

# 渐变刚度钢板弹簧的非线性有限元分析\*

王 勇<sup>1</sup>, 李舜酩<sup>1</sup>, 张袁元<sup>2</sup>, 曹倩倩<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学能源与动力学院 南京, 210016) (2. 南京工程学院汽车与轨道交通学院 南京, 211167)

**摘要** 针对传统的钢板弹簧设计计算方法难以考虑钢板弹簧实际的工作状况, 综合考虑钢板弹簧实际工作过程中的大变形、各簧片及垫片之间的接触和摩擦等非线性因素, 基于有限元分析方法对某汽车后悬架渐变刚度钢板弹簧的刚度及强度特性进行分析。其刚度及强度试验结果表明, 考虑非线性因素后建立的钢板弹簧有限元模型精度比较高。在模型验证精确的基础上, 利用瞬态动力学分析方法求解钢板弹簧在简谐载荷激励下的动态响应, 获得其动态特性随激励载荷频率与幅值的变化规律。该建模方法能有效地模拟钢板弹簧实际工作状态, 可为钢板弹簧结构进一步的优化提供前提。

**关键词** 钢板弹簧; 非线性; 建模; 有限元分析; 动态特性

**中图分类号** U463.33

## 引 言

钢板弹簧是汽车悬架系统中重要的弹性元件及导向装置, 具有结构简单、工作可靠、成本低廉和维修方便等优点, 在汽车悬架系统中广泛应用。

传统的钢板弹簧设计计算方法<sup>[1]</sup>, 如共同曲率法及集中载荷法, 难以考虑钢板弹簧实际工作过程中的接触及摩擦情况, 计算得到的钢板弹簧刚度及强度特性与试验值相差较大, 实际情况中必须经过某种修正才能满足设计计算的要求。近几年来, 利用有限元软件分析钢板弹簧的刚度及强度特性逐渐成为主要研究方法。文献[2-3]考虑了钢板弹簧各簧片之间的接触与摩擦特性, 分析了钢板弹簧在静态载荷作用下的刚度特性。文献[4-6]分析了复合材料钢板弹簧的刚度及强度特性。文献[7]分析了钢板弹簧的迟滞特性与等效阻尼随激励载荷的变化规律。文献[8-9]考虑钢板弹簧各簧片之间的接触, 建立了钢板弹簧动力学模型。

笔者考虑钢板弹簧实际工作过程中的大变形、各簧片及垫片之间的接触和摩擦等非线性因素, 利用有限元软件 Hypermesh 及 Ansys 对某汽车后悬架渐变刚度钢板弹簧的静态特性(刚度及强度)进行分析, 进而通过钢板弹簧的刚度和强度试验验证有限元模型的精确性。在有限元模型验证精确的基础

上, 利用 Ansys 瞬态动力学法分析钢板弹簧在简谐载荷激励下的动态特性, 研究其动态特性随激励载荷频率与幅值的变化规律。

## 1 钢板弹簧静力学分析

### 1.1 钢板弹簧有限元模型建立

钢板弹簧模型为某汽车后悬架渐变刚度钢板弹簧, 由 6 片钢板弹簧组成, 上四片钢板弹簧为主簧, 下两片钢板弹簧为副簧, 主簧截面尺寸为 8 mm × 60 mm, 副簧截面尺寸为 16 mm × 60 mm。6 片钢板弹簧之间用中心螺栓连接并用 U 形螺栓夹紧在汽车桥壳上。由于此钢板弹簧为非对称式钢板弹簧, 所以需整体考虑分析, 并且考虑各簧片之间垫片的影响以满足实际情况。

钢板弹簧总成模型是一个实体组合模型, 考虑钢板弹簧实际工作过程中的受力情况, 用 8 节点三维实体单元 SOLID45 来模拟钢板弹簧。钢板弹簧各簧片在 U 形螺栓之外的部分仍可以相互接触或分离, 考虑钢板弹簧各簧片之间的接触为非线性问题, 需要采用不同的单元类型来进行模拟计算, 利用 Ansys 中的 Target170 和 Contact174 两种三维接触单元来模拟钢板弹簧各簧片之间及垫片间的接触, 这两种单元能充分体现接触单元之间的柔性特征。

\* 江苏省研究生培养创新工程资助项目(KYLX\_0243); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目  
收稿日期: 2013-07-04; 修回日期: 2013-08-30

在钢板弹簧的有限元模型中共定义了 14 个接触对。建立的钢板弹簧有限元模型如图 1 所示,整个网格单元数为 99 102,节点数目为 87 053。



图 1 钢板弹簧有限元模型

Fig. 1 Finite element model of the leaf spring

### 1.2 钢板弹簧模型约束及求解设置

钢板弹簧总成在中部用 U 型螺栓夹紧在汽车桥壳上,利用多节点约束单元 MPC 单元将第 6 片钢板弹簧 U 型螺栓区域处的节点连在一起,在中心节点处施加载荷,方向垂直向上。利用 MPC 单元将钢板弹簧中心螺栓处的节点连在一起,模拟中心螺栓的作用。钢板弹簧两端卷耳部分处的约束为:钢板弹簧的支承方式为一端固支的卷耳,另一端采用铰支的吊耳。钢板弹簧施加约束后的有限元模型如图 2 所示。



图 2 钢板弹簧施加约束后的有限元模型

Fig. 2 Finite element model of the leaf spring when the constraints are imposed

### 1.3 钢板弹簧有限元计算结果及分析

按照实际工况,考虑钢板弹簧各簧片及垫片间的摩擦,此时钢板弹簧各簧片之间的摩擦因数  $\mu = 0.2$ ,对钢板弹簧施加载荷 18 000 N,与试验所加载荷一致,方便进行模型验证分析。求解时分 100 个子步加载,求解完成后得到钢板弹簧的刚度及强度特性。图 3 为钢板弹簧总成变形图,图 4 为钢板弹簧总成 Von Mises 等效应力云图,图 5 为钢板弹簧各簧片 Von Mises 等效应力云图。

分析钢板弹簧等效应力分布云图结果,第 1 片钢板弹簧两端通过铰接的方式连接,限制了钢板弹



图 3 钢板弹簧总成变形图

Fig. 3 Deformation figure of the leaf spring assembly

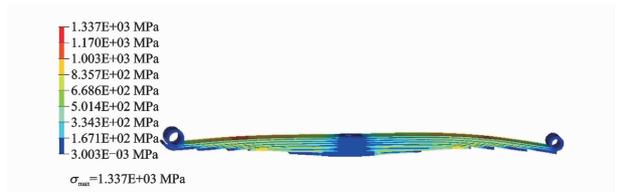


图 4 钢板弹簧总成 Von Mises 等效应力云图

Fig. 4 Von Mises equivalent stress cloud figure of the leaf spring assembly

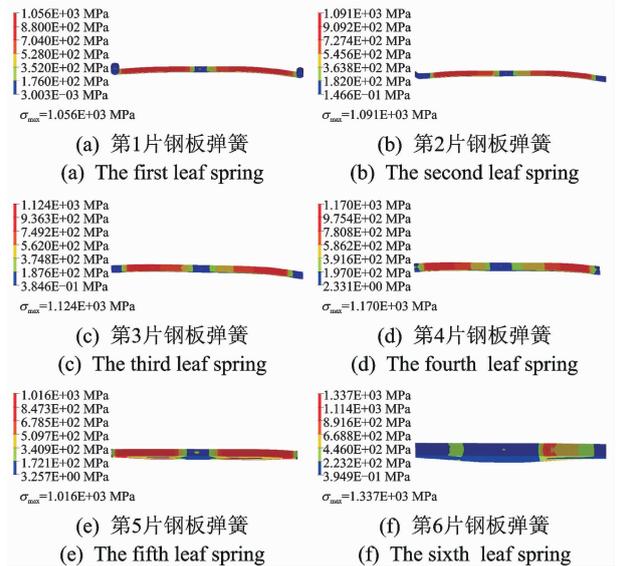


图 5 钢板弹簧各簧片 Von Mises 等效应力云图

Fig. 5 Von Mises equivalent stress cloud figure of the leaf spring

簧的横向移动自由度。钢板弹簧中部通过 U 型螺栓压紧在桥壳上,不发生变形,以前后端钢板弹簧中部应力值最大。钢板弹簧材料为 60Si<sub>2</sub>Mn,许用应力值为 1 210 MPa,第 1 片钢板弹簧的最大应力值小于材料的许用应力值。

第 2,3,4 片钢板弹簧的应力分布规律相似。钢板弹簧端部通过尼龙垫片与上一片钢板弹簧相接触,应力值较小。各钢板弹簧中部通过 U 型螺栓和压板压紧在车桥上,应力值较低,前后端钢板弹簧中部应力值最大,该区域的等效应力为 720 ~ 1 200 MPa,最大应力值小于材料的许用应力值。

最后两片钢板弹簧由于施加载荷作用区域的缘故,与其他各片钢板弹簧的应力分布略有不同,小部分区域出现应力集中,第 6 片钢板弹簧的应力集中区域的最大应力值大于材料的许用应力值。

利用 Matlab 处理得到钢板弹簧的载荷-变形曲线如图 6 所示。钢板弹簧模型的主簧刚度加紧状态有限元计算结果为 57.32 N/mm,复合簧刚度加紧状态有限元计算结果为 138 N/mm。

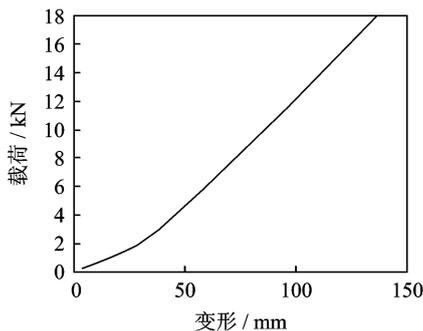


图 6 钢板弹簧载荷-变形曲线

Fig. 6 Load-deformation curve of the leaf spring

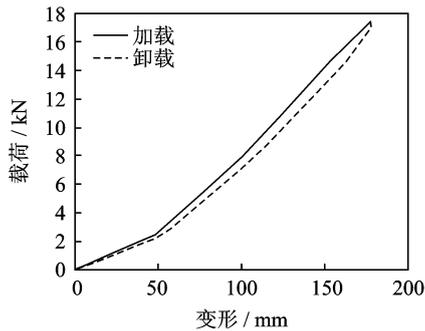


图 8 钢板弹簧试验刚度特性曲线

Fig. 8 Experimental stiffness characteristic curve of the leaf spring

## 2 钢板弹簧变形试验及结果分析

从振动动力学的观点看,钢板弹簧总成可以简化为一个质量-弹簧-阻尼系统,该系统的动力学方程<sup>[10]</sup>具有以下形式

$$m\ddot{y} + C(y, t)\dot{y} + K(y, t)y = F \quad (1)$$

其中: $F$ 为施加于钢板弹簧上的载荷; $y = \Delta y + y_0$ 为钢板弹簧中部的位移; $m$ 为钢板弹簧的等效质量; $C(y, t)$ 为钢板弹簧的等效阻尼(等效阻尼是一个与钢板弹簧正压力,各簧片之间的摩擦,簧片的变形量等有关非线性函数,是钢板弹簧加载卸载一个循环中的能量损耗的度量,钢板弹簧阻尼的非线性主要是由摩擦所致); $K(y, t)$ 为钢板弹簧的等效刚度; $y_0$ 为钢板弹簧的变形量,反映了钢板弹簧所承受的静载荷。

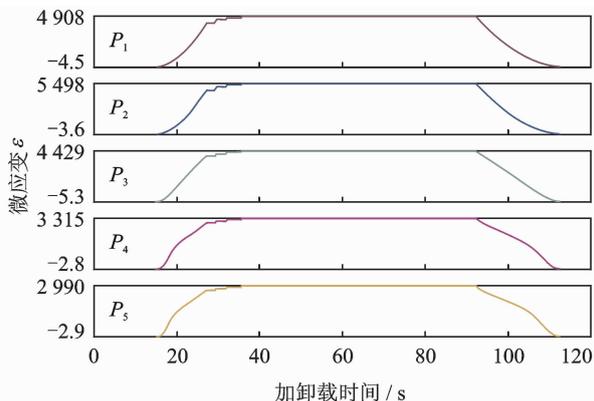
钢板弹簧刚度及强度特性试验如图 7 所示,对钢板弹簧缓慢连续施加载荷 18 000 N,再缓慢连续卸载,得到钢板弹簧在各载荷作用下的变形量。钢板弹簧试验刚度特性曲线如图 8 所示。除了验证钢板弹簧的刚度外,钢板弹簧所受应力也必须通过试验来验证。在钢板弹簧第 1 片主簧表面及最后一片钢板弹簧的对应位置沿纵向轴线的方向贴上电阻应变片。试验时各测点位置及应变如图 9,10 所示。各测点距中心螺栓距离如表 1 所示。

当钢板弹簧承受载荷比较小时,只有主簧起作



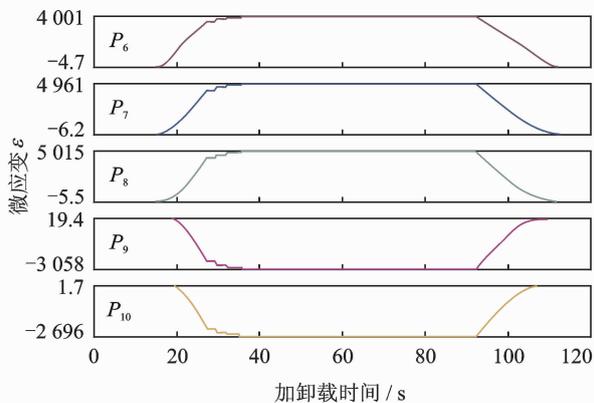
图 9 试验钢板弹簧各测点位置

Fig. 9 Each measuring point of the experimental leaf spring



(a)  $P_1 \sim P_5$ 测点

(a)  $P_1 \sim P_5$  measuring point



(b)  $P_6 \sim P_{10}$ 测点

(b)  $P_6 \sim P_{10}$  measuring point

图 10 试验钢板弹簧各测点应变图

Fig. 10 Strain diagram of each measuring point of experimental leaf spring



图 7 钢板弹簧刚度及强度特性试验

Fig. 7 Stiffness and strength experiment of the leaf spring

表 1 各测点距中心螺栓距离

Tab. 1 Distance between measuring point and center bolt

测点	距离/mm	测点	距离/mm
$P_1$	378	$P_6$	212
$P_2$	308	$P_7$	370
$P_3$	180	$P_8$	437
$P_4$	56	$P_9$	110
$P_5$	50	$P_{10}$	135

用;当载荷比较大时,主簧和副簧充分接触,共同起作用。钢板弹簧试验时的主簧刚度加紧状态为 53 N/mm,复合簧刚度加紧状态为 136 N/mm,有限元计算结果与试验结果相比,误差分别为 -8.15%, -1.47%,钢板弹簧有限元计算的刚度值误差在允许误差范围内。

钢板弹簧各测点应力试验值与有限元计算应力值对比如表 2 所示。

表 2 各测点应力试验值与有限元值对比

Tab. 2 Comparison between stress test values and finite element values of each measuring point

测点	试验值/MPa	计算值/MPa	误差/%
$P_1$	1 011	1 030	-1.9
$P_2$	1 132	1 043	7.95
$P_3$	912	892	2.18
$P_4$	683	643	5.86
$P_5$	616	585	5.03
$P_6$	824	785	4.79
$P_7$	1 022	1 017	0.49
$P_8$	1 033	1 044	1.06
$P_9$	630	668	-6.12
$P_{10}$	555	557	0.43

从表 2 中可看出,各测点应力值有限元计算结果与试验测点的应力值相比,误差比较小,说明建立的有限元模型精度比较高,能够模拟实际钢板弹簧的受力情况。产生误差的原因有:a.应变片测量的是钢板弹簧在该测点位置附近区域的应变值,而有限元计算结果提取的是某一节点的应力值,两者容易造成误差;b.在 Ansys 中的材料属性设置为各向同性材料,而钢板弹簧在实际加工中受到热处理和喷丸等工艺处理,材料很难达到绝对各向同性。

### 3 钢板弹簧动态特性分析

#### 3.1 钢板弹簧动态特性有限元模型

钢板弹簧在动态载荷下抵抗变形的能力称为动刚度,即引起钢板弹簧单位振幅所需要的动态力。

当钢板弹簧承受周期变化的正弦载荷时,钢板弹簧也会产生周期性的正弦变形。由于钢板弹簧各簧片之间及垫片之间存在摩擦,钢板弹簧变形时摩擦会消耗一定的能量,表现为钢板弹簧的变形常落后于载荷,变形的正弦波与载荷的正弦波之间存在相位差,即为损耗因子或滞后角,表现在载荷-变形曲线上形成了一个迟滞回线,如图 11 所示。钢板弹簧的动刚度可用以下的式子简单计算

$$K_d = \frac{F_T}{x_0} = \frac{B}{A} \frac{b}{a} \quad (2)$$

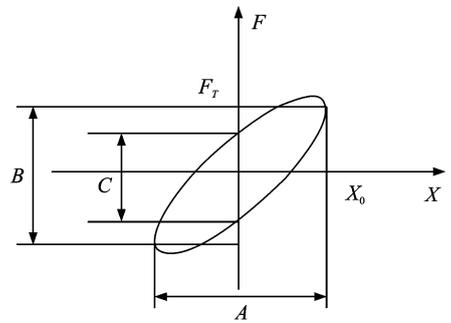


图 11 迟滞回线

Fig. 11 Hysteresis loop

其中:A 为钢板弹簧最大变形量在迟滞回线上的双幅长度;B 为与最大变形量对应的载荷在迟滞回线上的双幅长度;a 为横坐标中单位长度代表的位移;b 为纵坐标中单位长度代表的力; $F_T$  为钢板弹簧最大变形量达到最大值时的载荷。

由静力学有限元计算结果与试验结果对比分析可知,建立的钢板弹簧有限元模型精度比较高,在此基础上研究钢板弹簧的动态特性。

动力学计算的载荷为交变载荷,载荷的频率设定要包含钢板弹簧的前几阶固有频率。通过计算钢板弹簧在约束状态下的模态得到钢板弹簧的前四阶固有频率在 50 Hz 以内,设置交变载荷的最高频率为 50 Hz。载荷的加载方式分为两种:a.各激励频率下的载荷幅值一定,对比加载不同频率下的钢板弹簧动态特性规律;b.激励频率一定,对比加载不同载荷幅值下的钢板弹簧动态特性规律。

#### 3.2 钢板弹簧动态特性规律分析

##### 3.2.1 钢板弹簧动态特性随载荷频率变化的规律分析

钢板弹簧动态载荷大小设计为  $F=1\,500+300 \times \sin(2\pi ft)$ ,加载频率  $f$  分别为 5,10,20,50 Hz。由于当时间  $t$  为 0 时,载荷  $F$  为 1 500 N,1 500 N 的载荷

是一个比较大的冲击载荷,会造成有限元计算不收敛,所以分两个载荷步加载。第一载荷步加载静态载荷 1 500 N;第二载荷步在第一载荷步的基础上加载一个周期的正弦垂向载荷。载荷加载频率为 5 Hz 时的钢板弹簧位移变化曲线如图 12 所示。不同频率下钢板弹簧的位移随动态载荷加载卸载的变化曲线如图 13 所示。钢板弹簧的动刚度及最大应力值随动态载荷频率变化趋势如表 3 所示。

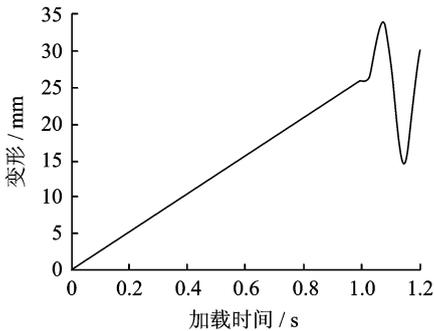


图 12 加载频率为 5 Hz 时的钢板弹簧位移变化曲线  
Fig. 12 Displacement curve of the leaf spring when the load frequency is 5 Hz

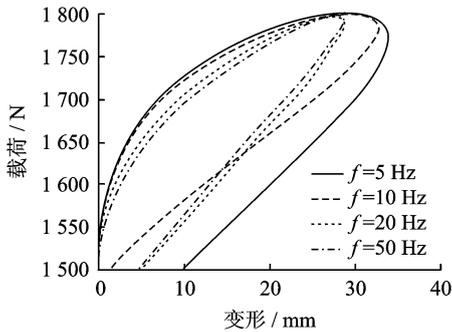


图 13 不同激励频率下钢板弹簧的位移随动态载荷加载卸载的变化曲线  
Fig. 13 Displacement curves of the leaf spring with the change of loading and unloading for the dynamic load under different load frequencies

表 3 钢板弹簧的动刚度及最大应力值随载荷频率变化  
Tab. 3 Dynamic stiffness and maximum stress values of the leaf springs with different load frequencies

$f/\text{Hz}$	动刚度/ $(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	最大应力值/ $\text{MPa}$
5	52.37	173.4
10	54.44	165.5
20	62.34	163.4
50	62.82	150.6

从图 12,13 中可看出,当动态载荷频率变化时,位移与载荷并不同步,钢板弹簧在简谐载荷激励下,其位移响应有明显的滞后,即产生迟滞现象,在加载

和卸载状态下钢板弹簧的位移变化是不同的,这是因为钢板弹簧各簧片及垫片之间存在摩擦,摩擦做功损失能量造成的。

从表 3 中可看出,钢板弹簧的动刚度随动态载荷频率的增加而增加。动态载荷频率在较低频率时,动刚度接近于静刚度;动态载荷频率在 5~20 Hz 变化时,动刚度随频率增加急剧增大,即钢板弹簧的动刚度受频率变化表现敏感;动态载荷频率高于 20 Hz 时,随着频率的增加,钢板弹簧的动刚度增加缓慢,受载荷频率变化影响较小。而钢板弹簧的最大应力值随着动态载荷频率的增加而逐渐减小。

### 3.2.2 钢板弹簧动态特性随载荷幅值变化的规律分析

钢板弹簧动态载荷大小设计为  $F=1\,500+A \times \sin(5\pi t)$ ,加载幅值  $A$  分别为 150,300,450,600 N。不同动态载荷幅值下钢板弹簧的位移随动态载荷加载卸载的变化曲线如图 14 所示。钢板弹簧的动刚度及最大应力值随动态载荷幅值变化趋势如表 4 所示。

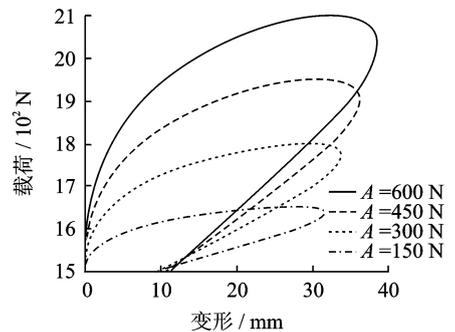


图 14 不同载荷幅值下钢板弹簧位移随动态载荷加载卸载变化曲线  
Fig. 14 Displacement curves of the leaf spring with the change of loading and unloading for the dynamic load under different load amplitudes

表 4 钢板弹簧的动刚度及最大应力值随载荷幅值变化  
Tab. 4 Dynamic stiffness and maximum stress values of the leaf springs with different load amplitudes

幅值/ $\text{N}$	动刚度/ $(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	最大应力值/ $\text{MPa}$
150	51.75	161.2
300	52.37	173.4
450	52.48	184.4
600	52.84	192.7

从表 4 中可看出,当钢板弹簧动态载荷的加载频率一定时,随着载荷幅值的增加,钢板弹簧的动刚度逐渐增大,最大应力值也相应增加。

## 4 结束语

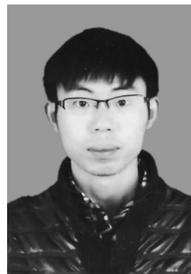
笔者考虑了钢板弹簧实际工作过程中的大变形、各簧片及垫片之间的接触和摩擦等非线性因素,建立的钢板弹簧非线性有限元模型精度比较高,能够模拟实际钢板弹簧的受力情况。利用瞬态动力学分析方法分析了钢板弹簧的动态特性随激励载荷频率与幅值的变化规律。当激励载荷幅值一定时,钢板弹簧的动刚度随频率的增加而增加,而钢板弹簧的最大应力值随着频率的增加而逐渐减小。当激励载荷频率一定时,钢板弹簧的动刚度随着载荷幅值的增加而增大,最大应力值也相应增加。

笔者提出的建模方法能有效地模拟钢板弹簧的静态和动态特性,可为钢板弹簧结构进一步的优化提供前提。

### 参 考 文 献

- [1] 刘惟信. 汽车设计[M]. 北京:清华大学出版社,2001:431-483.
- [2] 何新维,韩旭,丁飞,等. 计及接触摩擦的多片钢板弹簧刚度特性的研究[J]. 汽车工程,2012,34(4):323-327. He Xinwei, Han Xu, Ding Fei, et al. A study on the stiffness characteristics of multi-leaf spring with consideration of contact friction[J]. Automotive Engineering, 2012,34(4):323-327. (in Chinese)
- [3] 郑银环,张仲甫. 钢板弹簧力学特性的非线性有限元分析[J]. 机械科学与技术,2008,27(7):914-916. Zheng Yinhuang, Zhang Zhongfu. Nonlinear finite element analysis of the mechanics characteristic of a leaf spring[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2008, 27 (7): 914-916. (in Chinese)
- [4] Rajendran I, Vijayarangan S. Optimal design of a composite leaf spring using genetic algorithms [J]. Computers & Structures, 2001,79(11):1121-1129.

- [5] Shokrieh M M, Rezaei D. Analysis and optimization of a composite leaf spring [J]. Composite Structures, 2003,60(3):317-325.
- [6] Kueh J J, Faris T. Finite element analysis on the static and fatigue characteristics of composite multi-leaf spring[J]. Journal of Zhejiang University: Science A, 2012,13(3):159-164.
- [7] 丁能根,马建军. 钢板弹簧迟滞特性的有限元分析[J]. 汽车工程,2003,25(1):12-14. Ding Nenggen, Ma Jianjun. Finite element analysis on the hysteresis behavior of leaf springs[J]. Automotive Engineering, 2003,25(1):12-14. (in Chinese)
- [8] 马天飞,佐安康. 基于 Adams/Car 的钢板弹簧建模及仿真应用研究[R]. 长春:中国汽车工程学会年会,2010.
- [9] 卢荡,董益量,秦民,等. 钢板弹簧动态力建模[J]. 吉林大学学报:工学版,2011,41(1):13-16. Lu Dang, Dong Yiliang, Qin Min, et al. Modeling of dynamic load for leaf spring[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2011,41(1):13-16. (in Chinese)
- [10] 石秀东,钱林方,李守成. 随机和冲击载荷下悬架参数的优化[J]. 振动、测试与诊断,2006,26(2):122-125. Shi Xiudong, Qian Linfang, Li Shoucheng. Optimization of suspension parameter under random and impact load[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2006,26(2):122-125. (in Chinese)



**第一作者简介:**王勇,男,1989年6月生,博士生。主要研究方向为车辆振动分析与控制。

E-mail:wangy1921@126.com

