

基于鲁棒性小波包峭度图的滚动轴承故障诊断*

彭 畅^{1,2}, 柏 林², 刘小峰²

(1. 中车青岛四方机车车辆股份有限公司国家工程研究中心 青岛, 266111)

(2. 重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆, 400030)

摘要 由于基于小波包变换滤波器的设计方法仍然是采用基于样本四阶矩的谱峭度, 因此在实际应用中可能会存在非鲁棒性等问题。在此基础上定义了具有鲁棒性的谱峭度系数, 提出了基于小波包变换的具有鲁棒性的峭度图算法。滚动轴承的实测信号验证了所提出的方法不仅能够真实地反映谱峭度大小, 而且能够准确过滤出故障瞬态冲击成分, 有利于基于包络谱分析轴承故障特征频率检测, 说明其具有较好的应用前景。

关键词 滚动轴承; 小波包变换; 峭度图; 鲁棒性; 谱峭度

中图分类号 TH17; TP206

引 言

滚动轴承作为旋转机械的重要零部件之一, 其振动信号的分析与研究在旋转机械故障诊断领域中有着广泛的关注。近年来, 用于从工况背景噪声中提取由滚动轴承故障引起的冲击成分的理论及算法得到了迅速的发展与改进。Antoni^[1]首次正式定义了用于非平稳信号分析的基于 Wold-Cramér 分解的谱峭度。Antoni 等^[2]提出了一种定义在频率和谱分辨率联合分布上的基于短时傅里叶变换的谱峭度图, 并应用其成功过滤出故障瞬态信号成分。Antoni^[3]将快速傅里叶变换原理引入谱峭度图算法中, 提出了能够用于实际工况下滚动轴承故障信号在线分析与处理的快速谱峭度图算法。相比传统的基于短时傅里叶变换的峭度图算法, Lei 等^[4]提出了使用小波包变换滤波器替代短时傅里叶变换滤波器或有限长单位冲激响应滤波器的改进算法, 有效提高了提取微弱故障特征算法的运算效率以及结果的准确性。张志刚等^[5]提出了基于灰色关联度与互信息改进的经验模态分解与谱峭度相结合的滚动轴承故障诊断方法, 相比传统包络解调分析所提取的故障特征频率更为突出。从飞云等^[6]提出了基于自回归预测滤波的谱峭度分析方法, 不仅能够消除背

景噪声干扰, 而且能增强谱峭度的稳定性。以上峭度图算法中的峭度系数都是基于样本四阶矩的统计量, 但该参数易受到数据点中奇异点的影响, 导致计算结果产生很大的偏差或者具有不稳定性。因此, 在统计学中关于度量峭度的鲁棒性研究一直以来广受关注。Moors^[7]提出了一种基于八分位数且具有鲁棒性的系数用以替代传统峭度公式来度量分布的离散度。此外, Hogg^[8-9]在研究厚尾分布时定义了基于分位数的峭度系数。文献[10]定义了另外一种基于分位数的峭度系数。

笔者将具有鲁棒性的峭度系数引入到基于小波包变换的峭度图算法中, 提出了一种改进的用于滚动轴承故障信号分析的算法, 并将提出的改进算法应用于分析仿真及实际工况下的滚动轴承故障信号, 验证了其有效性及优越性。

1 理论介绍

1.1 谱峭度

文献[1]定义了条件型非平稳信号 $x(n)$ 的 Wold-Cramér 离散分解形式, 表示为

$$x(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(n, f) e^{2\pi i f n} dY(f) \quad (1)$$

其中: $X(n, f)$ 为 $x(n)$ 在频率 f 处的复包络谱;

* 国家自然科学基金资助项目(51005261)

收稿日期: 2013-12-20; 修回日期: 2014-02-27

$dY(f)$ 为正交化的谱增量。

基于四阶统计累积量的谱峭度可定义为

$$SK_1 = \frac{\langle |X(n, f)|^4 \rangle}{\langle |X(n, f)|^2 \rangle^2} - 2 \quad (2)$$

其中: $\langle \cdot \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} N^{-1} \sum_N (\cdot)$ 为均值化算子, 由于包络信号为复值, 修正常数设定为 -2 。

在冲击故障信号中引入叠加的平稳噪声时, 计算的谱峭度可定义为

$$SK_{1a} = \frac{SK_1(f)}{[1 + \rho(f)]^2} \quad (3)$$

其中: $\rho(f)$ 为噪信比值。

1.2 鲁棒性谱峭度系数

文献[11]指出, 传统的峭度可解释为在 $\mu \pm \sigma$ 之间数据分布的离差, 因此其易受到分布概率密度的影响。依据文献[7], 笔者定义了一种基于八分位数且具有鲁棒特性的 Moors 谱峭度系数, 表示为

$$SK_2 = \frac{(E_7 - E_5) + (E_3 - E_1) - 1.23}{E_6 - E_2} \quad (4)$$

其中: 常量 1.23 为修正因子。

E_m 表示信号复包络模 $|X(n, f)|$ 第 m 八分位数, 其公式为

$$E_m = F^{-1}\left(\frac{m}{8}\right) \quad (m = 1, 2, \dots, 7) \quad (5)$$

其中: F 为被分析信号复包络模 $|X(n, f)|$ 的累积分布函数。

式(4)中的分子 $E_7 - E_5$ 和 $E_3 - E_1$ 由集中在 E_6 和 E_2 邻近的分布质量密度的取值决定。分母 $E_6 - E_2$ 为一个归一化因子, 用以保证线性变换中的统计不变特性。

依据文献[8-9], 笔者定义了另外一种基于分位数的 Hogg 谱峭度系数, 表示为

$$SK_3 = \frac{U_\alpha - L_\alpha}{U_\beta - L_\beta} - 2.59 \quad (6)$$

其中: 2.59 为修正常量。

U_α 和 L_α 分别为信号复包络模 $|X(n, f)|$ 上 α 分位数以及下 α 分位数, 定义为

$$U_\alpha = \frac{1}{\alpha} \int_{1-\alpha}^1 F^{-1}(y) dy \quad (\alpha \in (0, 1)) \quad (7)$$

$$L_\alpha = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha F^{-1}(y) dy \quad (\alpha \in (0, 1)) \quad (8)$$

根据 Hogg 进行仿真试验, 当 $\alpha = 0.05, \beta = 0.5$ 时, 该峭度系数能够达到最理想的效果。

依据文献[10], 笔者给出了第3种基于分位数的谱峭度系数, 表示为

$$SK_4 = \frac{F^{-1}(0.975) - F^{-1}(0.025)}{F^{-1}(0.75) - F^{-1}(0.25)} - 2.91 \quad (9)$$

其中: $F^{-1}(\alpha)$ 为信号复包络模 $|X(n, f)|$ 的 α 分位数; 2.91 为修正常量。

值得注意的是, SK_2 在衡量峭度时会完全忽略奇异点的影响, 而 SK_3 和 SK_4 则会将奇异点的影响计算在内, 但相对于传统的谱峭度, 二者在结果上又不会发生偏差。

1.3 基于小波变换的峭度图

由于短时傅里叶变换或有限长单位冲激响应滤波器限制了峭度图算法的准确性, 因此文献[4]提出了一种基于小波包变换的峭度图算法, 成功从强背景噪声污染下的滚动轴承实测信号中提取出了有效故障冲击成分。信号小波包变换的公式可表示为

$$\begin{cases} x_{i,j} = \sqrt{2} \sum_{n=0}^K H_n b_{i-1,j+n} \\ x_{i,j+1} = \sqrt{2} \sum_{n=0}^K G_n b_{i-1,j+n} \end{cases} \quad (10)$$

其中: $x_{i,j}$ 为在被分解的 i 层中的第 j 个子信号; H_n 和 G_n 分别为低通和高通小波滤波器。

与传统的峭度图相比较, 该方法具有以下优点:

- 1) 克服了基于复 Morlet 小波变换的峭度图中的复杂计算问题;
- 2) 使用的 Daubechies 小波具有正交、紧支集以及接近对称的优点, 小波包变换避免了信息冗余或丢失, 能够很好地匹配瞬态故障冲击特征;
- 3) 小波包变换能够有效分解轴承故障频率集中的高频带。

笔者提出了基于 Daubechies 小波包变换的具有鲁棒性的峭度图算法用于滚动轴承故障诊断研究。改进后的方法不仅继承了小波包峭度图的优点, 即实现了信号高低全频带上的小波分解, 确保了滚动轴承瞬态故障冲击特征提取的完整性, 并且避免了复 Morlet 小波峭度图中的复杂计算过程。此外, 与传统的基于四阶统计累积量的峭度系数相比, 基于鲁棒性的峭度系数能够很好地消除小波包分解后信号中奇异点的影响, 反映信号的真实峭度水平, 从而保证了滤波器中心频率 f_c 和带宽选择以及包络解调分析的准确性。改进的故障诊断流程如图1所示。

依据文献[4], 改进的方法中使用了 dB10 (具有消失矩为 10 的 Daubechies 小波) 分解原始故障信号。

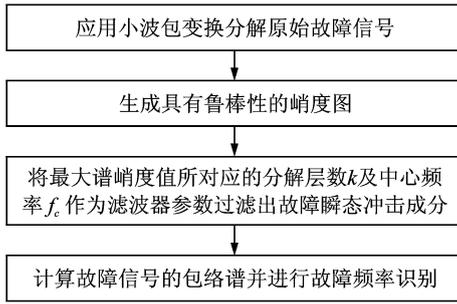


图 1 改进的滚动轴承故障诊断算法流程图
Fig. 1 Flowchart of the proposed method

2 仿真数据以及实测信号验证

2.1 滚动轴承故障仿真信号分析

建立具有周期性和脉冲性的滚动轴承内圈故障信号仿真模型为

$$x(n) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-\alpha n T_1} \sin(2\pi f_c n T) + r(t) \quad (11)$$

其中: $T_1 = \text{mod}(nT, \frac{1}{f_d})$; α 为指数系数; f_d, f_c 分别为调制频率以及载波频率; T 为时间分辨率; $r(t)$ 为添加的高斯白噪声信号。

设 $f_d = 100$ Hz, 载波频率 $f_c = 3$ kHz, 采样频率 $f_s = 25$ kHz, 则仿真的滚动轴承故障信号的时域信号、频谱以及包络谱如图 2 所示。包络谱中调制频率 f_d 及其倍频成分受到干扰, 不利于仿真故障频率特征识别。

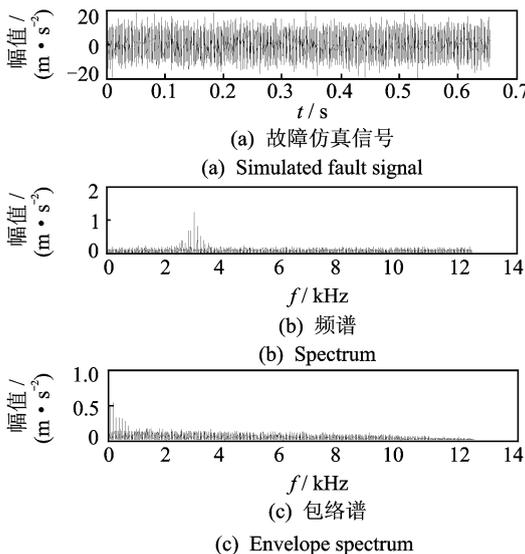


图 2 滚动轴承故障仿真信号及其频谱与包络谱
Fig. 2 Simulated temporal signal, spectrum and envelope spectrum of rolling element bearing fault

基于小波包分解的滚动轴承内圈故障仿真信号 4 种谱峭度图如图 3~6 所示。经过 4 种谱峭度图滤波后的信号包络谱如图 7 所示。可以看到, 4 种谱峭度图均能有效分析仿真故障信号, 并从滤波后信号的平方包络谱中准确识别故障频率。但是, 基于 SK_1 的谱峭度图滤波后信号的谱峭度值大于其

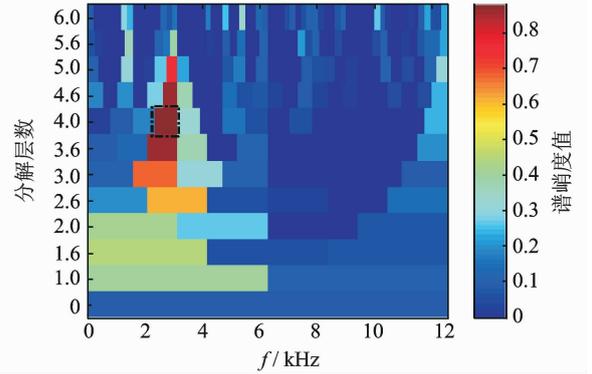


图 3 轴承故障仿真信号基于 SK_1 小波包谱峭度图
Fig. 3 SK_1 based WPT kurtogram of simulated rolling element bearing fault signal

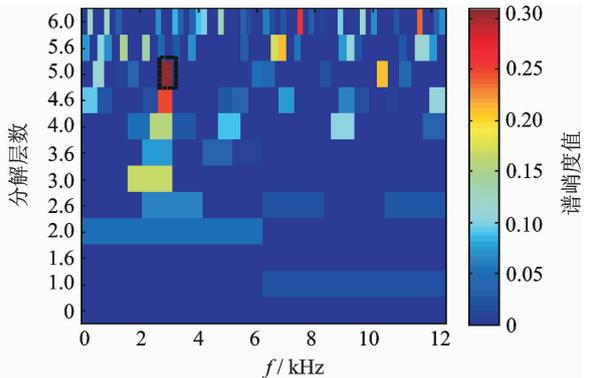


图 4 轴承故障仿真信号基于 SK_2 小波包谱峭度图
Fig. 4 SK_2 based WPT kurtogram of simulated rolling element bearing fault signal

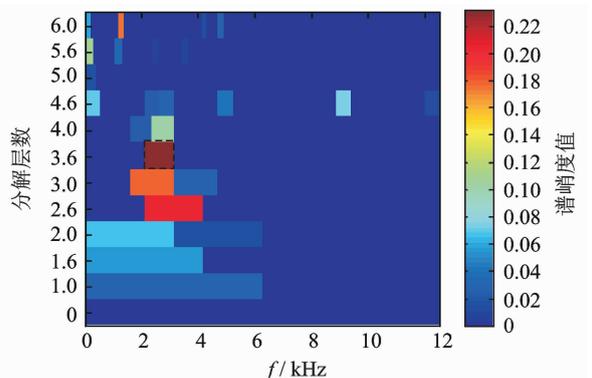


图 5 轴承故障仿真信号基于 SK_3 小波包谱峭度图
Fig. 5 SK_3 based WPT kurtogram of simulated rolling element bearing fault signal

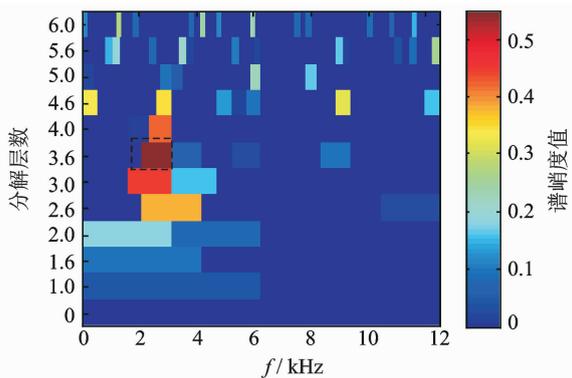
图6 轴承故障仿真信号基于SK₄小波包谱峭度图

Fig. 6 SK₄ based WPT kurtogram of simulated rolling element bearing fault signal

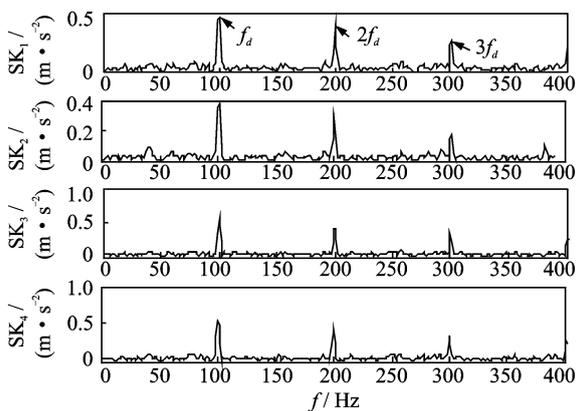


图7 滤波后滚动轴承故障仿真信号平方包络谱

Fig. 7 Squared envelop spectrum of filtered simulated rolling element bearing fault signal

他3种鲁棒性谱峭度图滤波后信号的谱峭度值,如表1所示。这说明笔者提出的鲁棒性谱峭度系数在衡量信号离差时更具有准确性。

表1 滤波后仿真故障信号谱峭度系数

Tab. 1 Spectral kurtosis coefficients of the filtered simulated fault signal

谱峭度系数	信号最大谱峭度值
SK ₁	0.9
SK ₂	0.3
SK ₃	0.2
SK ₄	0.6

2.2 滚动轴承故障实测信号分析

为进一步验证本研究方法的优越性,使用了美国西储大学轴承数据中心提供的工况下滚动轴承内圈故障测试信号。整个试验装置由功率为1491.4 W的Reliance Electric电机驱动,传感器的采集点为

电机座的驱动端。故障信号由采样频率为12 kHz的16通道数据采集卡采样得到。电机转速为1748 r/min,所对应的转频 f_r 为29.13 Hz。轴承型号为6205-2RS JEM SKF深沟球轴承,根据轴承参数计算得到的内圈故障频率为 $f_i = 157.76$ Hz。原故障信号如图8所示。

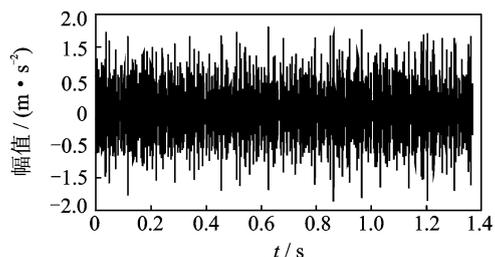


图8 滚动轴承内圈故障信号

Fig. 8 Original vibration signal of rolling element bearing with inner race fault

基于小波包分解的滚动轴承内圈故障信号4种峭度图如图9~12所示。经过比较发现,传统的谱峭度 $SK_1 = 347.94$ 明显远大于其他3种具有鲁棒性的谱峭度值 $SK_2 = 2.14$, $SK_3 = 2.82$ 以及 $SK_4 = 7.23$ 。这说明传统谱峭度系数 SK_1 易受到信号中奇异点的影响,发生较大的偏差, SK_2 完全忽略奇异点的影响而具有最小的谱峭度值, SK_3 和 SK_4 将奇异点计算在内但结果不会发生偏差。比较发现,基于 SK_1 的峭度图并不能准确反映实际滚动轴承故障信号的最优分解层数以及滤波器的中心频率,相反具有鲁棒性的谱峭度图能够显示出理想结果。通过比较在相同计算机(Windows 64位操作系统,Intel Core i3-2370M处理器,主频2.4 GHz)上20次算法平均运行时间可以看出,基于 SK_2 , SK_3 小波包

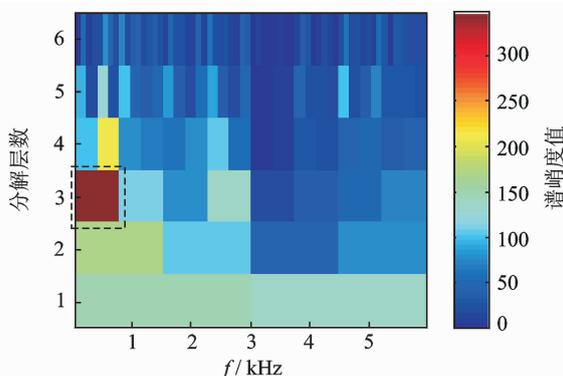
图9 基于SK₁的滚动轴承故障信号峭度图

Fig. 9 SK₁ based Kurtogram of rolling element bearing fault signal

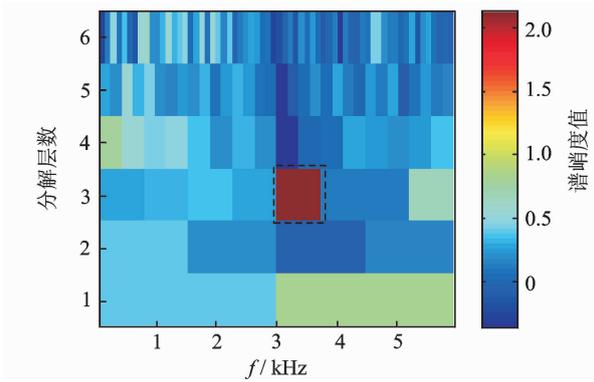


图 10 基于 SK₂ 的滚动轴承故障信号峭度图

Fig. 10 SK₂ based Kurtogram of rolling element bearing fault signal

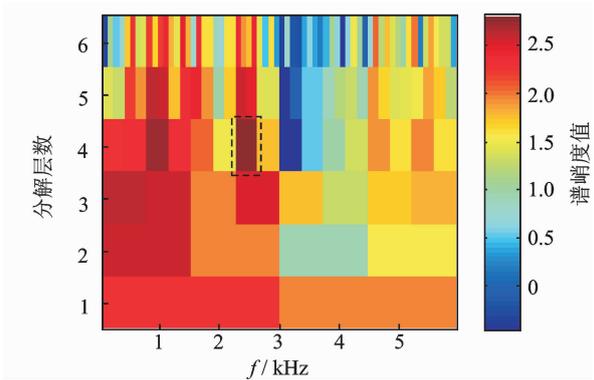


图 11 基于 SK₃ 的滚动轴承故障信号峭度图

Fig. 11 SK₃ based Kurtogram of rolling element bearing fault signal

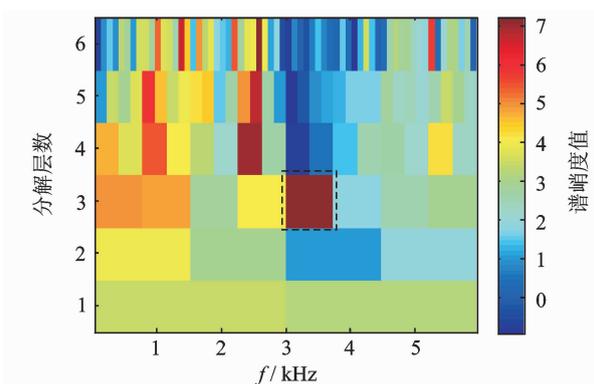


图 12 基于 SK₄ 的滚动轴承故障信号峭度图

Fig. 12 SK₄ based Kurtogram of rolling element bearing fault signal

峭度图相对于基于 SK₁ 小波包峭度图在运算效率上准确性增强,但计算速率有所降低,而基于 SK₄ 的小波包峭度图不仅准确性提高了,而且在分析实测信号时运算效率也更高,如表 2 所示。

表 2 相同计算机上 20 次平均运算时间对比

Tab. 2 Comparison of the averaged computation time in the same computer

谱峭度系数	仿真信号/s	实测信号/s
SK ₁	1.05	1.14
SK ₂	1.38	1.49
SK ₃	1.37	1.38
SK ₄	1.34	1.07

由于篇幅有限,笔者仅给出了基于小波包分解和 SK₄ 的谱峭度图滤波后的轴承故障信号,如图 13 所示。依据图 1 所示的故障诊断流程,笔者将滤波后的故障信号进行包络谱分析,如图 14 所示。可以看到,转频 f_r 、滚动轴承内圈故障特征频率 f_i 及其倍频成分证明了所提方法的有效性。

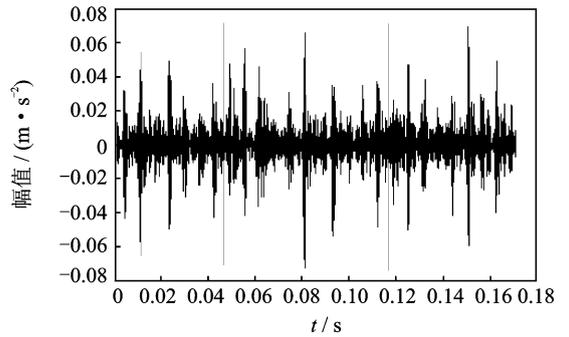


图 13 基于 SK₄ 峭度图过滤后的故障信号

Fig. 13 Filtered fault signal obtained by SK₄ based Kurtogram

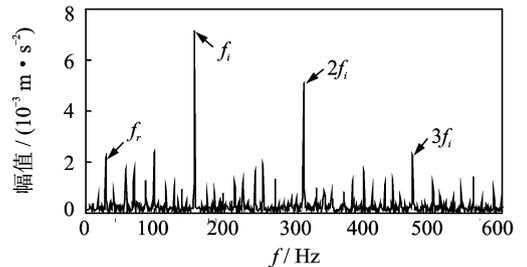


图 14 滤波故障信号的包络谱

Fig. 14 Envelope spectrum of filtered fault signal

3 结束语

由于传统的基于样本四阶累积量的谱峭度易受到样本奇异点的影响从而发生很大的偏差,进而影响基于该谱峭度系数的小波包分解峭度图的效果。在此基础上,提出了基于鲁棒性谱峭度系数的小波包分解峭度图改进算法。滚动轴承内圈故障实测信

号验证了所提方法不仅能够真实地反映谱峭度大小,而且能够准确过滤出理想的故障瞬态冲击成分,有利于基于包络谱分析轴承故障特征频率检测,具有很好的应用前景。

参 考 文 献

- [1] Antoni J. The spectral kurtosis; a useful tool for characterizing nonstationary signals [J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2006, 20 (2): 282-307.
- [2] Antoni J, Randall R B. The spectral kurtosis; application to vibratory surveillance and diagnostics of rotating machines [J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2006, 20 (2): 308-331.
- [3] Antoni J. Fast computation of the kurtogram for the detection of transient faults [J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2007, 21 (1): 108-124.
- [4] Lei Y G, Lin J, He Z J, et al. Application of an improved kurtogram method for fault diagnosis of rolling element bearings [J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2011, 25(5): 1738-1749.
- [5] 张志刚, 石晓辉, 施全, 等. 基于改进 EMD 和谱峭度法滚动轴承故障特征提取 [J]. *振动、测试与诊断*, 2013, 33(3): 478-482.
Zhang Zhigang, Shi Xiaohui, Shi Quan, et al. Fault characterization of rolling element bearing based on improved EMD and spectral kurtosis [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2013, 33(3): 478-482. (in Chinese)
- [6] 从飞云, 陈进, 董广明. 基于谱峭度和 AR 模型的滚动轴承故障诊断 [J]. *振动、测试与诊断*, 2012, 32(4): 538-541.
Cong Feiyun, Chen Jin, Dong Guangming. Fault diagnostics of rolling element bearing based on spectral kurtosis and AR model [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012, 32(4): 538-541. (in Chinese)
- [7] Moors J J A. A quantile alternative for kurtosis [J]. *The Statistician*, 1988, 37: 25-32.
- [8] Hogg R V. More light on the kurtosis and related statistics [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1972, 67: 422-424.
- [9] Hogg R V. Adaptive robust procedures; a partial review and some suggestions for future applications and theory [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1974, 69: 909-923.
- [10] Crow E L, Siddiqui M M. Robust estimation of location [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1967, 62: 353-389.
- [11] Kim T, White H. On more robust estimation of skewness and kurtosis [J]. *Finance Research Letters*, 2004, 1(1): 65-70.



第一作者简介: 彭畅, 男, 1988 年 7 月生, 博士。主要研究方向为旋转机械故障诊断。曾发表《基于 EEMD、度量因子和快速峭度图的滚动轴承故障诊断方法》(《振动与冲击》2012 年第 31 卷第 20 期) 等论文。

E-mail: pengchangcqu@gmail.com

通信作者简介: 柏林, 男, 1972 年 11 月生, 教授。主要研究方向为虚拟仪器与信号处理。

E-mail: bolin0001@aliyun.com