线压缩机工作稳定后,活塞运动振幅保持恒定,意味着两侧压缩机气缸压缩比是固定的。考虑到直线压缩机正常工作时,需要对外输出一定压力的高压气体。由于压缩比和缸内气体的压力有着对应关系,因此直线压缩机要能够输出足够压力的高压气体,需要满足一定的压缩比,即直线压缩机工作时的振幅恒定位置需要大于高压负载的最小极限压缩比 ϵ_c ; 同时为了防止活塞顶部与气缸盖底部发生碰撞,振幅恒定位置还需要小于压缩机物理结构上的最大极限压缩比 ϵ_m , 即

$$\epsilon_c < \frac{C_f \pi L}{C_f \pi L - 4F_e} < \epsilon_m \quad (24)$$

进而可以确定直线压缩机正常工作时驱动电机推力范围为

$$\frac{C_f \pi L}{4} \left(\frac{\epsilon_c - 1}{\epsilon_c}\right) < F_e < \frac{C_f \pi L}{4} \left(\frac{\epsilon_m - 1}{\epsilon_m}\right) \quad (25)$$

另外,由非线性方程的近似解析解可以获得直线压缩机工作过程的频率变化关系

$$\omega_e^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{(\gamma+1)(\gamma+2)}{8L^2} a^2\right) + \frac{2F_e}{\pi m a} = \frac{\pi p_0 D^2 \gamma}{2Lm} \left(1 + \frac{(\gamma+1)(\gamma+2)}{8L^2} a^2\right) + \frac{2F_e}{\pi m a} \quad (26)$$

由式(26)可见,直线压缩机活塞运动过程并不存在严格意义上的系统固有频率,其工作频率与诸多因素有关,且不仅受到直线压缩机物理结构参数的限制,同时也受到工作过程中运行参数的约束。

为了说明非线性动力学模型与等效线性模型之间的差异,同时验证非线性模型的准确性,以某一样机为例分析其活塞动力学特性。其主要结构参数见表1,其中等效线性模型处理方法参见文献[5,9]。

表1 样机主要结构参数

Tab. 1 Specifications of linear compressor

参数项目	参数值
缸径/mm	80
气缸长度/mm	140
活塞质量/kg	5
进气压力/MPa	0.2
电机推力/N	30/50/70

对比采用等效线性刚度获得的直线压缩机固有频率和笔者分析所得的非线性工作频率,如表2所示。由表2可以发现,非线性模型的近似解频率与数值计算的结果更为接近,而采用的等效线性分析

的模型,频率保持恒定,可见采用非线性模型更能准确反应直线压缩机实际的工作特性。

表2 运行频率对比

Tab. 2 Motion frequency of different models

电机推力/N	运行频率/Hz		
	非线性模型	线性模型	数值计算
30	15.5	22.4	17.4
50	17.7	22.4	18.9
70	19.6	22.4	20.7

进一步对直线压缩机频率特性进行分析,可以发现:a. 工作频率由压缩机气体介质的非线性刚度影响项和直线电机输入的激励影响项组成;b. 当 L 趋于零时,直线压缩机工作频率趋向于无穷大,这表明直线压缩机气缸的长度对运行频率会产生较大影响(不管何种结构的压缩机气缸,总有一定的尺寸大小,因此工作频率不存在无穷大的可能性);c. 对于特定的直线压缩机,运行过程中其结构参数通常是不能发生变化的(如压缩机缸径、活塞质量和气缸总长度等),因此如果需要改变直线压缩机的工作频率,则只能通过控制电机的激励力和压缩机的进气压力来调整。

通过直线压缩机动力学特性分析可见,直线压缩机工作过程活塞运动频率与运动位移存在耦合联系,即频率是振幅的函数关系,如式(26)所示。为了更方便、直观地研究,将压缩机工作频率、活塞振幅和进气压力之间的关系图用图2表示。

由图2可知,压缩机活塞运动行程小于15 mm时,活塞运动频率随振幅的增加而减小;当活塞运动振幅大于15 mm后,运动频率呈现增加趋势,但频率变化幅度不明显。因此,可以认为直线压缩机在高负荷(输出较高压力的气体)工作时,压缩机工作频率较稳定,不同负荷下的压缩机活塞运动频率差异不大。另外,由压缩机的进气压力对活塞运动频

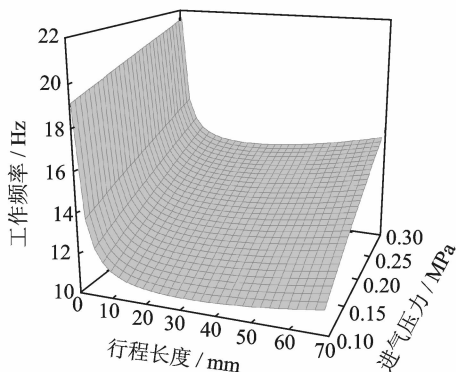


图2 压缩机活塞动力学幅频特性

Fig. 2 Frequency characteristics of linear compressor

率影响显著,随着进气压力的增加活塞运动频率明显增大,其频率变化幅度较活塞行程变化所导致的频率变化更加突出。综合工作频率、活塞振幅和进气压力之间关系曲线还可以发现,高压比下,压缩机活塞运动频率主要受进气压力决定。

5 结 论

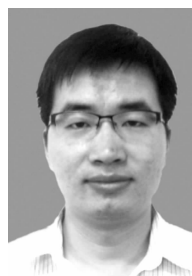
1) 双缸型直线压缩机活塞运动过程是一个单自由度自激振动过程,无论初始时刻压缩机运行状况如何不稳定,但经过一段时间后,活塞运动会趋于稳定的极限环,最终达到恒频恒幅运动。

2) 活塞运动频率不具有“固定频率”属性,它不仅受到压缩机物理结构参数的限制,同时也受到工作过程中电机推力的影响。

3) 直线压缩机的进气压力对活塞运动频率影响显著,随着进气压力的增加,活塞运动频率增大,且在高负荷状态下,压缩机活塞运动频率主要受进气压力决定。

参 考 文 献

- [1] Craig R B, Eckhard A G, Suresh V G. Linear compressors for electronics cooling: Energy recovery and its benefits[J]. *International Journal of Refrigeration*, 2013, 36(7): 2007-2013.
- [2] Kim J K, Jeong J H. Performance characteristics of a capacity-modulated linear compressor for home refrigerators [J]. *International Journal of Refrigeration*, 2013, 36(3): 776-785.
- [3] 吴张华,罗二仓,戴巍,等. 高效率电磁驱动直线压缩机的研究[J]. *工程热物学报*, 2005, 26(3): 435-437.
Wu Zhanghua, Luo Ercang, Dai Wei, et al. A study of high performance electromagnetically driven linear compressor[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2005, 26(3): 435-437. (in Chinese)
- [4] Veprik A, Nachman I, Pundak N. Dynamic counterbalancing the single-piston linear compressor of a Stirling cryogenic cooler [J]. *Cryogenics*, 2009, 49(5): 165-170.
- [5] 张金权,畅云峰,邢子文. 直线冰箱压缩机的频率特性[J]. *西安交通大学学报*, 2008, 42(3): 277-280.
Zhang Jinquan, Chang Yunfeng, Xing Ziwen. Study on frequency characteristics of linear refrigerator compressor [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2008, 42(3): 277-280. (in Chinese)
- [6] Koh D Y, Hong Yongju, Park S J, et al. A study on the linear compressor characteristics of the stirling cryocooler[J]. *Cryogenics*, 2002, 42(6-7): 427-432.
- [7] Kun Liang, Richard S, Gareth D, et al. Modelling and measurement of a moving magnet linear compressor performance[J]. *Energy*, 2014, 66: 487-495.
- [8] 邵晓亮. 动磁式直线电机驱动微小型活塞压缩机理论分析及实验研究[D]. 上海:上海交通大学, 2009.
- [9] 饶凌,张存泉. 斯特林制冷机用动圈式直线压缩机共振频率特性仿真分析[J]. *压缩机技术*, 2007, 260(6): 1-7.
Rao Ling, Zhang Cunquan. Simulation analysis on resonant frequency performance of moving-coil linear compressor for stirling cryocooler [J]. *Compressor Technology*, 2007, 260(6): 1-7. (in Chinese)
- [10] 万书亭,姚肖方,朱建斌,等. 发电机定子绕组端部径向和切向电磁力分析[J]. *振动、测试与诊断*, 2013, 33(3): 488-493.
Wan Shuting, Yao Xiaofang, Zhu Jianbin, et al. Radial and tangential electromagnetic force of stator end windings in generator[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2013, 33(3): 488-493. (in Chinese)
- [11] Tsai N C, Chiang C W. Design and analysis of magnetically-drive actuator applied for linear compressor [J]. *Mechatronics*, 2010, 20(5): 596-603.
- [12] Richard E C, David H, Geraint W J. The influence of magnetization pattern on the performance of a cylindrical moving-magnet linear actuator[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2000, 36(5): 3571-3574.
- [13] 段小成,俞斌,徐驰,等. 空气阻尼悬置非线性动态特性建模与仿真[J]. *振动、测试与诊断*, 2012, 32(1): 125-129.
Duan Xiaocheng, Yu Bin, Xu Chi, et al. Nonlinear dynamic modeling and analysis of air damped rubber mount[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012, 32(1): 125-129. (in Chinese)
- [14] 袁晨恒,冯慧华,许大涛,等. 自由活塞内燃发电机稳定运行参数耦合分析[J]. *农业机械学报*, 2013, 44(7): 1-5.
Yuan Chenheng, Feng Huihua, Xu Datao, et al. Parameters coupling analysis on the stable operation process of free-piston engine generator[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(7): 1-5. (in Chinese)



第一作者简介:秦朝举,男,1980年12月生,讲师。主要研究方向为动力机械结构强度及工作过程稳定性。曾发表《铸铁试件在热冲击下热疲劳寿命的研究》(《汽车工程》2012年第34卷第11期)等论文。

E-mail: qinzhaoju2@126.com