

双机驱动无摆动振动机的自同步理论研究*

李鹤, 刘丹, 赵春雨, 闻邦椿

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

摘要 对一种双机驱动无摆动振动机的自同步理论进行了研究。该振动机由内、外两个质体组成, 两偏心转子的旋转中心与内质体质心在同一条竖直轴上, 使得两偏心转子的惯性力对该轴的力矩为零, 从而消除了振动机的摆动。首先, 利用拉格朗日方程建立了振动机的运动微分方程, 分别得到了振动机运动自同步及其稳定性条件; 然后, 通过数值方法验证了理论分析的正确性, 并发现系统的自同步能力与两偏心转子质量比正相关, 与竖直方向频率比、共振激励角、内质体与振动系统质量比负相关。

关键词 自同步运动; 振动机; 稳定性; 振动同步传动

中图分类号 TH113

引言

自同步振动机械的发明源于自同步现象。Huygens 最早发现了机械系统的振动自同步现象。他把两个钟摆并排悬挂在同一木梁上, 两个钟摆在摆动一段时间之后实现了同步摆动。Rayleigh 等人在非线性电路中发现了同步现象, 并称这种现象为“频率捕获”。20 世纪 60 年代, Blekhnman 等^[1-3]提出了双偏心转子振动机的同步理论。当安装在同一振动体上的两台感应电动机在具备一定条件时, 可实现同步运转。当系统受到外界干扰导致两电机的转速或相位差发生变化时, 系统可以通过自我调整而重新回到同步状态。对于已经实现同步运转的系统, 如果切断一台偏心电机的电源, 两台电机仍然能够同步运行。Wen Bangchun^[4]发现, 在某些非线性振动系统中, 通过调节系统参数, 可以实现各次谐波的倍频同步。Zhao Chunyu 等^[5-7]利用改进的平均小参数法发展了双电机驱动和四电机驱动振动机的自同步理论, 并深入阐述了振动机的耦合动力学特性和动态对称性, 通过数值模拟分析了电机的自同步过程, 从转速和相位差两个方面验证了两个电机可以实现自同步运动^[8]。此外, 很多学者还研究了系统参数对自同步运动及其稳定性的影响。韩清凯等^[9]以反向回转激励的振动系统为对象, 建立了

考虑驱动电机机械特性的动力学方程, 通过数值仿真计算, 研究了激振器的偏心矩、电机功率、偏心转子回转摩擦阻矩等参数对自同步运动的影响。Yamapi 等^[10]分析了系统的质量、刚度和激振器参数之间的相互影响的规律, 讨论了双激振电机的耦合同步过渡过程。

在双机驱动的振动机自同步运动过程中, 由于两个偏心转子相位不一致, 振动机的直线振动会伴随摆动, 即振动机绕一水平轴做往复运动, 它会使振动机不能完全按照所需要的振动方向振动, 有可能影响振动机筛分或输运等工艺效果。笔者对一种双机驱动无摆动振动机的自同步理论进行了研究。该振动机由内、外两个质体组成, 两偏心转子的旋转中心与内质体质心在同一条竖直轴上, 使得偏心转子的惯性力对该轴的力矩为零, 从而消除该振动机的摆动。

1 振动机的自同步理论

图 1 为双机驱动无摆动振动机的动力学模型, 由内质体 m_1 、外质体 m_2 以及两偏心转子 m_{01} 和 m_{02} 组成。内质体 m_1 在 x 和 y 方向分别通过弹簧 k_x 和 k_y 与外质体 m_2 相连接, 外质体 m_2 支撑在弹性基础 k_z 上, 且在 x 和 y 方向被固定。两偏心转子分别由感应电动机 1 和 2 驱动, 对称安装在内质体 m_1

* 国家自然科学基金资助项目(51175071); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N120203001, N130803001); 国家重大科学仪器设备开发专项资助项目(2013YQ470765)

收稿日期: 2013-04-18; 修回日期: 2013-06-25

质心 O 所在水平面 xOy 的两侧,其旋转平面与该水平面成 δ 角(共振激励角),且两偏心转子旋转中心与内质体质心在同一条竖直轴上,因此,偏心转子对该竖直轴产生的力矩为零,从而消除了该振动机的摆动。俯视时,两偏心转子同向回转。

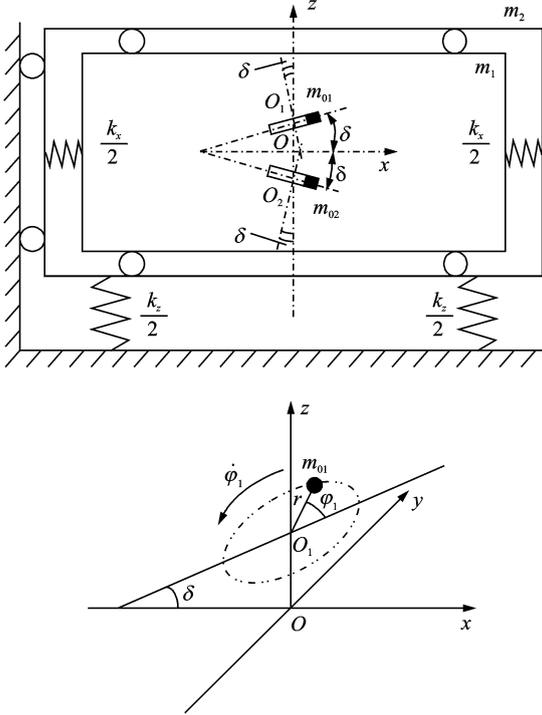


图 1 振动机的动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of the vibrating mechanism

利用拉格朗日方程,可得到振动机的运动微分方程。

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x} + f_x \dot{x} + k_x x = r \cos \delta \sum_{i=1}^2 m_{0i} (\dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i + \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i) \\ M_1 \ddot{y} + f_y \dot{y} + k_y y = r \sum_{i=1}^2 m_{0i} (\dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i - \ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i) \\ M_2 \ddot{z} + f_z \dot{z} + k_z z = r \sin \delta \sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} m_{0i} (\dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i + \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i) \\ (J_{01} + m_{01} r^2) \ddot{\varphi}_1 + f_1 \dot{\varphi}_1 = T_{e1} + m_{01} r (\ddot{x} \cos \delta \sin \varphi_1 - \ddot{y} \cos \varphi_1 + \ddot{z} \sin \delta \sin \varphi_1) \\ (J_{02} + m_{02} r^2) \ddot{\varphi}_2 + f_2 \dot{\varphi}_2 = T_{e2} + m_{02} r (\ddot{x} \cos \delta \sin \varphi_2 - \ddot{y} \cos \varphi_2 - \ddot{z} \sin \delta \sin \varphi_2) \end{cases} \quad (1)$$

其中: M_1 为振动系统在 x, y 方向的振动质量, $M_1 = m_1 + m_{01} + m_{02}$; M_2 为振动系统在 z 方向的振动质量, $M_2 = m_1 + m_2 + m_{01} + m_{02}$; k_x, k_y, k_z 为振动系统在 x, y, z 方向弹簧刚度; f_x, f_y, f_z 为振动系统在 x, y, z 方向阻尼系数; f_1, f_2 为两电动机的阻尼

系数。

利用平均小参数法可以得到偏心转子的无量纲耦合方程,再由该耦合方程零解的存在条件可以得到振动机实现自同步运动的条件为

$$T_S \geq |\Delta T_R| \quad (2)$$

其中: T_S 为振动机的同步力矩; ΔT_R 为两电机剩余电磁转矩差。

式(2)表明,振动机的同步力矩大于或者等于两电机剩余电磁转矩差的绝对值,和文献[8]所得结论一致。

将振动系统的同步力矩与作用在两电机上负载力矩的比值定义为振动系统的同步能力系数 ζ ^[7]

$$\zeta = |T_S / T_L| \quad (3)$$

其中: T_L 为振动系统作用在两电机上的负载力矩。

$$\begin{cases} T_S = 2T_u |W_{\alpha}| \\ T_L = T_{e01} + T_{e02} - \omega_{m0}^* (f_1 + f_2) = T_u [(1 + \eta^2) W_{s0} + 2W_{\alpha} \cos 2\bar{\alpha}_0] \end{cases} \quad (4)$$

其中: T_u 为偏心转子 m_{01} 的动能, $T_u = m_{01} r^2 \omega_{m0}^2 / 2$; $\omega_{m0}^*, \bar{\alpha}_0$ 为两偏心转子的平均角速度和相位差^[6]; T_{e01}, T_{e02} 为两电动机以 ω_{m0} 运行时的电磁转矩。

其他参数为

$$\begin{aligned} W_{s0} &= r_{ma} (\mu_x \cos^2 \delta \sin \gamma_x + \mu_y \sin \gamma_y + \sigma \mu_z \sin^2 \delta \sin \gamma_z) \\ W_{c0} &= r_{ma} (\mu_x \cos^2 \delta \cos \gamma_x + \mu_y \cos \gamma_y + \sigma \mu_z \sin^2 \delta \cos \gamma_z) \\ W_{cs} &= \eta r_{ma} (\mu_x \cos^2 \delta \sin \gamma_x + \mu_y \sin \gamma_y - \sigma \mu_z \sin^2 \delta \sin \gamma_z) \\ W_{\alpha} &= \eta r_{ma} (\mu_x \cos^2 \delta \cos \gamma_x + \mu_y \cos \gamma_y - \sigma \mu_z \sin^2 \delta \cos \gamma_z) \end{aligned}$$

其中: n_x, n_y, n_z 为振动机在 x, y, z 方向的频率比; $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ 为振动机在 x, y, z 方向的阻尼角; ξ_x, ξ_y, ξ_z 为振动机在 x, y, z 方向的阻尼比; $r_{ma} = m_{01} / M_1$; $\eta = m_{02} / m_{01}$; $\sigma = M_1 / M_2$; $\mu_i = \frac{n_i^2}{\sqrt{(1 - n_i^2)^2 + (2\xi_i n_i)^2}}$

(其中, $i = x, y, z$)。

将式(4)代入式(3)可得

$$\zeta = \frac{2 |W_{\alpha}|}{|(1 + \eta^2) W_{s0} + 2W_{\alpha} \cos 2\bar{\alpha}_0|} \quad (5)$$

同步能力系数 ζ 表示振动传送力矩克服两电动机电磁转矩实现同步的能力,当其值大于 1 时表示系统可实现振动同步传动,即一个电动机停止电源供电,系统仍然可保持同步运行^[7]。

根据劳斯-胡尔维茨判据可以得到振动机同步运行稳定条件为

$$\begin{cases} H_0 > 0 \\ H_1 > 0 \\ H_3 > 0 \\ H > 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中: $H=4H_1H_2-H_0H_3$; H_0, H_1, H_2, H_3 为无量纲结构参数 $\eta, \sigma, r_{ma}, \delta, n_z$ 的函数。该稳定性条件和文献[11]所得结论一致。

2 振动机的自同步运动的数值分析

2.1 振动机的自同步运动

设计内质体的质量 $m_1=2\ 200\text{ kg}$, 外质体的质量 $m_2=300\text{ kg}$, 两偏心转子的质量 $m_{01}=40\text{ kg}$, $m_{02}=40\text{ kg}$, 偏心距 $r=0.2\text{ m}$ 。从而可确定振动系统的结构参数: $\eta=1.0, r_{ma}\approx 0.017\ 5, \sigma\approx 0.883\ 7$ 。选取两电机为鼠笼式三相异步电动机(380 V, 50 Hz, 6-pole, Δ 连接), 电机1(3.7 kW, 980 r/min), 电机2(0.75 kW, 980 r/min)。为了使振动系统在 z 方向达到共振以获得足够大振幅, 选取系统结构参数 $n_z=0.99, n_x=n_y=4.0, \xi_x=\xi_y=\xi_z=0.07$ 。分别选取共振激励角 $\delta=20^\circ$ 和 $\delta=10^\circ$, 并在6 s时撤去电机2的电磁转矩及9 s时对偏心转子2施加 10° 的相位扰动, 数值仿真结果如图2、图3所示。

由图2可知:当共振激励角 $\delta=20^\circ$ 时, 振动系统

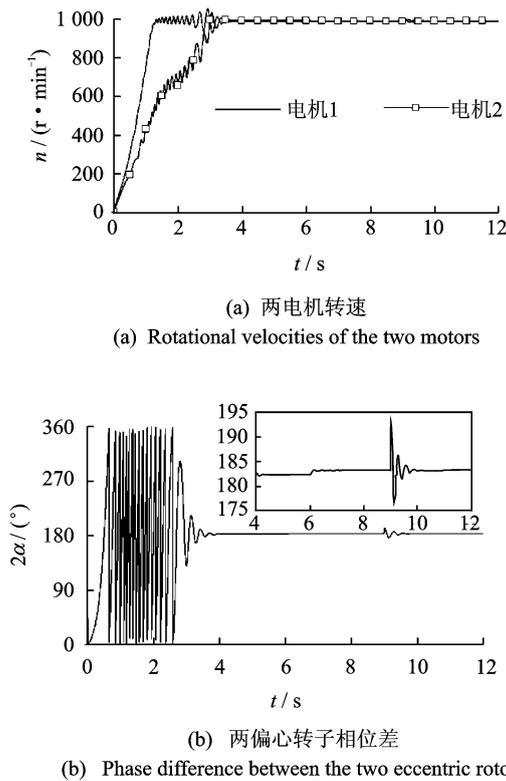


图2 $\delta=20^\circ$ 时振动机自同步运动数值仿真结果

Fig. 2 Results of numerical simulation for the synchronization motion of the vibrating mechanism with $\delta=20^\circ$

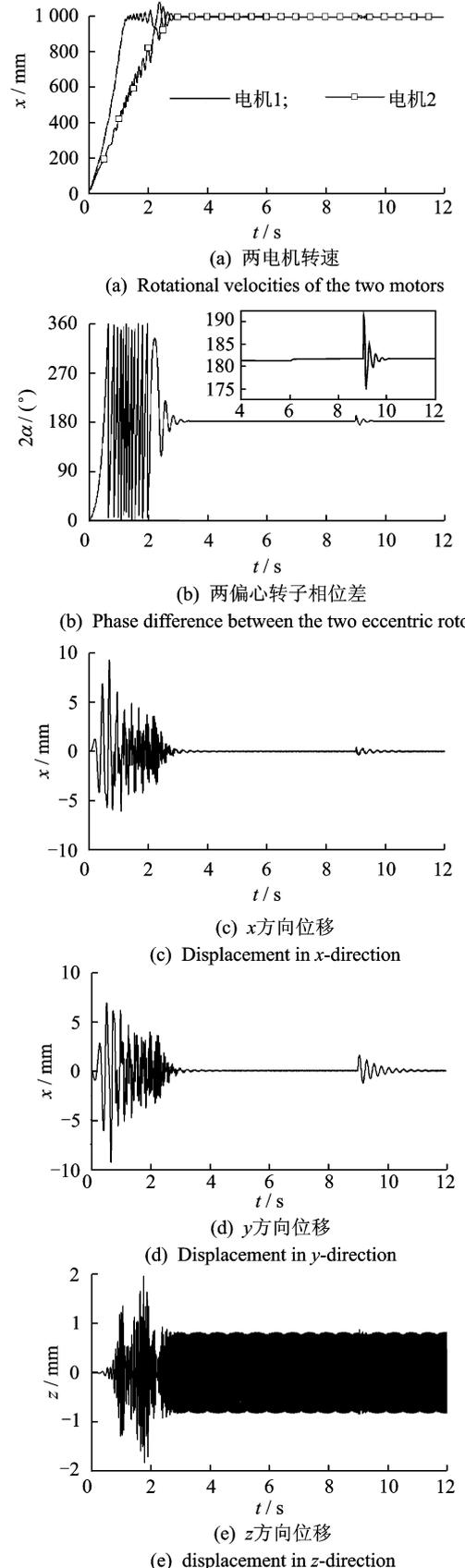


图3 $\delta=10^\circ$ 时振动机自同步运动数值仿真结果

Fig. 3 Results of numerical simulation for the synchronization motion of the vibrating mechanism with $\delta=10^\circ$

经过 4 s 左右,两电机转速达到相同,约为 989.4 r/min,此时两偏心转子相位差稳定在 182.3°左右,此时振动系统为 π 相位同步;当 6 s 撤去电机 2 的电磁转矩时,两电机的同步转速下降并稳定在 988.0 r/min,而两偏心转子相位差增加并稳定在 183.1°左右;当 9 s 对偏心转子 2 施加 10°的相位扰动时,两偏心转子相位差变为 193.1°,两电机转速也发生波动,但经过约 1 s 后恢复到受干扰前的稳定状态。由图 2 可知,当共振激励角 $\delta=20^\circ$ 时,振动系统可实现 π 相位同步运行、振动同步传动以及对相位扰动的抗干扰能力即同步运行的稳定性能力。

由图 3(a),(b)可知:当共振激励角 $\delta=10^\circ$ 时,振动系统经过 3.2 s 左右,两电机转速达到相同,约为 994.0 r/min,此时两偏心转子相位差稳定在 181.1°左右;当 6 s 撤去电机 2 的电磁转矩时,两电机的同步转速下降并稳定在 993.0 r/min,而两偏心转子相位差增加并稳定在 181.6°左右;当 9 s 对偏心转子 2 施加 10°的相位扰动时,两偏心转子相位差变为 191.6°,两电机转速也发生波动,但经过约 1 s 后恢复到受干扰前的稳定状态。由图 3 可知,当共振激励角 $\delta=10^\circ$ 时,振动系统可实现 π 相位同步运行、振动同步传动以及对相位扰动的抗干扰能力即同步运行的稳定性能力。

由图 3(c),(d),(e)可知,振动系统达到自同步运动时,在 x 和 y 方向的振幅接近于 0, z 方向振幅为 0.83 mm,实现 z 方向振动。当撤去电机 2 的电磁转矩和施加相位扰动后,虽然系统在各方向的振动发生波动,但都能在很短的时间内恢复到稳定状态。这说明系统达到自同步时,可以实现稳定的 z 方向振动,并具有较大振幅。

2.2 振动机自同步能力及其稳定性

选取系统结构参数: $n_x = n_y = 4, \xi_x = \xi_y = \xi_z = 0.07$,通过数值方法可得同步能力系数 ζ 与两偏心转子质量比 η 以及 z 方向频率比 n_z 、共振激励角 δ 和内质体与振动系统质量比 σ 的关系,如图 4 所示。

由图 4(a),(b)可知:在振动系统参数 $n_z = 0.99, \sigma = 0.9$ 条件下,当两偏心转子的质量相等(即 $\eta = 1.0$)时,振动系统的同步能力系数 ζ 达到最大;而随着振动系统共振激励角 δ 的增大,同步能力系数 ζ 迅速减小;当两偏心转子的质量相等且振动系统共振激励角为 0(即 $\eta = 1.0, \delta = 0$)时,同步能力系数 ζ 趋于无穷大。进一步分析图 2 和图 3 可知,虽然当共振激励角分别为 $\delta = 20^\circ$ 和 $\delta = 10^\circ$ 时,振动系统均可实现 π 相位同步稳定运转,但是,在满足振动

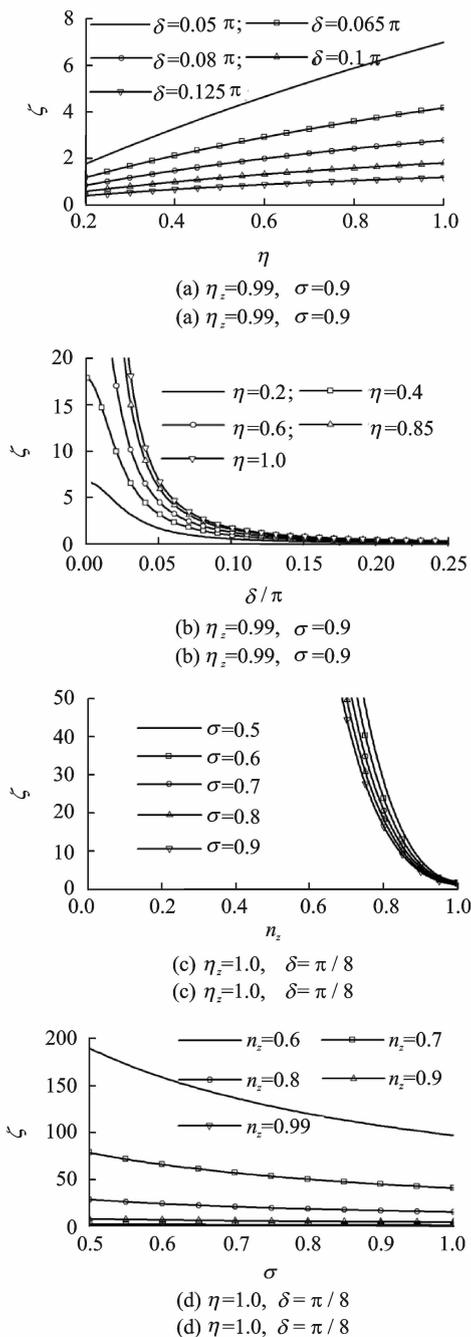


图 4 自同步能力系数与系统结构参数的关系
 Fig. 4 Relation between the self-synchronization ability coefficient and the structural parameters of the vibrating mechanism

系统能够实现振动同步传动的范围内,共振激励角 δ 越小,振动系统越容易实现稳定同步运转,从系统启动至达到同步所需的时间越短,两电机的同步转速越快,两偏心转子的相位差越接近 π 。

由图 4(c),(d)可知:在振动系统参数 $\eta = 1.0, \delta = \pi/8$ 条件下,随着工作频率趋近于振动系统在 z 方向的固有频率,即 n_z 趋近于 1.0,同步能力系数 ζ

迅速减小;随着振动系统在 x, y 方向的振动质量趋近于 z 方向的振动质量,即 σ 趋近于 1.0,同步能力系数 ζ 缓慢减小。

由图 4 可知,同步能力系数 ζ 的值与振动系统的结构参数有关,其中,振动系统共振激励角 δ 和振动系统在 z 方向频率比 n_z 对同步能力系数 ζ 影响显著。适当地增大两偏心转子的质量比 η ,减小系统共振激励角 δ ,减小振动系统在 z 方向频率比 n_z 以及减小振动系统在 x, y 方向的振动质量与在 z 方向的振动质量的比值 σ ,均能提高同步能力系数 ζ 的值。

振动系统实现自同步时,由系统同步运行稳定性条件知:当 $H_0 > 0, H_1 > 0, H_3 > 0, H > 0$ 时,系统稳定运行。 H_0, H_1, H_3, H 为无量纲结构参数 $\eta, \sigma, r_{ma}, \delta, n_z$ 的函数,设两偏心转子的质量比 $\eta = 1.0$,振动系统在 x, y 方向的振动质量与在 z 方向的振动质量的比值 $\sigma = 0.9, z$ 方向频率比 $n_z = 0.99$,可得系统自同步运动稳定性参数 H_0, H_1, H_3, H 的数值计算,结果如图 5 所示。

图 5(a)为 $r_{ma} = 0.05$ 时, H_0, H_1, H_3, H 随 δ 的变化情况。由图可知,随着 δ 的增大, $H_0, H_1, H_3,$

H 始终大于 0。因此,系统实现的自同步运动是稳定的。

图 5(b)为 $\delta = 0.1\pi$ 时, H_0, H_1, H_3, H 随 r_{ma} 的变化情况。由图可知,随着 r_{ma} 的增大, H_0, H_1, H_3, H 始终大于 0,即系统实现的自同步运动是稳定的。

以上结果表明,振动系统的结构总能够保证满足式(6)的条件要求,即自同步运动总是稳定的^[6-7]。

3 结 论

1) 振动机实现自同步运动的条件为 $T_s \geq |\Delta T_R|$,即振动机的同步力矩大于或者等于两电机剩余电磁转矩差的绝对值。振动机自同步运动稳定条件为 $H_0 > 0, H_1 > 0, H_3 > 0, H > 0$,其中, $H = 4H_1H_2 - H_0H_3$ 。

2) 通过数值仿真证明了该振动机能够实现 π 相位同步、振动同步传动、同步运行的稳定性。

3) 振动机的同步能力系数 ζ 为系统结构参数(两偏心转子质量比 η 、竖直方向频率比 n_z 、共振激励角 δ 和内质体与振动系统质量比 σ)的函数,且 ζ 与 η 为正相关,与 n_z, δ 和 σ 均为负相关。

参 考 文 献

[1] Blekhman I I, Fradkov A L, Nijmeijer H, et al. On self-synchronization and controlled synchronization [J]. Systems & Control Letters, 1997,31:299-305.

[2] Blekhman I I, Fradkov A L, Tomchina O P, et al. Self-synchronization and controlled synchronization: general definition and example design [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2002,58:367-384.

[3] Blekhman I I, Sorokin V S. On the separation of fast and slow motions in mechanical systems with high-frequency modulation of the dissipation coefficient [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010,329:4936-4949.

[4] Wen Bangchun. Research concerning frequency entrainment of nonlinear self-synchronous vibrating machines[C]// Proceedings of 9th International Conference of Nonlinear Oscillations. Kiev, USSR:[s. n.], 1981.

[5] Zhao Chunyu, Zhu Hongtao, Wang Ruizi, et al. Synchronization of two non-identical coupled exciters in a non-resonant vibrating system of linear motion. part I: theoretical analysis [J]. Shock and Vibration, 2009,16(5):505-515.

[6] Zhao Chunyu, Zhu Hongtao, Bai Tianju, et al. Syn-

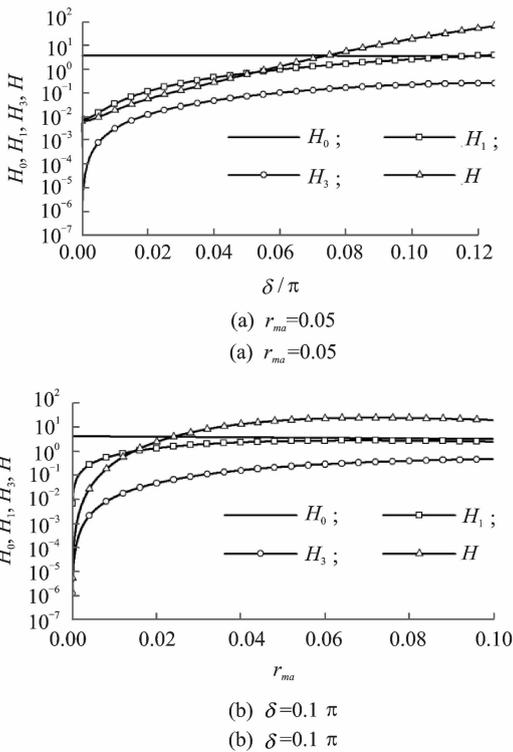


图 5 自同步运动稳定性参数 H_0, H_1, H_3, H 的数值仿真结果

Fig. 5 Results of the numerical simulation for self-synchronization motion stability parameters H_0, H_1, H_3 and H

- chronization of two non-identical coupled exciters in a non-resonant vibrating system of linear motion. part II : numeric analysis[J]. Shock and Vibration, 2009, 16(5):517-528.
- [7] Zhao Chunyu, Zhu Hongtao, Zhang Yimin, et al. Synchronization of two coupled exciters in a vibrating system of spatial motion[J]. Acta Mechanica Sinica, 2010, 26(3):477-493.
- [8] 王得刚, 赵清华, 赵春雨, 等. 同向回转双机驱动振动系统的自同步特性[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(3):217-222.
- Wang Degang, Zhao Qinghua, Zhao Chunyu, et al. Self-synchronous feature of a vibrating system driven by two motors with the same rotation direction[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(3):217-222. (in Chinese)
- [9] 韩清凯, 杨晓光, 秦朝焯, 等. 激振器参数对自同步振动系统的影响[J]. 东北大学学报, 2007, 28(7):1009-1012.
- Han Qingkai, Yang Xiaoguang, Qin Chaoye, et al. Effects of exciter parameters on self-synchronous vibration system[J]. Journal of Northeastern University, 2007, 28(7):1009-1012. (in Chinese)
- [10] Yamapi R, Woaf P. Dynamics and synchronization of coupled self-sustained electromechanical devices [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 285(5):1151-1170.
- [11] 李叶, 李鹤, 耿志远, 等. 手持式振动机械的同步问题[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(S1):9-14.
- Li Ye, Li He, Geng Zhiyuan, et al. Self-synchronization of the hand-held vibrating machinery[J]. Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis, 2013, 33(S1):9-14. (in Chinese)



第一作者简介: 李鹤, 男, 1975 年 10 月生, 教授。主要研究方向为非线性振动、机床动力学。曾发表《Self-synchronization of two parallel-axis unbalanced rotors in a vibration system of spatial motion》(《International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation》2010, Vol. 11, No. 11) 等论文。
E-mail: hli@mail. neu. edu. cn

欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管, 南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办, 是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献, 包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等, 不拘泥于行业和测试项目。

本刊为 EI Compendex 数据库收录期刊和中文核心期刊, 双月刊, 每逢双月末出版, 每本定价 20 元, 全年 120 元。欢迎订阅和投稿, 欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址: 南京市御道街 29 号 邮政编码: 210016 电话: (025)84893332
传真: (025)84893332 E-mail: qchen@nuaa. edu. cn 网址: http://zdc. nuaa. edu. cn

