

# 振动试验中削波信号功率谱密度补偿\*

严鲁涛, 杨志鹏, 高飞, 刘洁

(北京强度环境研究所 北京, 100076)

**摘要** 振动试验过程中削波会引起信号的功率谱密度下降,局部频率点对应的功率谱密度误差过大将导致试验结果的可信度降低,尤其对于模态试验,输入信号削波可能导致信号谱型局部“下凹”,甚至产生错误的试验结果。从偏斜度、峭度、概率分布和功率谱密度等方面分析了高斯信号及非高斯信号的特性,介绍了功率谱密度补偿的频谱均衡及比例-积分-微分(proportion-integration-differentiation,简称PID)两种算法,并对比了这两种算法的补偿效果。结果表明:对于高斯信号,两种算法从迭代次数及最小误差对比区别不大,且均能满足均衡要求;对于非高斯信号,PID算法实现较小误差的同时,迭代次数少,具有一定优势。

**关键词** 削波; 高斯信号; 非高斯信号; 频谱均衡; 比例-微分-积分控制

**中图分类号** TB535; O324; TH113.1

## 引言

随机振动试验是振动试验的一个重要分支,对产品运输及使用中经受的振动环境进行模拟<sup>[1]</sup>。由于随机信号可能产生几率很小但幅值较大的值,因此需要进行限幅处理以保护振动试验系统。对于液压振动试验系统,其推力取决于供油压力及活塞几何参数,最大推力一般不可调整,大幅值信号可能导致系统无法正常工作。现有振动控制方法多采用对驱动信号削波来避免功率放大器、振动台等器件超限工作<sup>[2]</sup>。然而,削波是将超限的信号幅值降低,直接导致信号的功率谱密度变化。

对于模态试验,尤其是基于环境激励的模态试验,一般需要平直谱白噪声作为输入<sup>[3-4]</sup>。削波后的白噪声信号会引发对应频率点功率谱密度的“下凹”,而试验中一般将削波信号直接输入,并未计算削波后的功率谱密度,致使利用响应信号功率谱密度研究结构动态特性的方法存在一定误差。

目前随机振动试验中,信号主要为高斯及非高斯两种形式。削波信号使信号功率下降,即环境激励减弱,可能引发“欠试验”,在一定程度上降低了试验结果可信度<sup>[5]</sup>。此外,产品在实际使用和运输过程中经受的随机振动也不完全服从高斯分布,而是呈现一定的非高斯性,模拟非高斯分布的随机振动与实际振动环境会更加相近<sup>[6-7]</sup>。非高斯信号的代

表特征是峰值较高,概率密度中心区域较窄,且有较长的拖尾,有一部分信号值超出 $3\sigma$ 的范围,甚至达到 $6\sigma$ ,使用削波处理对功率谱密度的影响更大。

在振动试验过程中,现有的控制算法为传统的频谱均衡。其基本原理是根据控制响应谱与参考谱之间的比较,获取对驱动谱的修正信息,采用差分方法实现对驱动谱的补偿,对得到的新驱动谱提取其频谱信息,根据系统控制要求添加相位,通过快速傅里叶逆变换(fast Fourier transform,简称FFT)产生时域驱动信号<sup>[6,8]</sup>。文献<sup>[9]</sup>在多输入多输出随机振动试验控制算法中引入变参数PID控制,在保证快速均衡的基础上,有效地减小功率谱和参考谱之间的相对误差以及加速度总均方根值的控制误差,提高随机振动试验的控制精度。目前,振动试验中削波处理后的信号一般不做补偿处理。笔者以高斯信号及非高斯信号为对象,分析二者的特性参数,采用频谱均衡及PID控制两种方法对削波信号功率谱密度进行补偿,并对比两种方法的有效性和可适用性。

## 1 信号特性对比

传统随机振动试验只要求进行功率谱模拟,在公开的随机振动试验规范中规定振动控制系统产生的随机信号应服从高斯分布<sup>[10]</sup>。非高斯信号概率密度分布不满足正态分布,工程中通常用偏斜度和

\* 民用航天资助项目

收稿日期:2013-06-16;修回日期:2013-09-03

峭度两个参数来描述二者的区别。图 1 为典型的高斯信号及非高斯信号,信号均为仿真信号,高斯信号由 Matlab 软件生成,非高斯信号按照文献[6]中提到的蕴含峭度信息的随机信号产生方法生成,该方法得到的非高斯信号满足偏斜度、峭度要求<sup>[6-7]</sup>。由图 1 看出,非高斯信号出现不规则的较大峰值数量较多,而高斯信号则相对平均。对应的概率密度分布曲线如图 2 所示。非高斯信号的概率密度分布曲线不关于均值线对称,为非正态分布。

两种信号的参数对比如表 1 所示。由于受点数的限制,高斯信号的偏斜度接近于 0,峭度接近于 3,而非高斯信号的偏斜度和峭度与高斯信号差距较大。从概率分布来看,随着置信区间范围的扩大,其内信号的概率逐渐增加。相对而言,同样区间内,非高斯信号的不规则超限信号出现概率更高。与之对应,置信区间内信号的功率谱密度所占比例随置信区间范围的增加而增加,非高斯信号不规则信号的能量比重更大。

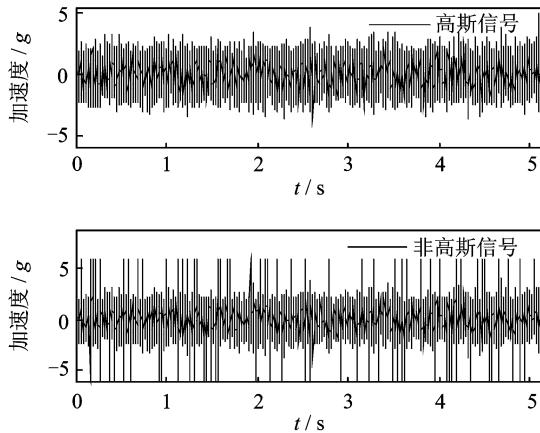


图 1 高斯信号及非高斯信号

Fig. 1 Gaussian and non-Gaussian signals

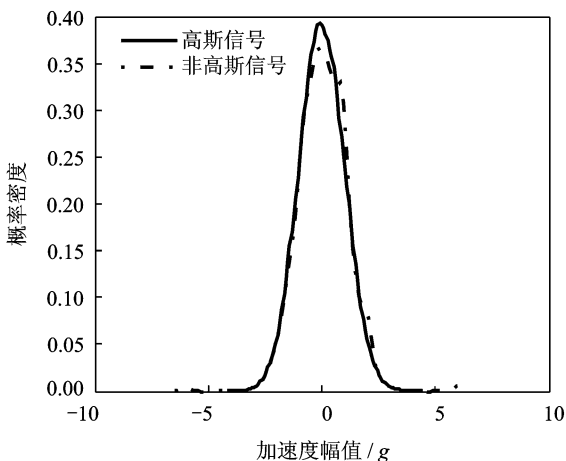


图 2 高斯信号及非高斯信号的概率密度曲线

Fig. 2 Probability density of Gaussian and non-Gaussian signals

表 1 高斯信号及非高斯信号参数

Tab. 1 Parameters of Gaussian and non-Gaussian signals

参数	高斯信号	非高斯信号
偏斜度	0.023 8	-0.019 2
峭度	2.997 5	6.538 4
概率( $<2.5\sigma$ )/%	98.74	98.93
概率( $<3\sigma$ )/%	99.70	99.39
概率( $<4\sigma$ )/%	100.0	99.51
功率谱密度比例( $<2.5\sigma$ )/%	95.26	76.78
功率谱密度比例( $<3\sigma$ )/%	98.92	80.57
功率谱密度比例( $<4\sigma$ )/%	100.0	87.05

## 2 计算算法

### 2.1 频谱均衡算法

随机振动试验过程中的功率谱均衡是影响试验的关键,笔者分析的随机信号为有限长度的驱动信号,且随机信号强调相位的随机性,实现其频谱的一致即可满足条件。频谱均衡控制流程如图 3 所示。通过 FFT 计算削波前后的信号频谱,并留存相位信息。计算频谱的误差,未达到目标误差值  $\epsilon$  时,通过频谱均衡对随机信号频谱修正,经过逆快速傅里叶变换(inverse fast Fourier transform,简称 IFFT)即可再生成随机信号。修正的目的在于降低削波前后信号功率谱密度曲线的偏差,保证两曲线的相近程度,此处误差  $e$  取削波前后信号频谱误差的最大值

$$e = \max \{ Y_0(f) - Y_\sigma(f) \} \quad (1)$$

其中: $Y_0(f)$ 为初始信号的频谱; $Y_\sigma(f)$ 为削波信号频谱。

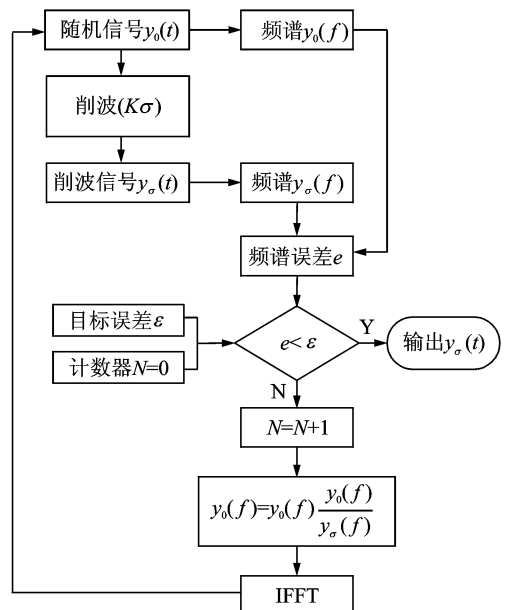


图 3 频谱均衡算法控制流程

Fig. 3 Power spectrum equalization control flow

## 2.2 PID 算法

PID 算法由于其算法简单、鲁棒性好且可靠性高,被广泛应用于时域控制过程中<sup>[11]</sup>。频域内 PID 控制算法的构造过程<sup>[9]</sup>如下。

如式(2)~(4)所示,将均衡前后的频谱记作乘积形式,对等式两端取对数,记误差  $E_k(f)$  的对数为本次循环的误差  $\Delta^{(k)}$ ,并引入 PID 系数  $K_p, K_i, K_d$ 。定义修正量  $U$ ,如式(5)所示,按式(6)修正式(2),构成 PID 算法。

$$Y_{k+1}(f) = Y_k(f)E_k(f) \quad (2)$$

$$\Delta^{(k)} = \lg(E_k(f)) = \lg(Y_{k+1}(f)) - \lg(Y_k(f)) \quad (3)$$

$$\begin{cases} \Delta_p = K_p \Delta^{(k)} \\ \Delta_i = K_i \sum_{j=1}^k \Delta^{(j)} \\ \Delta_d = K_d (\Delta^{(k)} - \Delta^{(k-1)}) \end{cases} \quad (4)$$

其中: $Y_{k+1}(f)$ 为本次循环的频谱; $Y_k(f)$ 为上次循环的频谱; $E_k(f)$ 为频谱传递; $\Delta^{(k)}$ 为迭代误差。

$$\lg U = \Delta_p + \Delta_i + \Delta_d \quad (5)$$

$$Y_{k+1}(f) = Y_k(f)U \quad (6)$$

其中: $\Delta_p, \Delta_i$ 和 $\Delta_d$ 分别为比例、积分和微分修正环节误差; $K_p, K_i$ 和 $K_d$ 分别为比例、积分和微分系数。

PID 控制算法中  $K_p, K_i$ 和 $K_d$ 3个参数并非独立对系统产生影响,而是相互匹配的。笔者采用单变量优化方法,依次对  $K_p, K_i$ 和 $K_d$ 3个参数优化,并最终获得优化参数。

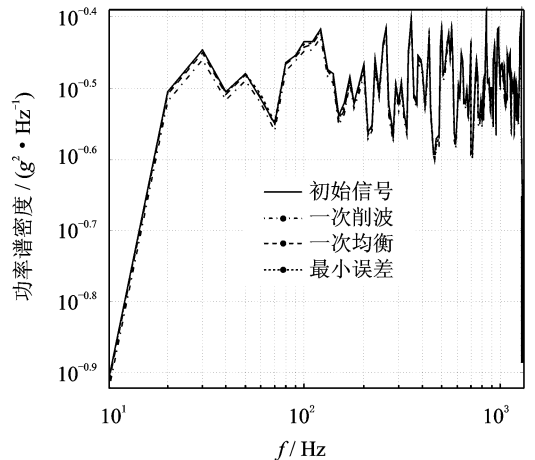
## 3 计算结果及讨论

### 3.1 频谱均衡算法结果及讨论

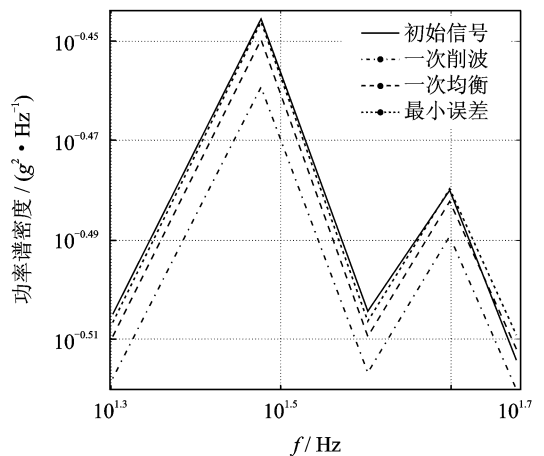
#### 3.1.1 高斯信号

使用频谱均衡算法对高斯信号削波后功率谱密度的修正结果如图4所示,其中,削波因子  $K=2.5$ 。高斯信号满足正态分布,在削波限以外的点数较少、能量较低,故削波前后引起的功率谱密度变化不大。经一次均衡计算后,削波后所得信号的功率谱密度与原始信号的功率谱密度较为接近。迭代总次数选为10次,其中第3次的最大误差最小,比一次均衡的结果更为接近。从曲线整体形状来看,削波对高斯信号的功率谱密度曲线影响不大,但某些频率点的差距不容忽视(图4中100 Hz处)。可见,对于振动试验而言,一般功率谱密度曲线要求在 $\pm 3$  dB以

内,可不考虑削波的影响;但对于模态试验而言,某些频率容易出现“下凹”,为追求试验结果的精度,需要对削波前后功率谱密度进行修正。



(a) 整个频带  
(a) The whole frequency band



(b) 局部效果  
(b) Partial band

图4 频谱均衡算法对高斯信号削波功率谱修正

Fig. 4 Power spectrum equalization

经频谱均衡算法修正后,削波前后的信号如图5所示。削波后信号幅值均在 $2.5\sigma$ 以内,避免了不规则信号对振动台的影响。

#### 3.1.2 非高斯信号

频谱均衡算法非高斯信号削波功率谱密度的修正效果如图6所示。对比图4,非高斯信号一次削波后能量损失更为明显,在部分频率点(如30, 140和250 Hz等),曲线“下凹”现象较为明显。由图6可知,一次均衡的效果并不理想,虽然大部分频率点的功率谱密度均趋近于初始信号功率谱密度,但曲线的形状差别较大。部分频率点差别十分明显,如170 Hz和620 Hz等,尤其在620 Hz处,误差甚至

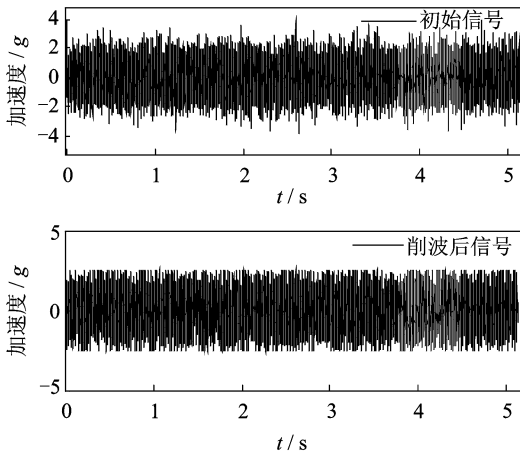


图 5 高斯信号削波前后波形

Fig. 5 Pre-and post treatment with clipping of Gaussian signal

超过了 3 dB。最小偏差曲线在第 7 次迭代后获得, 曲线形状与初始信号功率谱密度曲线较为接近, 修正效果较好。

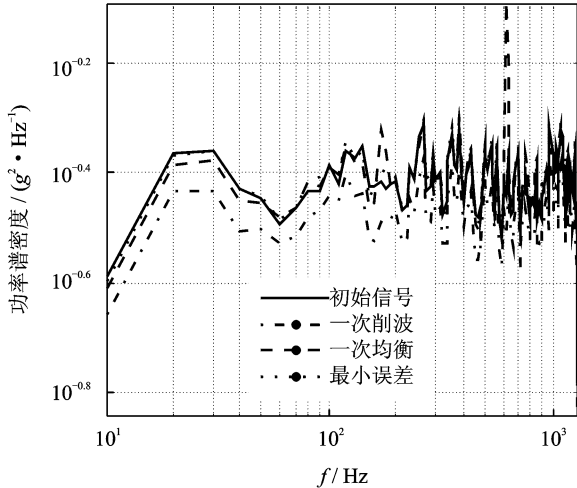


图 6 频谱均衡算法对非高斯信号削波功率谱修正效果

Fig. 6 Power spectral density compensation of non-Gaussian signal under power spectrum equalization

经修正后,非高斯信号削波前后的波形如图 7 所示,削波后信号的幅值均在初始信号 2.5 倍均方差以内。经计算,削波后信号的偏斜度及峭度分别为 -0.018 0 及 2.939 1。对比表 1,频谱均衡后削波信号的峭度变化较大。虽然对于功率谱等价原则的振动试验影响不大,但仍然不可忽视非高斯信号的不确定性对试验件性能的影响。尤其是以窄带和低频波形为主的车辆道路模拟和地震模拟等试验,目前研究较多的是基于时域控制的时域波形再现技术<sup>[12-13]</sup>。此外,针对非高斯随机振动试验控制中功率

谱均衡与峭度均衡相互干涉影响控制精度的问题,文献[6]提出了非高斯随机振动试验并行控制策略。

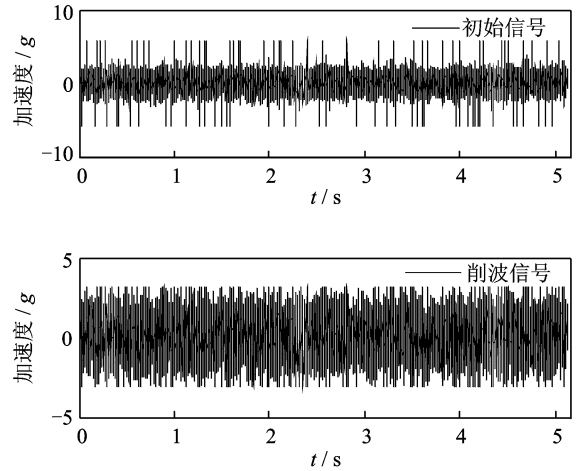


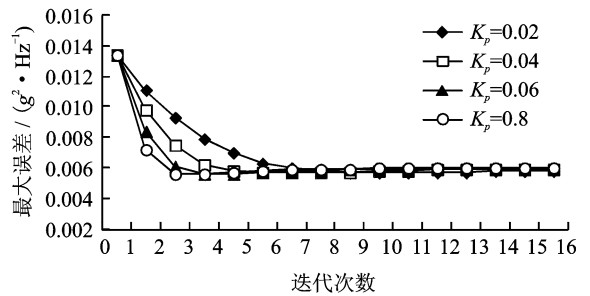
图 7 非高斯信号削波前后波形

Fig. 7 Pre-and post treatment with clipping of non-Gaussian signal

### 3.2 PID 算法结果及讨论

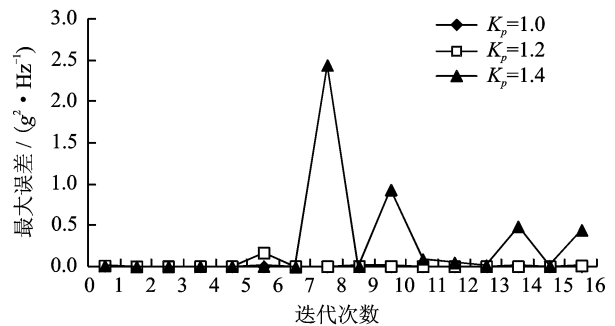
#### 3.2.1 高斯信号

如图 8 所示,对于高斯信号削波,PID 算法对功



(a)  $K_p$  取较小值

(a)  $K_p$  take the smaller values



(b)  $K_p$  取较大值

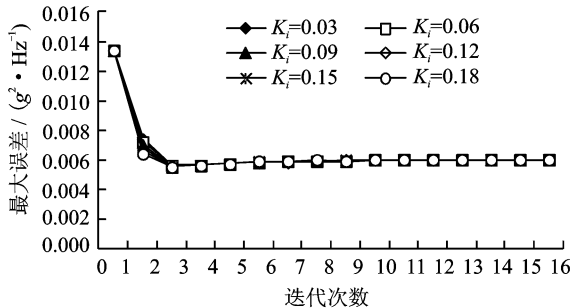
(b)  $K_p$  take the larger values

图 8  $K_p$  值对 PID 算法功率谱密度补偿的影响 (高斯信号,  $K_i=0.06, K_d=0.1$ )

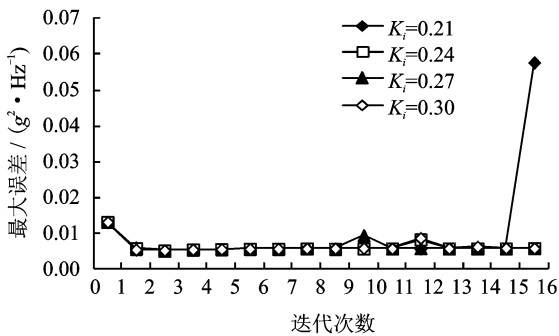
Fig. 8 The effect of  $K_p$  on power spectral density compensation by PID control strategy (Gaussian signal,  $K_i=0.06, K_d=0.1$ )

率谱密度的补偿受  $K_p$  值的影响。在  $K_p$  值取较小值时(小于1),随着迭代次数的增加,误差逐渐减小且趋于恒定。随着  $K_p$  值的增加,到达最小误差所需的迭代步数减少,在  $K_p$  取 0.8 时,仅需 3 次迭代误差达到最小值。当  $K_p$  值大于 1 时,随迭代步数的增加,误差出现大幅振荡,且远超过期望误差。其主要原因在于,比例环节成比例地反映控制系统的偏差,一般情况下  $K_p$  增大偏差减小,但过大时可能导致闭环系统不稳定。

不同  $K_i$  值对 PID 算法补偿过程的影响如图 9 所示。在  $K_i$  值小于 0.18 时,迭代过程较为接近,如图 9(a)所示。当  $K_i$  值大于 0.21 时,随迭代次数的增加,最大误差迭代过程不稳定的情况如图 9(b)所示。 $K_d$  值的影响如图 10 所示,与  $K_i$  的影响较为类似, $K_d$  值较小时收敛过程较为一致,但过大时系统误差出现振荡。



(a)  $K_i$ 取较小值  
(a)  $K_i$  take the smaller values

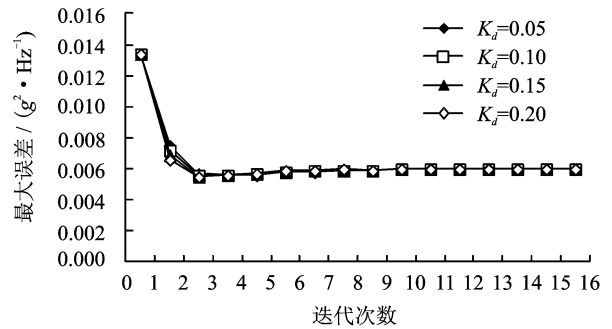


(b)  $K_i$ 取较大值  
(b)  $K_i$  take the larger values

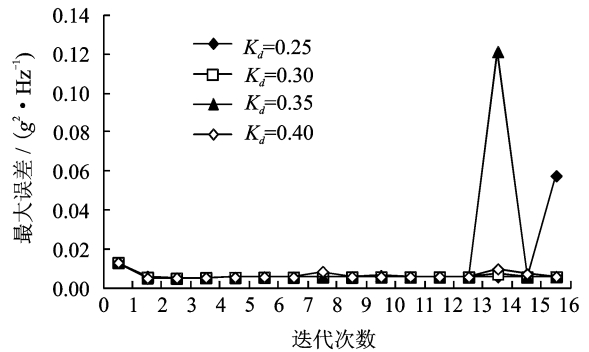
图 9  $K_i$  值对 PID 算法补偿的影响  
(高斯信号,  $K_p=0.8$ ,  $K_d=0.1$ )

Fig. 9 The effect of  $K_i$  on power spectral density compensation by PID control strategy (Gaussian signal,  $K_p=0.8$ ,  $K_d=0.1$ )

由此可知, PID 算法的控制需要适当的调整 3 个参数, 以实现快速稳定的控制。对比两种不同算法对高斯信号削波功率谱密度补偿的影响, 图 4 中最小误差对应功率谱密度曲线与初始信号功率功率



(a)  $K_d$ 取较小值  
(a)  $K_d$  take the smaller values



(b)  $K_d$ 取较大值  
(b)  $K_d$  take the larger values

图 10  $K_d$  值对 PID 算法功率谱密度补偿的影响  
(高斯信号,  $K_p=0.8$ ,  $K_i=0.06$ )

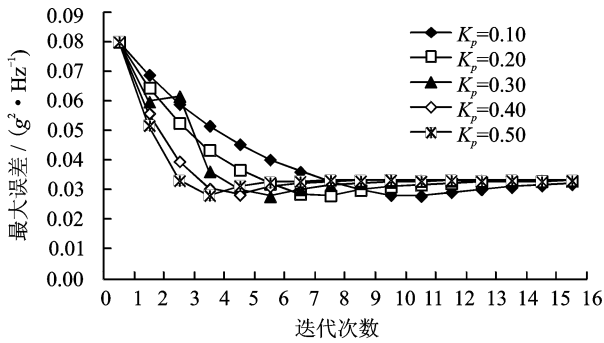
Fig. 10 The effect of  $K_d$  on power spectral density compensation by PID control strategy (Gaussian signal,  $K_p=0.8$ ,  $K_i=0.06$ )

谱密度曲线的最大偏差为 0.005 5, 而使用 PID 算法的最大偏差也为 0.005 5 ( $K_p=0.8$ ,  $K_i=0.06$ ,  $K_d=0.2$ ), 迭代次数均为 3 次, 说明对于高斯信号削波的功率谱补偿两种算法差别不大, PID 算法的优化参数可以确定为  $K_p=0.8$ ,  $K_i=0.06$ ,  $K_d=0.2$ 。

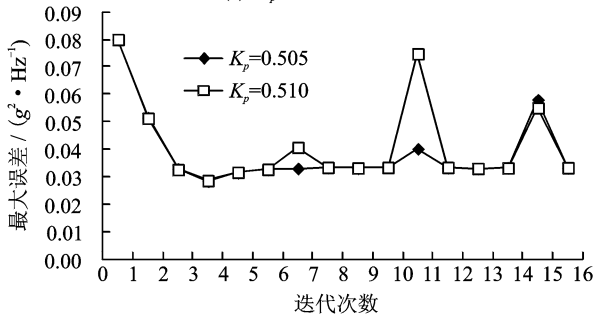
### 3.2.2 非高斯信号

使用 PID 算法对非高斯信号削波功率谱密度补偿时,  $K_p$  值的影响如图 11 所示。与图 8 高斯信号的功率谱密度补偿一致, 随着迭代次数的增加, 误差逐渐减小且趋于稳定。随着  $K_p$  值的增加, 到达误差最小值的迭代次数减少, 如  $K_p$  为 0.5 时, 仅需迭代 4 次误差最小。当  $K_p$  值过大时, 如图 11(b) 所示, 误差较大, 算法无法收敛。图 11(a) 中  $K_p$  为 0.3 时, 迭代第 3 步误差出现突变, 且略高于上一次迭代的误差, 但之后趋于稳定, 说明非高斯信号的偶然性较大, 因此  $K_p$  取值不宜过大。

$K_i$  值及  $K_d$  值对非高斯信号削波功率谱密度补偿的影响如图 12, 13 所示, 二者取较小值时, 对算



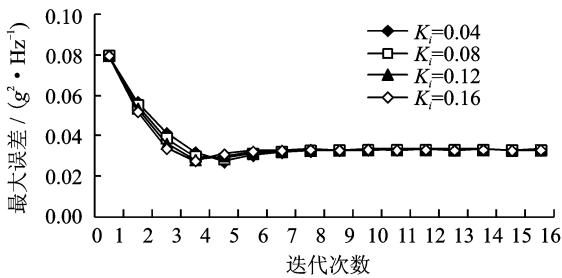
(a)  $K_p$ 取较小值  
(a)  $K_p$  take the smaller values



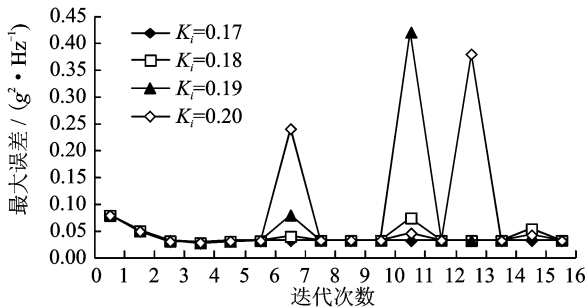
(b)  $K_p$ 取较大值  
(b)  $K_p$  take the larger values

图 11  $K_p$  值对 PID 算法对功率谱密度补偿的影响 (非高斯信号,  $K_i=0.16$ ,  $K_d=0.01$ )

Fig. 11 The effect of  $K_p$  on PSD compensation by power spectral density control strategy (non-Gaussian signal,  $K_i=0.16$ ,  $K_d=0.01$ )



(a)  $K_i$ 取较小值  
(a)  $K_i$  take the smaller values



(b)  $K_i$ 取较大值  
(b)  $K_i$  take the larger values

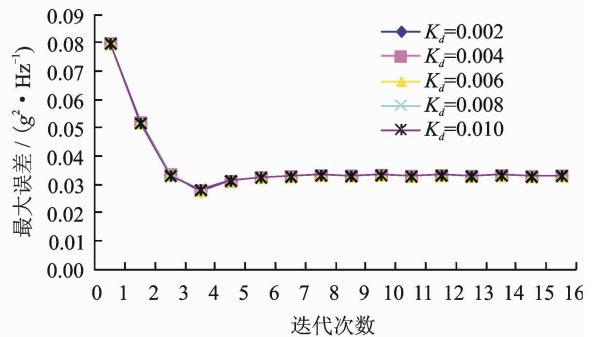
图 12  $K_i$  值对 PID 算法对功率谱密度补偿的影响 (非高斯信号,  $K_p=0.5$ ,  $K_d=0.01$ )

Fig. 12 The effect of  $K_i$  on power spectral density compensation by PID control strategy (non-Gaussian signal,  $K_p=0.5$ ,  $K_d=0.01$ )

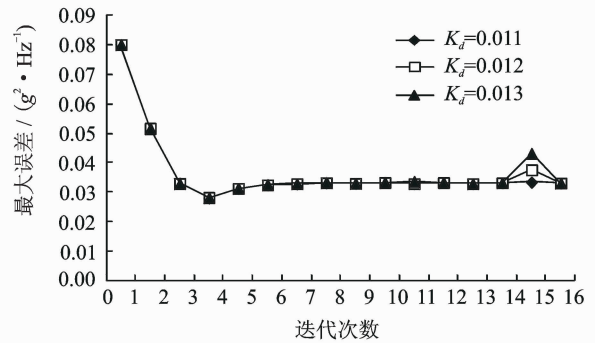
法的影响均不大,尤其是  $K_d$  的影响更小。然而,当取较大值时,随迭代次数的增加,算法出现不稳定,误差出现较大波动。

采用 PID 算法,高斯信号的控制易于收敛较为平稳,非高斯信号易出现不稳定 3 个参数取值不宜过大。从误差最小值来看,非高斯信号的误差最小为 0.028,明显大于高斯信号的控制误差。

对非高斯信号,采用均衡算法达到误差最小需要迭代 7 次,误差最大值为 0.038(图 6),而采用 PID 算法需要迭代 4 次,误差最大为 0.028,此时也对应 PID 算法的最优参数,具体为  $K_p=0.5$ ,  $K_i=0.16$ ,  $K_d=0.01$ 。因此,采用 PID 算法对非高斯信号削波的功率谱密度补偿更具优势。



(a)  $K_d$ 取较小值  
(a)  $K_d$  take the smaller values



(b)  $K_d$ 取较大值  
(b)  $K_d$  take the larger values

图 13  $K_d$  值对 PID 算法对功率谱密度补偿的影响 (非高斯信号,  $K_p=0.5$ ,  $K_i=0.16$ )

Fig. 13 The effect of  $K_d$  on power spectral density compensation by PID control strategy (non-Gaussian signal,  $K_p=0.5$ ,  $K_i=0.16$ )

### 4 结 论

1) 通过对高斯信号及非高斯信号的特性对比得到,非高斯信号幅值概率密度不满足正态分布,更易产生不规则较大量级信号点,因此削波对非高斯信号的能量损失影响较大。

2) 使用频谱均衡及PID两种算法补偿因削波引起信号的功率谱密度损失,两种算法的作用均较为明显,可使削波后的信号与初始信号的功率谱密度较为相近。

3) 由于高斯信号服从正态分布,削波引起的能量损失较小,两种算法实现最小误差的迭代次数及误差大小十分接近,PID算法的优化参数为  $K_p = 0.8, K_i = 0.06, K_d = 0.2$ 。

4) 对于非高斯信号,PID算法在取得适当的比例、微分、积分系数后,可以在较少步数的情况下实现较小误差的迭代,比频谱均衡算法更具优势。根据计算结果,非高斯信号的PID算法优化参数为  $K_p = 0.5, K_i = 0.16, K_d = 0.01$ 。

### 参 考 文 献

[1] Paez T L. The history of random vibrations through 1958[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006,20:1783-1818.

[2] Steinwolf A. Shaker random testing with low kurtosis: review of the methods and application for sigma limiting[J]. Shock and Vibration, 2010,17:219-231.

[3] 田海平,张弛,宋一乐. 基于环境激励法的双曲拱坝模态试验[J]. 水电与新能源,2012,2:11-13.  
Tian Haiping, Zhang Chi, Song Yile. Double-curve arch dam modal test based on environment stimulation [J]. Hydropower and New Energy, 2012,2:11-13. (in Chinese)

[4] 孙熙平,王元战,赵炳皓. 环境激励下高桩码头物理模型模态实验[J]. 振动、测试与诊断, 2013,33(2):263-268.  
Sun Xiping, Wang Yuanzhan, Zhao Binghao. Modal experiment of physical model for high-piled wharf under ambient excitation [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013,33(2):263-268. (in Chinese)

[5] Steinwolf A. Random vibration testing with kurtosis control by IFFT phase manipulation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012,28:561-573.

[6] 陈家焱,陈章位,贺惠农,等. 非高斯随机振动试验并行控制策略研究[J]. 机械工程学报, 2012,48(4):193-198.  
Chen Jiayan, Chen Zhangwei, He Huinong, et al. Concurrent control strategy research for non-gaussian random vibration test[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2012,48(4):193-198. (in Chinese)

[7] Yu Yingyang, Jinag Tongmin. Generation of non-gaussian random vibration excitation signal for reliabil-

ity enhancement test[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2007,20:236-239.

- [8] 胡志强,法庆衍,洪宝林,等. 随机振动试验应用技术[M]. 北京:中国计量出版社,1996:125-129.
- [9] 崔旭利,陈怀海,贺旭东,等. 多输入多输出随机振动试验变参数PID控制[J]. 航空学报,2010,31(9):1776-1780.  
Cui Xuli, Chen Huaihai, He Xudong, et al. PID control with variable arguments for MIMO random vibration test[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010,31(9):1776-1780. (in Chinese)
- [10] 陈章位,于慧君. 振动控制技术现状与进展[J]. 振动与冲击,2009,28(3):73-77.  
Chen Zhangwei, Yu Huijun. Existing state and development of vibration control technology[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009,28(3):73-77. (in Chinese)
- [11] 游伟倩,陈怀海,贺旭东,等. 柔性结构振动跟踪控制  $H_{\infty}$  混合灵敏度法[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(5):562-565.  
You Weiqian, Chen Huaihai, He Xudong, et al.  $H_{\infty}$  mixed sensitivity method for vibration tracking control on flexible structures[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011,31(5):562-565. (in Chinese)
- [12] 陈家焱,王海东,周建川,等. 多点激励振动试验控制技术进展[J]. 振动与冲击,2011,30(3):69-73.  
Chen Jiayan, Wang Haidong, Zhou Jianchuan, et al. Progress in multi-exciter vibration testing control technology [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011,30(3):69-73. (in Chinese)
- [13] 赵利平,郭继保. 基于遗传算法控制的电液伺服系统试验研究[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(6):803-807.  
Zhao Liping, Guo Jibao. Electro-hydraulic servo system based on genetic algorithm controlling[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis,2011,31(6):803-807. (in Chinese)



**第一作者简介:**严鲁涛,男,1984年2月生,工程师。主要研究方向为结构动力学、振动试验设计及控制方法、绿色制造工艺、微机电系统。曾发表《Effects of coding air temperature on cryogenic machining of Ti-6Al-4V alloy》(《Journal of Materials Processing Technology》2011, Vol. 211, No. 3)等论文。

E-mail:lutaoyan@hotmail.com