

# 基于子小波布置和系数融合的轴承故障诊断\*

张 丹<sup>1</sup>, 隋文涛<sup>2</sup>

(1. 山东理工大学电气与电子工程学院 淄博, 255049) (2. 山东理工大学机械工程学院 淄博, 255049)

**摘要** 针对滚动轴承早期微弱故障特征难以提取的问题, 提出一种基于子小波布置策略和小波系数融合故障诊断方法。首先, 布置子小波并进行小波变换; 然后, 根据峰度指标对多尺度小波系数进行融合集成; 最后, 运用自相关谱抑制噪声, 突出故障信息。通过仿真信号和实际信号对该方法进行了验证, 结果表明, 该方法能够提取出微弱的故障特征, 实现滚动轴承的早期故障诊断。

**关键词** 子小波布置; 系数融合; 故障诊断; 滚动轴承  
**中图分类号** TH165.3; TN911.4

## 引 言

滚动轴承是旋转机械中常用的部件, 超过 30% 的旋转机械故障与轴承故障有关。可靠的轴承故障诊断技术有助于在早期阶段识别轴承故障, 从而防止机械设备性能退化和提高生产质量<sup>[1-4]</sup>。

根据信号处理方法的不同, 基于振动信号的轴承故障诊断方法主要分 3 类: 时域、频域和时频域。时域分析主要通过观测一些统计指标(均方根、峰度和峭度等)的变化来评估机械的健康状态。频域分析法在目前是应用最多的技术。通过检查频谱图中是否出现与故障相关的特征频率成分来进行故障识别, 也可以包括后续处理技术, 如双谱和倒谱。频域分析不适合于非平稳信号的处理, 但是机械状态监控中遇到很多信号是这种情况。非平稳或瞬变信号可以使用时频域分析技术, 如短时傅里叶变换、魏格纳-威尔分布、小波变换<sup>[5-7]</sup>和经验模态分解<sup>[8]</sup>。其中, 小波变换应用较为广泛, 没有魏格纳分布中的交叉项问题, 也能提供比短时傅里叶变换更灵活的多分辨率分析。根据信号分解的原理, 小波变换又分离小波变换、连续小波变换和小波包变换。连续小波变换的优点是尺度细腻, 在机械故障诊断中得到了广泛应用<sup>[5-7]</sup>, 缺点是太多尺度会造成信息冗余和计算量变大。

针对连续小波变换中尺度选择困难和多尺度导致计算量大的问题, 笔者提出一种新的子小波布置策略, 并对小波系数进行融合集成。将该方法用于

滚动轴承故障特征提取, 并通过仿真信号和实际信号进行了验证。

## 1 连续小波变换与系数融合

### 1.1 Morlet 连续小波变换与子小波布置

假设信号  $x(t)$ ,  $t=1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为信号长度。小波变换公式为

$$W_x(t, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \sqrt{s} \psi^* (-s(t - \tau)) d\tau \quad (1)$$

其中:  $\psi^*(t)$  为基小波  $\psi(t)$  的复数共轭;  $s$  和  $t$  分别为尺度和时间变量。

选择合适的小波基取决于信号本身和应用场合。在轴承故障检测中, 主要目标是分析局部轴承损伤引起的共振特征, 因此小波和瞬态特征应该相似, 很多文献表明复数 Morlet 小波较为适用<sup>[5-6]</sup>。

复数 Morlet 小波为调制的高斯函数, Morlet 母小波公式为

$$\psi(t) = \sigma / \sqrt{\pi} \exp(-\sigma^2 t^2) \exp(j2\pi f_c t) \quad (2)$$

其中: 带宽参数  $\sigma$  和中心频率  $f_c$  共同影响 Morlet 基小波的形状。

当  $\sigma$  趋近于零时, 在频域上具有最佳分辨率, 但没有任何时域分辨率。当  $\sigma$  为无穷大时, 在时域上具有最好的分辨率, 却没有任何频域分辨率。分析同样的频率成分时, 增大  $\sigma$  可使时域分辨率提高, 而频域分辨率降低。 $\sigma$  不变时,  $f_c$  影响基小波在支撑区间内的振荡频率, 振荡频率随  $f_c$  增大而加快。

\* 国家自然科学基金资助项目(51105236); 山东省自然科学基金资助项目(ZR2012EEL06)  
收稿日期: 2014-12-24; 修回日期: 2015-03-26

Morlet 母小波的傅里叶变换为

$$\Psi(f) = e^{(-\pi^2/\sigma_s^2)(f-f_c)^2} \quad (3)$$

$s$  尺度下的子小波  $\psi_s(t)$  的频域为

$$\Psi_s(f) = e^{(-\pi^2/\sigma_s^2)(f-f_s)^2} \quad (4)$$

其中:  $\sigma_s$  和  $f_s$  分别为该尺度下子小波的带宽参数和中心频率。

$s$  尺度下的小波系数为

$$W(t, s) = \sqrt{s} F^{-1} [X(f) \Psi_s(f)] \quad (5)$$

其中:  $F^{-1}[\cdot]$  表示逆傅里叶变换;  $X(f)$  为  $x(t)$  的傅里叶变换。

对式(5)求模, 得到小波能量函数

$$E(t, s) = |W(t, s)| = \left| \sqrt{s} F^{-1} [X(f) \Psi_s(f)] \right| \quad (6)$$

为减少尺度数目, 合理并有效覆盖频带, 笔者提出将  $f_s/\sigma_s$  设置为常数  $2/(\sqrt{\ln 2}) \approx 2.4$ , 这样可以满足小波容许条件 ( $f_s/\sigma_s > 1.3$ )。随着  $f_s$  和  $\sigma_s$  增大, 小波在频域有效支撑延长, 在时域减小, 时间分辨率增高, 适合分析快速衰减的轴承故障瞬态信号。

为了对所选频带进行高效的小波变换, 还需要合理布置子小波的中心频率。对  $s$  尺度上对应的中心频率  $f_s$  来说,  $-3$  dB 带宽等于

$$BW_s = [1 - \alpha, 1 + \alpha] f_s \quad (7)$$

$$\alpha = \sqrt{\ln 2} / (2\pi\sqrt{2}) \quad (8)$$

笔者将子小波的中心频率范围确定为 ( $\lambda f_r \sim F_s/2.5$ ), 其中:  $\lambda$  为常数;  $F_s$  为信号采样频率。为减小与轴相关故障的干扰,  $\lambda$  取 30。从  $\lambda f_r$  开始, 将第  $k$  个子小波的中心频率  $f_k$  设置为

$$f_k = \frac{(1 + \alpha)^{k-1}}{(1 - \alpha)^k} \lambda f_r \quad (k = 1, 2, \dots, M) \quad (9)$$

其中:  $M$  为子小波的总数目。

如果小波中心频率选择范围设置太小, 可能漏掉重要的共振频带。对  $\lambda$  而言,  $\lambda$  太小会引入不对中或不平衡等轴转频谐波的干扰,  $\lambda f_r$  最好不高于轴承故障特征频率。

### 1.2 多尺度小波系数的融合

故障部位与其他轴承部件之间相互接触冲击而产生与轴承故障相关的共振信号, 但是相同的特征也可能是由其他振动源。通常轴承产生的共振信号分布在较大带宽范围。非故障情况下信号的小波变换系数具有低幅值和长持续时间, 而故障引起的冲击信号的小波变换系数具有高幅值和低持续时间的特性。为了增强特征, 对各尺度的小波能量进行融合集成, 假设归一化后的小波能量函数为

$$NE(t, k) = E(t, k) / \text{STD}_k \quad (10)$$

其中:  $\text{STD}_k$  为第  $k$  尺度下能量函数的标准偏差。

归一化的目的是使小波系数与尺度无关, 以便后续处理。融合集成后的小波能量函数为

$$I(t) = \sum_{k=1}^M \overline{IC}_k NE(t, k) \quad (11)$$

其中:  $\overline{IC}_k$  为融合系数, 是笔者提出的一个峰度指标, 用来描述小波能量函数的分布情况, 其公式为

$$\overline{IC}_k = IC_k / \sum_{k=1}^M IC_k \quad (12)$$

$$IC_k = \sqrt{S_k^2 + Ku_k} \quad (k = 1, 2, \dots, M) \quad (13)$$

其中:  $S_k$  和  $Ku_k$  分别为歪度和峭度, 公式为

$$S_k = E[(NE_s(t, s) - \mu_k)^3 / \sigma_k^3] \quad (14)$$

$$Ku_k = E[(NE_s(t, s) - \mu_k)^4 / \sigma_k^4] \quad (15)$$

为抑制噪声, 突出故障特征, 求取  $I(t)$  的自相关  $R_{xx}(m) = E[I(t)I(t-m)]$  ( $m = 0, 1, \dots, N-1$ )

$$(16)$$

其中:  $m$  表示延迟。

对其求傅里叶变换

$$R_{xx}(f) = \text{FFT}[R_{xx}(m)] \quad (17)$$

分析  $R_{xx}(f)$  中故障特征频率信息即可对轴承运行状态做出判断。

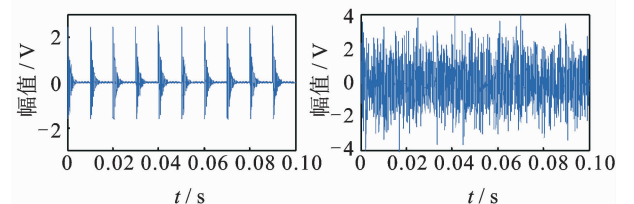
## 2 仿真验证

根据轴承外圈单个损伤点情况的理论模型<sup>[9-10]</sup>, 仿真外圈单点故障振动信号, 模型为

$$\begin{cases} x(t) = \sum_i A_i s(t - iT - \tau_i) \\ s(t) = e^{-\beta t} \sin(2\pi F_n t) \end{cases} \quad (18)$$

其中:  $s(t)$  为指数衰减的正弦振动信号;  $T$  为冲击间隔时间;  $A_i$  为幅值系数;  $\beta$  为阻尼系数;  $F_n$  为系统的固有频率。

根据式(18), 本研究仿真信号参数如下: 采样频率为 20 kHz, 系统固有频率  $F_n$  为 3 kHz, 轴转频为 30 Hz,  $\beta = 0.05$ , 故障频率为 100 Hz。图 1(a) 为模拟单点故障信号, 信号长度为 10 000 (时间为 0.5 s), 为方便只显示了前面 0.1 s 数据。图 1(b) 为加入正态分布的噪声 (SNR = -12 dB) 后的信号。图 1(c) 为运用本研究方法布置的子小波在频域的



(a) 加噪前信号

(b) 加噪后信号

(a) The original simulated signal

(b) Signal with added noise

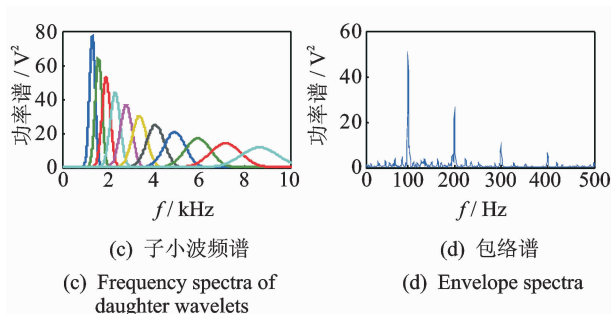


图1 仿真分析

Fig.1 Simulation analysis

情况。图1(d)为经过小波变换和系数融合后得到的包络功率谱,从中可以看到清晰的故障频率及其谐波。

### 3 实测信号验证

#### 3.1 实验台与数据采集

为了验证笔者提出方法的有效性和实用性,对滚动轴承实验台上几种常见的故障进行了实验分析。实验台如图2所示,轴由感应电机驱动,转速范围为20~4 200 r/min。轴转速可以通过速度控制器(型号Delta VFD-PU01)进行调节。联轴器采用松耦合以消除电机产生的高频振动。轴承座上装有两个滚动轴承,在测试轴承两个垂直方向上安装加速度传感器(型号ICPIMI)。数据采集卡采用NI PCI-4472,采样频率设定为32 768 Hz。

实验的轴承型号为MB ER-10K单列深沟球轴承,其主要结构参数如节颈为33.50 mm、滚动体数目为8、滚动体直径为7.94 mm、接触角为 $0^\circ$ 。根据式(19~21),在转速为2 100 r/min( $f_r=35$  Hz)的情况下,实验轴承的理论故障特征频率分别为:外圈故障特征频率 $f_o=107$  Hz,内圈故障特征频率 $f_i=173$  Hz,滚动体故障特征频率 $f_b=139$  Hz。

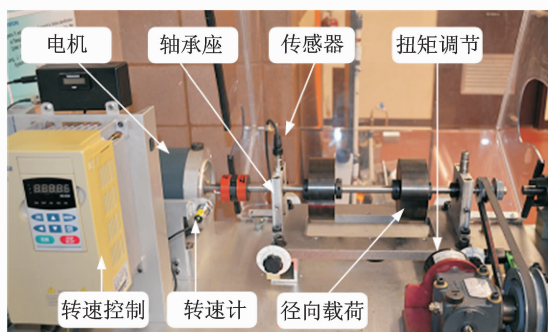


图2 实验台

Fig.2 Experimental setup

故障特征频率计算公式为

$$f_o = \frac{f_r z}{2} (1 - \frac{d}{D} \cos \alpha) \quad (19)$$

$$f_i = \frac{f_r z}{2} (1 + \frac{d}{D} \cos \alpha) \quad (20)$$

$$f_b = \frac{f_r z}{2d} (1 - (\frac{d}{D} \cos \alpha)^2) D \quad (21)$$

其中: $z$ 为滚动体的数目; $d$ 为球直径; $D$ 为节圆直径; $\alpha$ 为接触角。

图3为所测振动信号的频谱。单纯从未加后续信号处理的频谱图上无法判断轴承的运行状态。另外,3种运行状态在2 500 Hz左右都产生了共振峰。由于包络分析是轴承状态监控中的经典方法,所以将其作为对比分析方法。

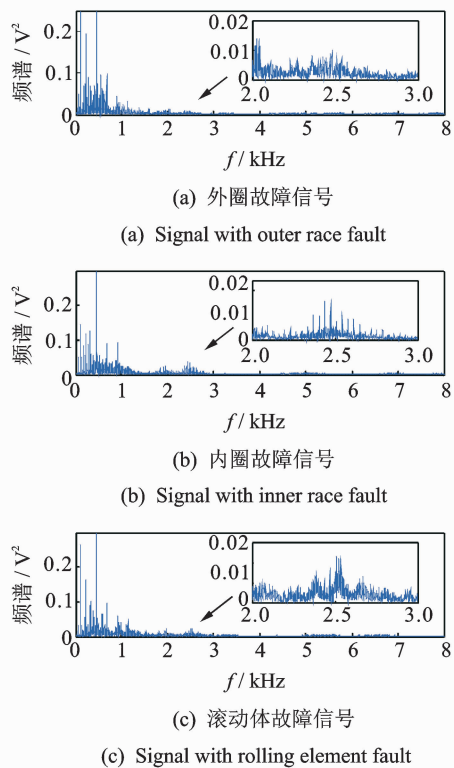


图3 实测信号频谱

Fig.3 The frequency spectra of measured signals

#### 3.2 方法验证

为了验证笔者提出方法的有效性,与两种方法进行了对比分析,其中包括轴承故障诊断领域中的经典方法-包络分析法<sup>[11]</sup>以及近些年出现的快速谱峭度图法(fast kurtogram)<sup>[12]</sup>。包络分析法运用带通滤波器进行滤波,其中,带通滤波器中心频率为2 500 Hz,带宽为1 000 Hz。

图4为对外圈故障信号的对比分析结果。从图4(a)可以看到外圈故障特征频率107.5 Hz以及2~4次谐波,说明发生了外圈故障。从图4(b)可以

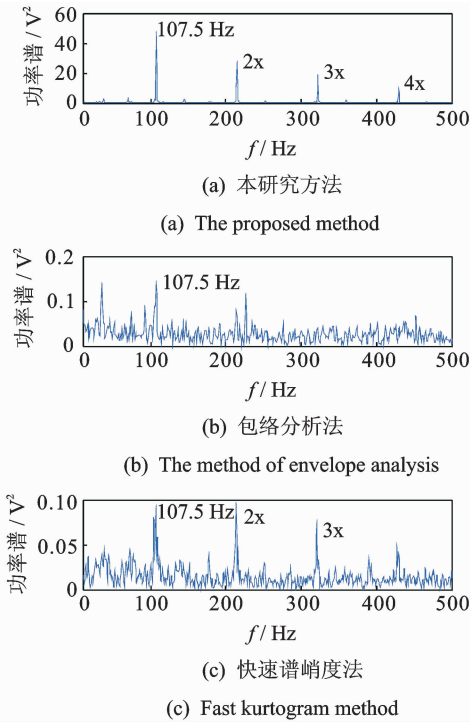


图 4 外圈故障分析对比

Fig. 4 Comparative analysis of outer race fault

看到 1 倍的外圈故障特征频率,无法看到其他谐波,说明普通的包络分析效果没有本研究方法好。虽然图 4(c)快速谱峭度图法能发现外圈故障频率及其谐波,但是频谱噪音明显比本研究方法大很多。

图 5 为快速谱峭度图。可以看出,在分解 4 层的情况下共有 52 个可选的参数组合,所以参数选择不够细腻。如图 5 所示,虚椭圆为快速谱峭度图法选择的共振带,其频率中心为 12 288 Hz,带宽约为 2 731 Hz。为节约篇幅,后面 3 种对比分析不再列出彩色的快速谱峭度图。图 6 为对内圈故障信号的对比分析结果。从图 6(a)可以清晰地看到内圈故障特征频率 174 Hz 以及 2 次谐波。从图 6(b)中虽然可看到内圈故障特征频率,但是该频率在谱图上

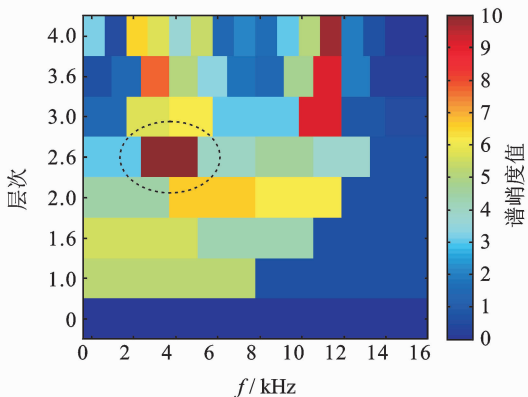


图 5 快速谱峭度图

Fig. 5 The fast kurtogram

不是主导成分,可能会导致诊断误判。图 6(c)中的快速谱峭度图法也能发现故障频率及其谐波,但是频谱噪音明显比本研究方法大很多。图 7 为对滚动体故障信号的对比分析结果。从图 7(a)中可以看到

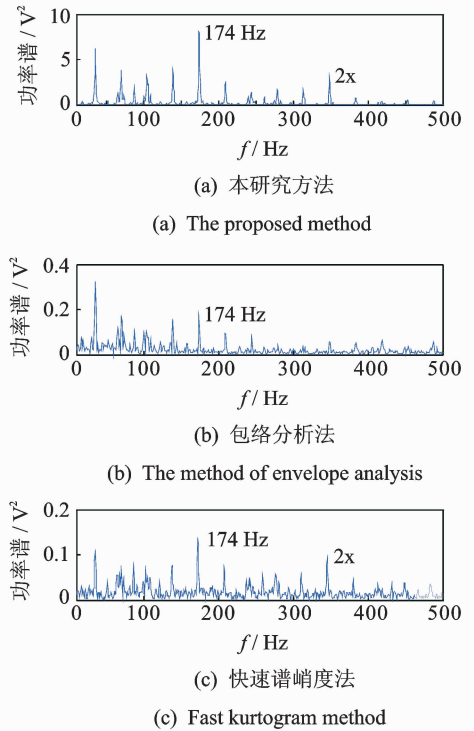


图 6 内圈故障分析对比

Fig. 6 Comparative analysis of inner race fault

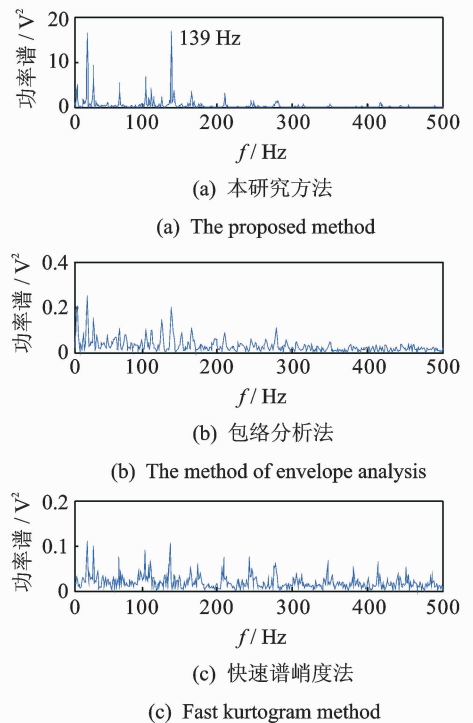


图 7 滚动体故障分析对比

Fig. 7 Comparative analysis of roller fault

滚动体故障特征频率为 139 Hz。虽然从图 7 (b) 中看到故障特征频率成分,但其在频谱图上不是主导成分。快速谱峭度图法只发现了轴的转频成分,无法检测到故障信息。

## 4 结束语

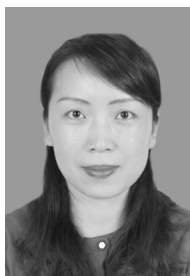
在滚动轴承振动信号分析中,针对连续 Morlet 小波变换的尺度选择困难和多尺度导致的计算量大问题,提出一种新的子小波布置策略,并对小波系数进行融合集成。通过滚动轴承实验台信号验证了该方法的有效性及其优点。将子小波按本研究策略分布在几个尺度上,既可有效覆盖频率分析范围,又能避免多尺度导致的信息冗余问题。利用笔者提出的峰度指标对小波变换后的多尺度信息进行融合,增强了故障信息。

### 参 考 文 献

- [1] 张建宇,张随征,管磊,等. 基于小波包变换和样本熵的滚动轴承故障诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(1):128-132.  
Zhang Jianyu, Zhang Suizheng, Guan Lei, et al. Pattern recognition of bearing defect severity based on multiwavelet packet sample entropy method [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(1):128-132. (in Chinese)
- [2] 隋文涛,张丹. 总变差降噪方法在轴承故障诊断中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(6):1033-1037.  
Sui Wentao, Zhang Dan. Total variation denoising method and its application in fault diagnosis of bearings [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2014, 34(6):1033-1037. (in Chinese)
- [3] 赵志宏,杨绍普. 基于小波包变换和样本熵的滚动轴承故障诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(4):640-644.  
Zhao Zhihong, Yang Shaopu. Roller bearing fault diagnosis based on wavelet packet transform and sample entropy[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(4):640-644. (in Chinese)
- [4] 陈向民,于德介,李蓉. 基于形态分量分析的滚动轴承故障诊断方法[J]. 振动与冲击, 2014, 33(5):132-136.  
Chen Xiangmin, Yu Dejie, Li Rong. New method for fault diagnosis of rolling bearings based on morphological component analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(5):132-136. (in Chinese)
- [5] 姜宏伟,袁朝辉,邱雷. 运用小波变换的飞机管路振动信号降噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(5):827-830.

Jiang Hongwei, Yuan Zhaohui, Qiu Lei. Wavelet transform based de-noising method on pipe vibration signals of aircraft [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(5):827-830. (in Chinese)

- [6] 刘文艺,汤宝平,蒋永华. 一种自适应小波消噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(1):74-77.  
Liu Wenyi, Tang Baoping, Jiang Yonghua. Research on an adaptive wavelet denoising method [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(1):74-77. (in Chinese)
- [7] 隋文涛,张丹. 基于峭度的阈值降噪方法及在振动信号分析中应用[J]. 振动与冲击, 2013, 32(7):155-158.  
Sui Wentao, Zhang Dan. Kurtosis-based threshold denoising method and its application in vibration signal analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(7):155-158. (in Chinese)
- [8] 雷亚国. 基于改进 Hilbert-Huang 变换的机械故障诊断[J]. 机械工程学报, 2011, 47(5):71-77.  
Lei Yaguo. Machinery fault diagnosis based on improved Hilbert-Huang transform [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(5):71-77. (in Chinese)
- [9] 梅宏斌. 滚动轴承振动监测与诊断理论方法系统[M]. 北京:机械工业出版社, 1996:17-26.
- [10] Wang Dong, Tse P W, Tsui T K. An enhanced Kurtogram method for fault diagnosis of rolling element bearings [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 35(1):176-199.
- [11] 康海英,栾军英,郑海起,等. 基于阶次跟踪和经验模态分解的滚动轴承包络解调分析[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8):119-122.  
Kang Haiying, Luan Junying, Zheng Haiqi, et al. Envelope demodulation analysis of bearing based on order tracking and empirical decomposition [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8):119-122. (in Chinese)
- [12] Antoni J. Fast computation of the kurtogram for the detection of transient faults[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(1):108-124.



**第一作者简介:**张丹,女,1977年12月生,讲师。主要研究方向为故障诊断和信号处理。曾发表《总变差降噪方法在轴承故障诊断中的应用》(《振动、测试与诊断》2014年第34卷第6期)等论文。  
E-mail: zhangdan@163.com

**通信作者简介:**隋文涛,男,1977年8月生,博士、副教授、硕士研究生导师。主要研究方向为机械电子和信号处理。  
E-mail: suiwt@163.com