

高速平面并联机器人动态分析与实验*

高名旺¹, 张宪民²

(1. 山东理工大学机械工程学院 淄博, 255049)

(2. 华南理工大学机械与汽车工程学院 广州, 510641)

摘要 基于弹性动力学和实验对高速轻型平面并联机器人的动态响应进行研究。首先,根据机构的几何和惯性非线性建立机构运动微分方程组,对机构的两个典型位形的动态响应进行分析;其次,建立了由 3-RRR 轻型并联机构和控制系统的实验装置,对理论分析进行了验证。结果表明,在位形 2,理论分析和实验一致,即机构的残余振动很快衰减;在位形 1,理论分析与实验两者不同,实验测量的动态响应为自激振动,而数值仿真得到衰减的残余振动。同时,结果也表明机构在不同位形有不同的动态响应。

关键词 平面并联机器人; 高速; 弹性动力学; 残余振动
中图分类号 TP242; TH113

引言

和串联机构相比,并联机构具有高定位精度、更高的加速度和负载能力等^[1]优点,因而应用广泛;然而并联机构在工作空间的动态特性非常复杂^[2],这给机构的设计和使用造成很大困难。轻量化的并联机器人在高速、高加速工作时,杆件的弹性变形容易导致系统整体弹性振动,从而影响机构的应用。弹性动力学广泛用于模拟串联机器人和四杆机构^[3],也逐渐用于并联机构分析。文献^[4]利用虚功原理对柔性五杆机构建立动力学模型并实验验证。Zhou 等^[5]运用有限元法建立柔性 3-PRS 机构的动力学公式并分析其振动特性。Wang 等^[6]和 Zhang 等^[7]分别运用有限元法和假定模态法对 3-PRR 机构建立动力学模型,并对其进行了主动振动控制研究。刘善增等^[8]对 3-RRC 并联机器人建模分析其动态特性。Zhao 等^[9]运用有限元方法模拟分析六自由度并联机器人的动态特性。Rognant 等^[10]提出一种建立并联机构弹性动力学模型的步骤。然而,以上研究在不同位形、高速运动对并联机构动态特性影响的分析,尤其是实验研究相对较少^[11]。

笔者基于有限元法建立 3-RRR 机构的弹性动力学模型,在工作空间内对不同位形的动态特性进行研究。首先,利用弹性动力学模型对机构的两个典型位形的动态特性进行分析;然后,利用实验装置对两个典型位形的动态特性进行测试。结果表明,在位形 2 位置,仿真结果和实验结果一致,而位形 1

的仿真结果和实验结果有较大差异。该研究结果为机器人的运动规划和控制提供参考。

1 3-RRR 机构弹性动力学模型

如图 1 所示,3-RRR 平面并联机器人由动平台、静平台和链接两者的支链组成。支链由铰和连杆组成,其中:铰包含主动铰 O_i 、被动铰 B_i 和 C_i ;连杆分别为主动杆 $O_i B_i$ 和被动杆 $B_i C_i$ 。假设连杆为柔性杆,其余元件为刚性体。惯性坐标系 $O-xy$ 建立在静平台上,坐标系原点在三角形 $O_1 O_2 O_3$ 的形心, z 轴按右手螺旋确定。

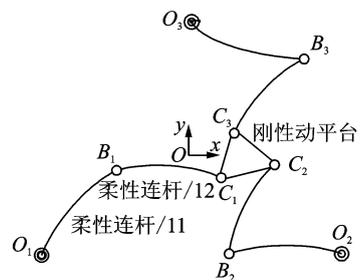


图 1 3-RRR 机构

Fig. 1 3-RRR mechanism

1.1 单元位移

柔性连杆的运动用等效刚体模型描述^[12]。平面梁单元如图 2 所示。实线部分为弹性变形单元,虚线部分为假设的刚体未变形单元。单元坐标系为 $a-xy$, x 轴为刚体单元中性轴方向,原点在刚体单元

* 国家自然科学基金重大研究计划资助项目(91223201);中央高校基本科研业务费资助项目(2012ZP0004)
收稿日期:2014-01-28;修回日期:2014-04-28

的端点 a 。

弹性体的横向变形采用三次 Hermit 多项式^[13], 轴向弹性位移采用线性插值函数。弹性体中任意一点的弹性位移在单元坐标系中可表示为

$${}^e \mathbf{r} = \mathbf{N}_e {}^e \mathbf{u}_e \quad (1)$$

其中: \mathbf{u}_e 为梁单元位移向量; \mathbf{N}_e 为梁单元形函数; \mathbf{r} 为弹性体中 C 点相对瞬态刚体运动的弹性位移向量, 式中向量左上标 e 表示在单元坐标系中表示。

位置向量可写成如下形式

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_o + \mathbf{T}_2^T {}^e \mathbf{r} \quad (2)$$

其中: \mathbf{R}_o 为 C 点在刚性单元中对应的点的坐标向量; \mathbf{T}_2 为惯性坐标系到单元坐标系的 2×2 矩阵。

对式(2)两边求导可得 C 点速度

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{R}}_o + \mathbf{T}_2^T \mathbf{N}_e \tilde{\mathbf{T}} \dot{\mathbf{u}}_e + \dot{\mathbf{T}}_2^T \mathbf{N}_e \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{u}_e \quad (3)$$

其中: \mathbf{T} 为惯性坐标系联系单元坐标系的 6×6 常数矩阵; $\tilde{\mathbf{T}}$ 表示公式求导。

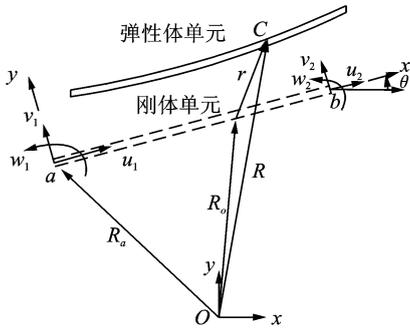


图2 欧拉-伯努利单元

Fig. 2 Euler-Bernoulli element

1.2 支链的动能和势能

支链中的连杆由3部分组成, 即连杆两端的集中质量和中间的柔性杆。笔者把柔性杆作为一个柔性单元, 连杆两端集中质量的动能分别合并到动平台和被动铰 B_i 单元的动能中。支链的动能为

$$\mathbf{T}_{ic} = \sum_{j=1}^2 \mathbf{T}_{ij} + \mathbf{T}_{B_i} \quad (4)$$

其中: \mathbf{T}_{ic} 为第 i 支链的动能; \mathbf{T}_{ij} 为第 i 支链第 j 连杆的动能; \mathbf{T}_{B_i} 为第 i 支链被动铰 B_i 的动能。

支链的势能为

$$\mathbf{V}_{ic} = \sum_{j=1}^2 \mathbf{V}_{ij} \quad (5)$$

其中: \mathbf{V}_{ij} 为第 i 支链第 j 连杆的势能。

1.3 全局坐标

系统的全局坐标如图3所示, 总共取18个节点坐标。系统全局坐标可表示为

$$\boldsymbol{\eta} = [\eta_{11} \cdots \eta_{15} \eta_{21} \cdots \eta_{25} \eta_{31} \cdots \eta_{35} \eta_1 \eta_2 \eta_3]^T \quad (6)$$

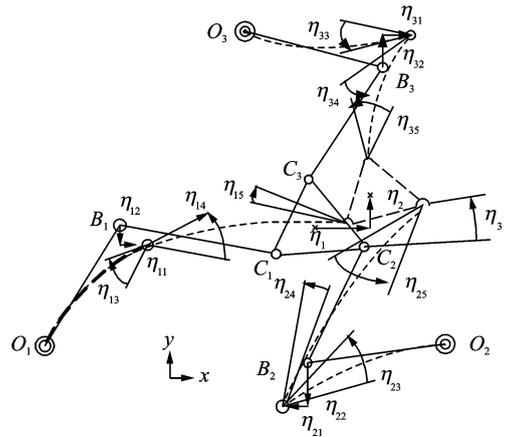


图3 全局坐标

Fig. 3 Global coordinate

单元位移向量和全局坐标的映射由连接矩阵 $\mathbf{S}_{i1}, \mathbf{S}_{i2}, \mathbf{S}_{B_i}$ 和 \mathbf{S}_p 实现。

单元 i_1 的位移向量与全局坐标的关系为

$$\mathbf{u}_{i1} = \mathbf{S}_{i1} \boldsymbol{\eta} \quad (7)$$

单元 i_2 的位移向量与全局坐标的关系为

$$\mathbf{u}_{i2} = \mathbf{S}_{i2} \boldsymbol{\eta} \quad (8)$$

单元 B_i 的位移向量与全局坐标的关系为

$$\mathbf{u}_{B_i} = \mathbf{S}_{B_i} \boldsymbol{\eta} \quad (9)$$

动平台的位移向量和全局坐标的关系为

$$\mathbf{q}_p = \mathbf{S}_p \boldsymbol{\eta} \quad (10)$$

1.4 系统动力学模型

1.4.1 动力学模型

考虑刚体运动对弹性振动的影响, 因而机构的拉格朗日等式可用系统的柔性全局坐标表示, 则3-RRR机构的运动等式为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (\sum_{i=1}^3 \mathbf{T}_{ic} + \mathbf{T}_p)}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} \right) - \frac{\partial (\sum_{i=1}^3 \mathbf{T}_{ic} + \mathbf{T}_p - \sum_{i=1}^3 \mathbf{V}_{ic})}{\partial \boldsymbol{\eta}} = 0 \quad (11)$$

其中: \mathbf{T}_p 为动平台的动能。

把式(4), (5), (7)~(10)分别代入式(11), 整理并写成矩阵形式为

$$\mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{B} \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\eta} = -\dot{\mathbf{Z}}_{Pr} - \dot{\mathbf{Z}}_{B_i} + \mathbf{F}_{jk} \quad (12)$$

其中: \mathbf{M} 为全局质量矩阵; \mathbf{B} 为全局阻尼系数矩阵; \mathbf{K} 为全局刚度矩阵; $-\dot{\mathbf{Z}}_{Pr} - \dot{\mathbf{Z}}_{B_i}$ 为惯性力, 反映了刚体运动对柔性连杆的作用; \mathbf{F}_{jk} 为刚体运动和弹性振动耦合产生的力。

1.4.2 增加比例阻尼的系统动力学模型

通常在有限元分析中, 使用比例阻尼模拟结构阻尼, 比例阻尼是质量矩阵和刚度矩阵的线性组

合^[14],即

$$C = \alpha M + \beta K \quad (13)$$

增加比例阻尼后动力学模型可表示为

$$M\ddot{\eta} + (B + C)\dot{\eta} + K\eta = -\dot{\hat{Z}}_{P_i} - \dot{\hat{Z}}_{B_i} + F_{底} \quad (14)$$

2 数值仿真

为研究机构在工作空间不同位形的动态特性,以机构的两个典型位形为例进行运动响应研究。利用弹性动力学模型对机构在典型位形的动态响应进行仿真分析。并联机构的杆件采用铝合金,材料弹性模量为 0.7×10^5 MPa,材料密度为 2.7×10^3 kg/m³,主要参数如表 1 所示。

表 1 机构连杆参数

Tab. 1 Parameters of mechanism link

杆件	长度/mm	宽度/mm	厚度/mm
$O_i B_i$ 连杆	245	25	12
$B_i C_i$ 连杆	242	25	10
$C_1 C_2$ 边长	194		
$O_1 O_2$ 边长	692.82		

2.1 位形 1 的残余振动仿真分析

位形 1(0.15 m,0)如图 4 所示。机构以梯形速度规划从原点移动到点(0.15 m,0),其加速度为 20 m/s²,速度为 1 m/s。此位移被称为轨迹 1,具体位移规律为

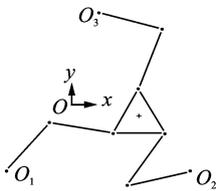


图 4 位形 1

Fig. 4 Configuration one

其中: a 为运动加速度; x, y 分别表示 x, y 轴方向的位移规律; φ 表示绕 z 轴的转动规律。

$$x = \begin{cases} \frac{1}{2}at^2 & (0 \leq t \leq 0.05) \\ (t - 0.05) + \frac{0.05^2}{2}a & (0.05 < t \leq 0.15) \\ 0.1 + \frac{0.05^2}{2}a + a\left(0.2t - \frac{1}{2}t^2\right) & (0.15 < t \leq 0.20) \\ 0.15 & (0.20 < t) \end{cases} \quad (15a)$$

$$y = 0 \quad (15b)$$

$$\phi = 0 \quad (15c)$$

式(15)描述了机构在 0.2 s 内沿 x 轴从原点移动到点(0.15 m,0)。为更好地比较机构在位形 1

的动态特性,在 Matlab/Simulink 中编程并运行 0.5 s。动平台的动态响应如图 5 和图 6 所示,分别表示机构在 x 轴和 y 轴的振动位移。

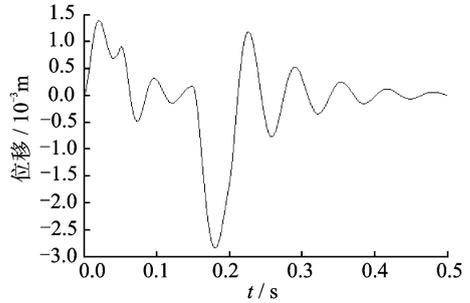


图 5 位形 1 的 x 轴振动位移

Fig. 5 Vibration of x direction at configuration one

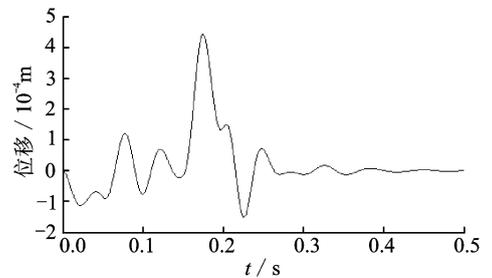


图 6 位形 1 的 y 轴振动位移

Fig. 6 Vibration of y direction at configuration one

由图 5 可看到,在加速阶段,即 $0 \leq t \leq 0.05$ s,机构受到较大冲击, x 轴的振动幅值为 1.39 mm。在匀速阶段,即 $0.05 < t \leq 0.15$ s,振动幅值减少。在减速阶段,即 $0.15 < t \leq 0.2$ s,振动幅值又增加,达到 2.85 mm,此时机构的刚度变小,从而导致弹性变形增大。最后,当 $t > 0.20$ s 时,运动响应为残余振动,其幅值为 1.18 mm,并且逐渐衰减。由图 6 看到,在各个阶段,机构在 y 向的振动幅值都较小,幅值为 0.44 mm,尤其是残余振动振幅小,为 0.15 mm,衰减快说明 x 向扰动对 y 方向的影响较小。

2.2 位形 2 的残余振动仿真分析

位形 2 如图 7 所示,即点(-0.15 m,0),是位形 1 的对称位形。轨迹 2 为机构从原点沿 x 轴运动到点(-0.15 m,0)。机构位移规律如式(16)所示。

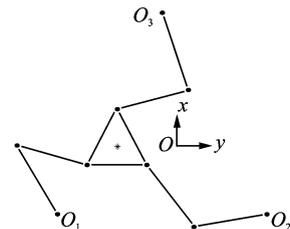


图 7 位形 2

Fig. 7 Configuration two

式(16)描述了机构在 0.2 s 内沿 x 轴从原点移动到位形 2,移动速度和加速度与前面一致。动平

台的动态响应如图8,9所示。图8为 x 轴振动位移。图9为 y 轴振动位移。

$$x = \begin{cases} -\frac{1}{2}at^2 & (0 \leq t \leq 0.05) \\ -[(t-0.05) + \frac{0.05^2}{2}a] & (0.05 < t \leq 0.15) \\ -[0.1 + \frac{0.05^2}{2}a + a(0.2t - \frac{1}{2}t^2)] & (0.15 < t \leq 0.20) \\ -0.15 & (0.20 < t) \end{cases}$$

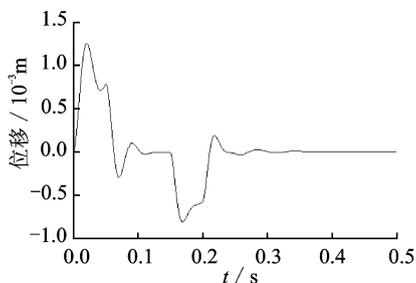
(16a)

$$y = 0$$

(16b)

$$\phi = 0$$

(16c)

图8 位形2的 x 轴振动位移Fig. 8 Vibration of x direction at configuration two

从图8可知,在加速阶段, x 轴的振动幅值较大,达到1.33 mm。在匀速运动阶段,振动幅值减少。在减速运动时,幅值为0.81 mm,比加速阶段的幅值小。最后,运动到达指定点后,即 $t > 0.20$ s时,机构的残余振动幅值仅为0.19 mm且很快衰减。

在图9中, y 轴各阶段的振动幅值都较小,加速阶段 y 向振动幅值仅为0.09 mm,说明在此阶段 x 轴的力扰动对 y 轴的影响较小,同时也表明此时其 y 轴刚度大;在减速阶段, y 轴产生的振动幅值为0.73 mm,比加速时大,意味着机构在 y 轴的刚度变小了;最后,机构残余振动的幅值为0.28 mm。

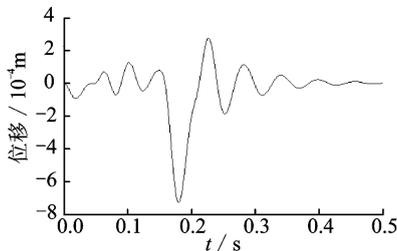
图9 位形2的 y 轴振动位移Fig. 9 Vibration of y direction at configuration two

图5与图8比较可知,位形1的残余振动幅值比位形2的大,说明机构在位形1的刚度小,振动超调量大。图6和图9比较可知,不同的方向有不同幅值的残余振动,说明机构在某一位形的不同方向的刚度也不同。

3 实验

3-RRR实验设备如图10所示,设备包含并联机构、伺服电动机和dSPACE控制器。3-RRR机构由铝合金制成的轻型连杆、动平台和基座组成,连杆之间用滚动轴承连接。3个交流伺服电动机被固定在基座上,其额定转速为3 kr/min。在Matlab/Simulink中编好程序,然后下载到dSPACE中,通过伺服电动机控制机构运动。

机构的运动速度为1 m/s,加速度为20 m/s²。机构的动态响应用动平台的位移表示,动平台的位移由激光干涉仪XL-80测量得到。轨迹1的实测位移如图11所示。可以看到,机构的残余振动幅值由1.63 mm逐渐增大至3.57 mm,最后形成幅值固定的有规律的振动,这种振动为自激振动。这种现象和图5的仿真结果有所不同,因为机器人发生机电耦合作用。机构在此位形的残余振动诱发了伺服系统,伺服系统成为机构的激励源,从而形成了自激振动。图12为位移1的速度变化规律,该图清楚地表明自激振动的发生和发展。



图10 3-RRR机构照片

Fig. 10 Photo of the 3-RRR manipulator

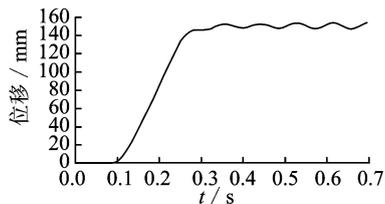


图11 轨迹1的动态响应

Fig. 11 Dynamic response of trajectory one

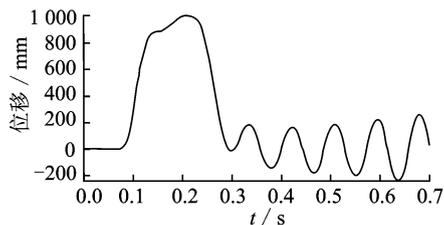


图12 轨迹1的速度

Fig. 12 Velocity of trajectory one

轨迹2的实测位移如图13所示,机构的残余振动的幅值为0.14 mm且很快衰减。与图10相比,

振动非常小,因而机构在位形2的动态性能更好。与图8相比,两者的残余振动幅值相近,相差0.05 mm。实验证明理论模型能模拟机构的动态响应。

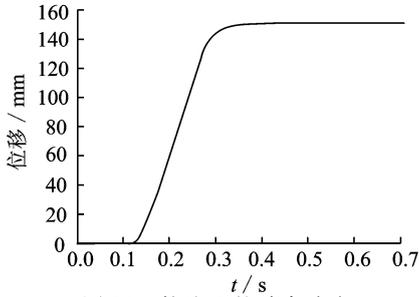


图13 轨迹2的动态响应

Fig. 13 Dynamical response of trajectory two

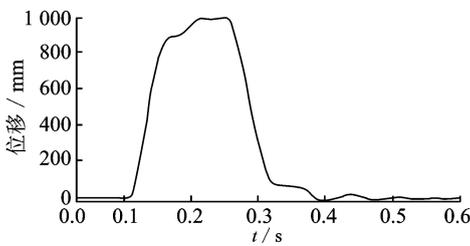


图14 轨迹2的速度

Fig. 14 Velocity of trajectory two

由图14的速度变化可以清楚地看到机构的残余振动变化规律。图12和图14比较发现,机构在位形1的残余振动较大且不断增大,形成自激振动,在位形2的残余振动幅值小且衰减很快。

4 结束语

动力学模型能较好地模拟机构的残余振动,但不能正确地模拟实际机器人的自激振动。模拟和实验表明并联机器人在不同位形的残余振动有很大不同。有的位形超调量大,而且会形成自激振动,有的位形超调量小,因而在应用并联机构时要考虑在不同位形的动态响应,避免较大的位置误差。仿真可以看出,机构在同一位形时,不同方向的动态响应也不同,因此实际应用时要考虑机构的运动方向。

参 考 文 献

- [1] Merlet J R. Parallel robots [M]. 2nd ed. Netherlands: Springer, 2006:20-23.
- [2] Piras G, Cleghorn W L, Mills J K. Dynamic finite-element analysis of a planar high-speed, high-precision parallel manipulator with flexible links[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005(40): 849-862.
- [3] Giovagnoli M. Dynamics of flexible closed-chain manipulator[C]// ASME Design Technical Conference, [S.l.]; America Society of Mechanical, 1992, 69(2);

483-490.

- [4] Gasparetto A. On the modeling of flexible-link planar mechanisms: experimental validation of an accurate dynamic model [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2004, 126: 365-375.
- [5] Zhou Zili, Xi J, Mechefske C K. Modeling of a fully flexible 3-PRS manipulator for vibration analysis[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128: 403-412.
- [6] Wang Xiaoyun, Mills J K. Dynamic modeling of a flexible link planar parallel platform using a substructuring approach [J]. Mechanism Machine Theory, 2006, 41(6):671-687.
- [7] Zhang Xuping, Mills J K, Clehorn W L. Coupling characteristics of rigid body motion and elastic deformation of a 3-PRR parallel manipulator with flexible links [J]. Multibody System Dynamics, 2009, 21: 167-192.
- [8] 刘善增,余跃庆,刘庆波,等. 3-RRC 并联机器人动力学分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(5): 220-224. Liu Shanzeng, Yu Yueqing, Liu Qingbo, et al. Dynamic analysis of 3-RRC parallel manipulator [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(5): 220-224. (in Chinese)
- [9] Zhao Yongjie. Dynamics analysis and characteristics of the 8-PSS flexible redundant parallel manipulator[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27: 918-928.
- [10] Rognant M E, Courteille E, Maurine P. A systematic procedure for the elastodynamic modeling and identification of robot manipulators [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(6): 1085-1093.
- [11] Yu Yueqing, Du Zhao cai, Yang Jianxin, et al. An experimental study on the dynamics of a 3-RRR flexible parallel robot [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2011, 27(5): 37-46.
- [12] Chang L W, Hamilton J F. The kinematics of robotic manipulators with flexible links using an equivalent rigid link system ERLS model [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1991, 113: 48-53.
- [13] Cook R D, Malkus D S, Plesha M E. Concepts and applications of finite element analysis[M]. The United States: Wiley, 2001: 75-78.
- [14] Rao S S. Mechanical vibrations[M]. 5th ed. Englewood Cliff: Prentice Hall, 2010: 431-433.



第一作者简介:高名旺,男,1973年1月生,博士、讲师。主要研究方向为并联机器人动力学与控制。曾发表《3-RRR 高速并联机器人运动学设计与实验》(《机器人》2013年第35卷第6期)等论文。E-mail: gmw_2001@163.com

