Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2015.05.010

## 基于小波分析的简支梁桥损伤识别

刘 习 军<sup>1,2</sup>, 相林杰<sup>1,2</sup>, 张 素 侠<sup>1,2</sup> (1. 天津大学机械工程学院 天津,300072) (2. 天津市非线性动力学与混沌控制重点实验室 天津,300072)

**摘 要** 提出了基于小波子带信号能量曲率变化的损伤识别方法。分别对完好和损伤状态下结构的振动响应进行 二进离散小波变换,通过信号子带分解与重构将响应分解到不同频带,使叠加的模态响应分离。定义了信号相对能 量曲率差损伤指标,利用该指标对结构的损伤进行识别定位。应用此方法对一简支梁桥进行损伤数值分析,结果表 明:二进离散小波变换可以对结构振动响应中叠加的多阶模态信息进行有效分离;信号相对能量曲率差指标可以对 损伤进行有效识别,且不受激励位置及荷载大小影响。最后通过模型实验验证了该方法的正确性及可行性。

关键词 简支梁桥;损伤识别;小波变换;能量曲率 中图分类号 U446;TN911.6

## 引 言

桥梁结构损伤识别是进行桥梁承载力评估以及制 定维修、养护策略的重要前提。近年来,随着小波分析 理论的发展及其在机械、航空等领域的应用,基于小波 分析的桥梁结构损伤识别方法得到了广泛的研究。目 前,国内外相关研究的主要内容有:a.将结构位移模态、 曲率模态等与小波变换相结合的损伤识别方法<sup>[1-3]</sup>;b. 将小波变换与信息熵、神经网络等方法相结合的损伤 识别方法<sup>[4-6]</sup>;c.将结构响应进行小波包分解,利用分 解后各频段能量变化构造损伤指标。大量研究结果表 明,小波包能量的变化对损伤非常敏感<sup>[7-11]</sup>。

通过分析结构在冲击激励下振动响应频率成分 及二进小波分解频带划分规律,笔者采用二进离散 小波变换对结构振动响应进行子带分解与重构,定 义信号相对能量曲率差损伤指标,并对损伤进行识 别定位。通过数值算例及模型实验对该损伤识别方 法的正确性和可行性进行了验证。

## 1 基于小波分析的损伤识别理论及过程

#### 1.1 小波分析理论简介

小波分析是在傅里叶变换的基础上发展起来的

信号处理手段,在时频两域都具有表征信号局部特征的能力<sup>[12]</sup>。以3层分解为例,利用小波分析进行 信号分解的树形结构及各子带信号频带范围如图1 所示。



图 1 信号的 3 层小波分解及频带划分规律



图1中,F。为原始信号的采样频率。可见利 用小波对信号进行分解,是将信号分解成低频和 高频各占一半带宽的频带,但每次分解均只对低 频部分进行更深层次的分解,因此小波分解高频 部分分辨率较差。各子带信号与原始信号具有如 下关系

收稿日期:2013-09-03;修回日期:2013-10-28

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51009107);天津市基础重点基金资助项目(13JCZDJC27100);天津市青年基金资助项目 (13JCQNJC04200)

 $f(t) = a_n + d_n + d_{n-1} + \dots + d_2 + d_1$  (1) 其中:f(t)为原信号;a为低频近似部分;d为高频 细节部分;n代表分解层次。

通过以上分析可知,对于一个给定的信号可以 确定合适的分解层次,使所关心的频率成分落入某 一频带,从而进行提取作进一步分析。

#### 1.2 小波分析的结构损伤识别过程

1.2.1 小波分解的相对能量向量的构造

结构在瞬态冲击激励下,其振动响应为多个模态响应的叠加。应用小波对响应信号进行分解。在分解过程中,若出现某频率接近对半分解的中间区域,此时可改变采样频率或分解层次,重新划分频带,使响应中所包含的各阶信号成分分解到不同频带。假设在结构上布设的传感器数目为 n,则各个测点的响应信号经过小波分解之后可得到信号向量 X 为

 $X = \{x_{k}^{1}(t), x_{k}^{2}(t), \cdots, x_{k}^{n-1}(t), x_{k}^{n}(t)\}$ (2) 其中:  $x_{k}^{i}(t)$ 为第 j 个测点第 k 阶振动信号, j =1, …,  $n_{ik}$ 为振型阶次; n 为传感器(测点)数目。

向量 X 包含了结构各个测点以第 k 阶固有振型振动的信息。

设第 j 个测点第 k 阶振动信号 x<sup>j</sup><sub>k</sub>(t)的能量<sup>[13]</sup>为

$$E_k^j = \int_0^T \left[ x_k^j(t) \right]^2 \mathrm{d}t \tag{3}$$

其中:T为信号采样时间。

于是可得到信号能量向量 E 为

$$\boldsymbol{E} = \{ \boldsymbol{E}_k^1, \boldsymbol{E}_k^2, \cdots, \boldsymbol{E}_k^{n-1}, \boldsymbol{E}_k^n \}$$
(4)

将各测点同阶振动信号能量关于所有测点该阶 振动信号能量总和归一化,得

$$e_k^j = \frac{E_k^j}{\sum_{i=1}^n E_k^i} \tag{5}$$

得到信号相对能量向量 e 为

$$\boldsymbol{e} = \{\boldsymbol{e}_k^1, \boldsymbol{e}_k^2, \cdots, \boldsymbol{e}_k^{n-1}, \boldsymbol{e}_k^n\}$$
(6)

信号相对能量向量 e 反映了结构各测点以某阶振型振动时的相对强弱状态。通过式(5)的归一化处理,消除了激振力大小的影响,即结构损伤前后激励大小不必保持一致,只需保持荷载形式相同即可。

1.2.2 相对能量曲率差的计算

通过计算分析发现,由某一阶振动信号计算得 到的相对能量向量与同阶振型向量分布有相似的特 点,即结构损伤前后相对能量在损伤位置具有局部 奇异性。由差分法得

$$e''_{k} = \frac{\frac{e_{k}^{j+1} - e_{k}^{j}}{h_{j+1}} - \frac{e_{k}^{j} - e_{k}^{j-1}}{h_{j}}}{\frac{h_{j+1} - h_{j}}{2}}$$
(7)

其中: $e^{n_k}$ 为第k阶振动信号在第j个测点处的相对 能量曲率; $h_{j+1}$ , $h_j$ 分别为测点j+1与测点j、测点j与测点j-1的间距。

$$\boldsymbol{e}'' = \{ e_{k}''^{2}, e_{k}''^{3}, \cdots, e_{k}''^{n-1} \}$$
(8)

相对能量曲率差  $\Delta e''$ 为

$$\Delta e'' = e''_{\ \ dk} - e''_{\ \ uk} \tag{9}$$

其中:*e<sup>"</sup><sub>ak</sub>*, *e<sup>"</sup><sub>ak</sub>*分别为结构损伤状态与完好状态第 *k*阶振动信号的相对能量曲率。

信号相对能量曲率差即为笔者进行结构损伤识 别的指标。当结构存在损伤时,结构上各点信号相对 能量曲率均发生变化,但在损伤位置变化最大,因此 可根据相对能量曲率差变化最大值识别结构损伤 位置。

## 2 数值分析

以图 2 所示的简支梁为例,梁长为 0.7 m,宽为 0.17 m,厚为 0.006 m,材料弹性模量为 5 GPa,密 度为1 210 kg/m<sup>3</sup>。单元划分及节点编号如图 2 所 示。激振点位于 8 号点位置,距离左支座 0.28 m。 损伤的模拟采用主梁对称切口,切口宽为 0.002 m, 深为 0.02 m,设定两种损伤状态,分别为测点 4 和 测点 10 对应位置的梁体分别发生损伤。冲击激励 的模拟如图 3 所示,采样频率为 500 Hz,采样时长 为 2.048 s。采用有限元程序进行瞬态分析提取桥 面板中线上 19 个节点的加速度响应。



图 2 简支梁示意图(单位:cm)





#### 2.1 结构完好状态下各阶振动信号相对能量分布特征

结构在完好状态下,激振力大小分别取 50,70 和 100 N,计算各节点处的振动加速度响应。图 4 (a),(b)分别为结构在 100 N 激励下 4 号点的加速 度时程曲线及频谱图。可见,该点的振动响应为前 几阶模态响应的叠加。



图 4 结构完好状态 4 号点加速度信号时间历程及其频谱图 Fig. 4 Acceleration and frequency spectrum of point 4 under the intact condition

采用 db4 小波对该信号进行 3 层小波分解并重构,各子带重构信号及频谱分析结果如图 5 所示,得到  $a_3$ ,  $d_3$ ,  $d_2$  和  $d_1$ , 共 4 个频带信号成分。其中  $a_3$ ,  $d_3$  和  $d_2$  部分均对应结构某一阶固有频率;  $d_1$  部分则为 4 阶及噪音成分。

对各点信号均作上述小波子带分解与重构,依 次选取  $a_3$ ,  $d_3$ 和  $d_2$ 部分信号代入式(5)和式(6)计 算信号相对能量。表1为完好结构在激振力大小不 同时 a3 部分的振动信号各点相对能量分布。由表 1可知,信号各点的相对能量分布与荷载大小无关。 图  $6(a \sim c)$ 分别为  $a_3$ ,  $d_3$ 和  $d_2$ 3个频带振动信号沿 各点的相对能量分布。可见,3个频带的振动信号 沿节点的相对能量分布同前3阶固有振型有相似之 处。a3 部分振动信号各点相对能量由跨中向两侧 递减,d3 部分振动信号相对能量在跨中位置出现零 点,对应第2阶固有振型的节点,而d2部分振动信 号在点7和点13附近均接近零点,对应3阶振型的 两个节点。可以发现,采用笔者的分解方式可使叠 加在响应中的前几阶模态响应有效分离,而分离出 的"纯模态"<sup>[14]</sup>其振动信号相对能量分布同结构振 型一样能够反映结构的固有特性,目对结构局部变 化较为敏感,由其变化可以反映结构局部特性的 变化。



Fig. 5 Sub-band signals and frequency spectrums under the intact condition

%

表 1 激振力大小不同时完好结构 a<sub>3</sub> 部分振动信号相对能量分布

Tab. 1 The relative energy distribution of band  $a_3$  of the intact structure with different load size

荷载								测	点	į ź	扁	号							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
50 N	0.24	0.93	2.00	3.35	4.85	6.36	7.73	8.84	9.61	9.94	9.79	9.17	8.13	6.77	5.21	3.63	2.18	1.01	0.26
70 N	0.24	0.93	2.00	3.35	4.85	6.36	7.73	8.84	9.61	9.94	9.79	9.17	8.13	6.77	5.21	3.63	2.18	1.01	0.26
100 N	0.24	0.93	2.00	3.35	4.85	6.36	7.73	8.84	9.61	9.94	9.79	9.17	8.13	6.77	5.21	3.63	2.18	1.01	0.26





#### 2.2 基于振动信号相对能量曲率差的损伤识别

对结构完好状态与损伤状态下各阶振动信号的 相对能量分布向量由式(8)计算相对能量曲率并按 式(9)计算曲率差。图7为结构在4号点处发生损 伤时相对能量曲率差计算结果。由图7可见,损伤 使所有点的相对能量曲率差均发生了变化,但各阶 振动信号均是在4号点损伤位置变化最大,即由变 化最大值处可以识别损伤位置。从识别效果来看, 由1,2阶振动信号相对能量曲率差识别效果较好, 3阶振动信号识别效果较差。





vature differences of different band signals

图 8 为结构在 10 号点(跨中)发生损伤时信号 相对能量曲率差计算结果。可见,1,3 阶振动信号 相对能量曲率差指标均能很好地指示出损伤位置, 而 2 阶振动信号未能正确指示出损伤位置,原因在 于损伤位于跨中位置,对应结构竖向 2 阶振型的节 点,无论损伤与否,该位置振动响应中 2 阶振动信号 能量均为零。

由以上结果不难理解当结构损伤位于某阶振型 节点时,通过该阶振动信号进行损伤识别失效。同 样,当激振点位于某阶振型节点时,由于不能激出该 阶模态响应,该阶振动信号亦不能正确识别损伤。



综合以上分析,在实际应用中建议选取第一阶振动 信号构造指标进行损伤识别。

在以曲率模态为基础的损伤识别中,测点布置 稀疏往往会造成计算结果具有较大误差,重则造成 指标失效<sup>[15]</sup>。为考察文中提出的方法在测点布置 稀疏时的识别结果,仅选取点4,6,8,10,12,14 和16共7个点的加速度信号计算损伤指标。图9 为激振点位于8号点跨中损伤时的1阶振动信号识 别结果。可见,测点布置稀疏时由第1阶振动信号 相对能量曲率差仍然可以很好的识别出损伤位置。



- 图 9 测点布置稀疏 10 号点处发生损伤时 1 阶振动信 号识别结果
- Fig. 9 Damage position-point 10: relative energy curvature differences of the first order signal under sparse measuring points

## 3 实验验证

在数值模拟的基础上,采用硬质 PVC 板材制作 了简支梁模型进行实验验证。结构的材料参数、几 何属性均与数值算例相同。实验中仅对简支梁较容 易损坏的跨中部分进行了切口损伤以模拟损伤状态 2。测点布置采用稀疏布置方式,激振位置选择 10 号点即跨中位置,采样频率及采样时间的设定均与 数值模拟相同。实验现场照片如图 10 所示。



图 10 实验现场照片 Fig. 10 Photo of experiment site

图 11(a),(b)分别为实验测得的梁跨中损伤时 4 号点的加速度时程曲线及其频谱图。由于激振点 位于跨中,是第 2,4 阶振型的节点,因此响应中没 有这两阶振动信号。



图 11 损伤梁 4 号点的加速度信号时间历程及其频谱图 Fig. 11 Acceleration signal and frequency spectrum of point 4 under the second damage condition

采用 db4 小波对该信号进行 3 层小波分解并重 构,各子带重构信号及频谱分析结果如图 12(a), (b)所示。分解后得到 a<sub>3</sub>, d<sub>3</sub>, d<sub>2</sub> 和 d<sub>1</sub>4 个频带,但 d<sub>3</sub> 和 d<sub>1</sub> 两个频带信号成分幅值几乎为零,故图中 只给出 a<sub>3</sub> 和 d<sub>2</sub> 两个子带信号。在时间历程上,a<sub>3</sub> 和 d<sub>2</sub> 两个频带信号成分为指数衰减形式,在频率上 分别对应结构第 1 阶和第 3 阶模态响应。





Fig. 12 Sub-band signals and frequency spectrums under the second damage condition

将结构损伤前后 7 个测点测得的振动加速度响 应进行小波子带分解与重构,选择第 1 阶振动信号 计算相对能量曲率差,结果如图 13 所示。将图 13 与图 9 对比发现,虽然数值模拟和实验中选择的激 振位置不同,但其识别结果基本吻合。无论是数值 模拟还是实验结果,信号相对能量曲率差在 6, 8, 12 及 14 测点位置均为正,在 10 号测点处为负,且 在 10 号点变化最大,正确指示出了损伤位置。







需要指出,以上仅采用简支梁桥对方法进行了 验证。对于更复杂的工程结构,模态较为复杂,尚有 待于进一步研究。

### 4 结束语

通过对一简支梁桥进行损伤数值分析及实验验 证,结果表明采用二进离散小波变换可以对结构在 冲击激励下振动响应中叠加的多阶模态信息进行有 效分离,在此基础上定义的信号相对能量曲率差指 标可以对损伤进行有效识别。同时,笔者提出的损 伤识别方法具有以下优点:a.具有信号分解层次易 于确定、分解得到的各子带信号物理意义较为明确 等优点;b.该方法避免了模态分析的复杂过程,分 析过程较为简洁,同时又达到了与曲率模态差类似 的效果。

参考文献

- [1] Hong J C, Kim Y Y, Lee H C, et al. Damage detection using the Lipschitz exponent estimated by the wavelet transform: applications to vibration modes of a beam [J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(7): 1803-1816.
- [2] Ovanesova A V, Suárez L E. Applications of wavelet transforms to damage detection in frame structures
   [J]. Engineering Structures, 2004, 26(1): 39-49.
- [3] 孙增寿,韩建刚,任伟新.基于曲率模态和小波变换的结构损伤识别方法[J].振动、测试与诊断,2005,25
   (4):263-267.

Sun Zengshou, Han Jiangang, Ren Weixin. Structural damage identification based on curvature mode and wavelet transform[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(4): 263-267. (in Chinese).

[4] 陈换过,江金寿,李剑敏,等.基于提升小波包和神经网络的结构损伤识别[J].振动、测试与诊断,2013,33

(1): 116-121.

Chen Huanguo, Jiang Jinshou, Li Jianmin, et al. Damage detection of wing-box on lifting wavelet packet transform and neural network [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(1): 116-121. (in Chinese)

- [5] Nematollahi M A, Farid M, Hematiyan M R, et al. Crack detection in beam-like structures using a wavelet-based neural network[J]. Journal of Aerospace Engineering(Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G), 2012, 226(10): 1243-1254.
- [6] 孙增寿,范科举. 基于提升小波熵指标的梁板组合桥损 伤识别研究[J]. 振动与冲击,2012,31(11):114-117. Sun Zengshou, Fan Keju. Damage detection for a girdslab combined bridge based on lifting wavelet entropy indexes[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31 (11):114-117. (in Chinese)
- [7] Sun Z, Chang C C. Statistical wavelet-based method for structural health monitoring[J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(7): 1055-1062.
- [8] Han Jiangang, Ren Weixin, Sun Zengshou. Wavelet packet based damage identification of beam structures
   [J]. International Journal of Solids and Structures, 2005, 42(26): 6610-6627.
- [9] 范颖芳,胡志强,周晶,等.基于小波包分析的肋拱桥结 构损伤状态研究[J].工程力学,2008,25(5):182-188.

Fan Yingfang, Hu Zhiqiang, Zhou Jing, et al. Study on damage state of ribbed arch bridge using wavelet packet analysis[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25 (5): 182-188. (in Chinese)

[10] Shuichi M, Sherif B, Toshiyuki O. Wavelet packet

based damage detection in beam-like structures without baseline modal parameters [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2011, 7(3); 211-227.

- [11] 葛继平,李胡生. 基于小波包能量累积变异的梁桥损伤 识别试验[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(1): 85-88.
  Ge Jiping, Li Husheng. Experiment on damage detection of girder bridge using wavelet packet energy accumulated variation[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(1): 85-88. (in Chinese)
- [12] 杨建国.小波分析及其工程应用[M].北京:机械工业 出版社,2005:17-58.
- [13] Sun Z, Chang C C. Structural damage assessment based on wavelet packet transform [J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128(10): 1354-1361.
- [14] 李德葆,陆秋海.实验模态分析及其应用[M].北京: 科学出版社,2001:58-87.
- [15] 荆龙江,项贻强. 基于模态分析技术的大跨度斜拉桥主梁损伤识别[J]. 中国铁道科学,2007,28(6): 54-59.
  Jing Longjiang, Xiang Yiqiang. Damage identification for the main girders of large-span cable-stayed bridge based on modal analysis technique[J]. China Railway Science, 2007, 28(6): 54-59. (in Chinese)



第一作者简介:刘习军,男,1956年2月 生,教授、博士生导师。主要研究方向 为非线性振动理论及应用、桥梁振动力 学及损伤动力检测等。曾发表《MR-TMD减振系统对连续箱梁桥振动控制 研究》(《振动与冲击》2012年第31卷第 20期)等论文。

E-mail:lxijun@tju.edu.cn

# 多通道、低频、振动分析记录仪

同时测量记录4-8路振动信号,无缝长时间连续存储,0.5 Hz起全自动故障诊断 特别适合于水轮机、风力发电机、船舶和回转窑等超低频振动测量诊断



北京森德格科技有限公司 www.sendig.com.cn 400-616-5321