Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2016.01.030

基于混沌理论的平板闸门流激振动特性

罗贝尔, 王均星, 周建烽, 张莹莹

(武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室 武汉,430072)

摘要 鉴于闸门流激振动过程的复杂性,对水弹性模型试验中闸门在不同开度下的实测加速度响应数据进行了混 沌特性分析。首先,对实测数据进行相空间重构,分别采用平均互信息法和平均伪最近邻域法计算最佳时间延迟 和最佳嵌入维数;然后,基于嵌入参数计算关联维数 D₂ 和最大 Lyapunov 指数λ₁,并对各计算参数的分布规律进行 分析。研究表明:闸门侧向振动的复杂性相对其他振动方向更高,中间开度时的振动复杂性比大开度或小开度更 显著;竖直向振动与顺流向振动中呈现出了较低维(D₂=3.342~5.130)的混沌吸引子,表明较少的独立变量即可 描述闸门竖直向及顺流向振动的规律;λ₁ 随闸门开度的变化规律呈现"两边小中间大"的趋势,表明闸门在中间开 度时的振动预测准确性较低。

关键词 平板闸门; 流激振动; 混沌; 相空间重构; 关联维数; Lyapunov 指数 中图分类号 TV663; TH113

引 言

混沌存在于确定性系统中,是隐藏着某种规律 的不规则现象。混沌理论的成功应用归功于 Takens嵌入定理的提出,该定理认为,系统中任一 分量如何演化均是由系统内部相互作用着的其他分 量所决定的,这为研究动力系统中单变量实测时间 序列的混沌特性提供了理论基础。该理论已在水文 学、生物学、经济学、气象学和电机学等领域成功应 用,但在水工结构流激振动中的实际应用方面还并 不多见。杨弘^[1]在研究二滩水电站的水垫塘底板动 力响应时,计算了底板振动信号的分形维数,包括盒 维数和关联维数,发现分形维数与底板振动的位置 无关。水工闸门的流激振动属于典型的流固两相交 界面耦合问题。国内外学者对此有许多相关研究, 提出了不同观点及分类方式[2-3],针对不同类型的闸 门与振动方式存在各种研究方法与防治措施[4-6]。 流激振动现象是复杂的,根据混沌理论,当初始条件 或边界条件存在微小变化时,系统中任何复杂的演 化过程都可能出现。

笔者引入混沌理论,初步探索准确预测闸门流 激振动的途径,以某水电站深孔平板闸门水弹性模 型试验为背景,分析在不同开度条件下闸门振动响 应数据的混沌特征,得到了闸门流激振动过程中的 混沌特性。

1 混沌理论介绍

混沌系统的相轨迹经过一定时间演化会落入某 一特定的轨道中,产生一种规则、有形的轨迹,在转 化成与时间相关的序列时呈现出复杂、混乱的特征。 这种特定的轨道就是奇异吸引子,通过研究其性质 计算原系统中的任何微分或拓扑不变量,得到系统 内部隐藏的基本特性。

1.1 相空间重构

将时间序列 $x_t(t=1,2,\dots,N)$ 通过恰当的延迟 坐标分配到一个新的 m 维状态向量 $Y_n(n=1,2,\dots,N-(m-1)\tau)$ 中

 $Y_n = \{x_n, x_{n+\tau}, x_{n+2\tau}, \dots, x_{n+(m-1)\tau}\}$ (1) 其中: τ 为时间延迟, 对于实测数据表示采样时间间 隔的倍数; m 为嵌入维数。

通过选择适当的嵌入维数 *m* 和时间延迟 τ,可 重构一个等价的相空间,得到原动力系统的吸引子。 1.1.1 最佳时间延迟的确定

笔者选取平均互信息法(average mutual information,简称 AMI)^[7-8]计算最佳时间延迟,定

^{*} 教育部科学技术研究重点资助项目(106107)

收稿日期:2015-01-12;修回日期:2015-04-30

义平均互信息函数,如式(2)所示,用来度量两个随 机变量之间一般性的随机关联性。

$$I(\tau) = \sum_{i,i+\tau} P(x_i, x_{i+\tau}) \ln P(x_i, x_{i+\tau}) - \sum_{i,i+\tau} P(x_i) \ln P(x_i) - \sum_{i,i+\tau} P(x_{i+\tau}) \ln P(x_{i+\tau})$$
(2)

其中: $P(x_i)$ 和 $P(x_{i+\tau})$ 分别为 x_i 和 $x_{i+\tau}$ 的独立概 率密度; $P(x_i, x_{i+\tau})$ 为 x_i 和 $x_{i+\tau}$ 的联合概率密度; 最佳时间延迟定为 $I(\tau)$ 的第 1 个极小值所对应 的 τ_o

1.1.2 最佳嵌入维数的确定

笔者采用平均伪最近领域法(averaged false nearest neighbors,简称 AFN)^[9]计算最佳嵌入维数,它是在虚假邻点法基本思想的基础上由 Cao 提出的改进方法。令

$$a(i,m) = \frac{\| \mathbf{Y}_{i}(m+1) - \mathbf{Y}_{n(i,m)}(m+1) \|_{\infty}}{\| \mathbf{Y}_{i}(m) - \mathbf{Y}_{n(i,m)}(m) \|_{\infty}}$$
(3)

其中: $i=1,2,\dots,N-m\tau$; $Y_{n(i,m)}(m)$ 为在m 维相 空间中离 $Y_i(m)$ 最近的向量。

定义 a(i,m) 的均值为

$$E(m) = \frac{1}{N - m\tau} \sum_{i=1}^{N - m\tau} a(i, m)$$
(4)

为了考察 E(m)的变化,定义 $E_1(m) = E(m+1)/E(m)$,如果时间序列是由吸引子产生的,当 $m > m_0$ 时, $E_1(m)$ 变为1且停止变化,此时 m_0+1 为最小嵌入维数。由于随机时间序列计算 E_1 曲线时可能存在在1附近稳定的情况,因此定义

$$E^{*}(m) = \frac{1}{N - m\tau} \sum_{i=1}^{N - m\tau} |x_{i+m\tau} - x_{n(i,m) + m\tau}| \quad (5)$$

令 $E_2(m) = E^*(m+1)/E^*(m)$,该量用来辨 别确定混沌信号与完全随机信号。对于确定性系统 的观测时间序列, $E_2(m)$ 显然与 *m* 有关。选取适 当的 τ 对某些 *m*, $E_2(m)$ 不恒为 1,由于将来的值 与过去的值独立,随机时间序列对任何 *m* 和 τ , $E_2(m)$ 将等于 1。

1.2 混沌特征的识别方法

判断时间序列是否由确定性混沌系统产生是非 常具有挑战性的。通常的做法是计算重构吸引子的 特征参数来判别时间序列中是否存在混沌特 征^[10-17],从而间接判断原动力系统是否为混沌系 统。主要特征参数包括描述邻近轨道发散率的最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1^{[15-16]}$ 、描述吸引子维数的关联维 数 $D_2^{[13]}$ 和反映信息产生频率的 Kolmogorov 熵^[14]。笔者通过计算 λ_1 和 D_2 ,在判断时间序列是 否存在混沌特征的同时,对其分布规律进行分析。 1.2.1 饱和关联维数法

维数是空间和客体之间的重要几何特征量,分数维数是分形的重要特征。某种意义上来说,分形 维数的大小是物体不规则性的一种度量。对于一个 m维相空间,其关联函数 C(r) 定义为

$$C(r) = \lim_{M \to \infty} \frac{2}{M(M-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq M} H(r - || \mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_j ||)$$
(6)

其中: $M = N - (m-1)\tau$ 为相点个数; H(u) 为 Heaviside 函数。

当时间序列具有吸引子特征时,对于正值r,关 联函数 C(r)与r的关系为

$$C(r) \propto_{\alpha} r^{D_2} \tag{7}$$

其中: α 为一个常数; D_2 为关联维数,可以通过 $\ln C(r) \sim \ln r$ 图的斜率求得,即

$$D_2 = \lim_{r \to 0} \frac{\ln C(r)}{\ln r} \tag{8}$$

由于实测数据中存在噪声,通常是让嵌入维数 从小到大增加,对每个嵌入维数取 lnC(r) ~ lnr 图 中明显的直线段,用最小二乘法进行拟合,每条直线 段的斜率会随着嵌入维数的增加而增大,最后达到 饱和值,这个饱和值就是关联维数^[15]。

1.2.2 Lyapunov 指数

Lyapunov 指数是根据相轨迹有无扩散运动特征来判别系统的混沌特性,正 Lyapunov 指数是混沌的一个显著特征。 λ_1 的几何意义是量化初始闭轨道的指数发散和估计系统总体混沌水平的量。 Rosenstein 等^[16]提出了一种计算 λ_1 的方法,其基本步骤为选择合适的 τ 和*m* 进行相空间重构,找出相空间中每个点*Y*; 的最近邻点*Y*; ,需限制短暂分离

 $d_{i}(0) = \min_{i} \| \mathbf{Y}_{i} - \mathbf{Y}_{i} \| \qquad (|i - \hat{i}| > p) (9)$ 其中:p 为时间序列的平均周期。

定义该邻点对 j 个离散时间步之后的距离为

$$d_i(j) = \| \mathbf{Y}_{i+j} - \mathbf{Y}_{i+j} \|$$
(10)

其中: $j = 0, 1, 2, \dots, \min(M - i, M - \hat{i})$ 。

对每个 j,求出所有 i 的 $\ln d_i(j)$ 平均

$$y(j) = \frac{1}{q\Delta t} \sum_{i=1}^{q} \ln d_i(j) \tag{11}$$

其中:q为非零 lnd_i(j)的数目,采用最小二乘法作 出回归直线,该直线斜率就是λ₁。

2 实例与数据分析

2.1 模型设计与数据处理

以某深孔平板工作门的水弹性模型试验为研究

背景,研究了工作闸门在不同运行工况下的流激振动情况。试验采用1:20全水弹性相似材料制作模型闸门,所选的模型材料主要参数为:抗拉强度 σ_m = 50 MPa;弹性模量 E_m = 1.1×10⁴ MPa;材料密度 ρ_m = 7.5×10³ kg/m³。受模型闸门尺寸的限制,加速度测点共布置了6个,包括:边梁上的 Z_1 测点主 要测量闸门的侧向振动情况;主横梁上的 Z_2 测点主 要测量闸门的竖直向振动情况;上游面板上的 Z_3 , Z_4 测点以及下游面板上的 Z_5 , Z_6 测点主要测量闸 门的顺流向振动情况。闸门的水弹性模型如图1所示。加速度传感器具体布置如图2所示。



图 1 闸门水弹性模型实图 Fig. 1 Picture of hydroelastic model of gate



图 2 加速度传感器测点布置图 Fig. 2 Layout of measuring points of acceleration sensor

试验中测量了设计水位下,闸门分别在 1/8,2/ 8,3/8,4/8,5/8,6/8 和 7/8 开度时的加速度响应。 采样频率 f=500 Hz,每组数据采样时间为 30 s,随 机选取样本容量 N=6 000 进行分析,统计出每组 数据的最大值。图 3 为各测点最大值随开度的变化 规律。可以看出,每个测点实测加速度响应最大值 随开度有"两增两减"的变化规律,出现振动加速度 较大值的开度位置为 2/8,5/8 和 6/8。



图 3 闸门振动加速度最大值随开度的变化规律图

Fig. 3 Relation between maximum vibration acceleration and gate opening degree

采用五点三次平滑法对每组数据进行平滑去噪 处理,并按式(12)进行标准化

$$P_n = \frac{p_n - p_{\text{mean}}}{\sigma} \quad (n = 1, 2, \cdots, N) \qquad (12)$$

其中:*p*_n为实测数据;*P*_n为标准化后的时间序列; σ为实测数据的标准差。

图 4 为典型加速度响应数据标准化后的时间历 程曲线。



图 4 实测加速度响应标准化后的历程曲线



2.2 相空间重构

对标准化的时间序列进行相空间重构,采用 AMI 法计算最佳时间延迟 τ。图 5 为典型数据的 AMI 计算图,其余计算值如表 1 所示。根据计算的 最佳时间延迟 τ 列出典型数据重构吸引子的三维相 图,如图 6 所示。



图 5 最佳时间延迟计算图

Fig. 5 The calculation chart of optimum time delay



图 6 重构吸引子三维相图

Fig. 6 Three-dimensional phase portrait of the reconstructed attractor

在确定最佳时间延迟后,采用 AFN 法计算最 佳嵌入维数 m。典型数据的 E_1 , E_2 随 m 的变化曲 线如图 7 所示。可以看出, E_2 曲线均呈现出了明显 的变化规律,并不是在 1 附近微小的波动。这说明 闸门流激振动实测数据并非完全随机信号,噪声水 平较小。其余 m 计算值如表 1 所示。可以看出:a. 整体上看,最佳时间延迟 τ 的总体取值范围在 20~ 38 之间,但随开度没有表现出变化的规律性且振动 不同方向间的 τ 值也没有关联;b.最佳嵌入维数 m的总体取值范围在 4~12 之间,且顺流向振动的上 游面(Z_3 , Z_4)比下游面(Z_5 , Z_6)的 m 值相对更高,除



图 7 最佳嵌入维数计算图

Fig. 7 Calculation chart of optimum embedding dimension

表 1 实测加速度序列最佳嵌入参数表

Tab. 1 Best embedding parameters in measured acceleration series

开度	嵌入 参数	侧向 (Z ₁)	竖直向 (Z ₂)-	顺流向 上游面板		顺流向 下游面板	
				(Z_3)	(Z ₄)	(Z_5)	(Z_6)
1/8	τ	27	31	21	31	38	33
	m	6	5	5	6	5	6
2/8	τ	33	30	37	29	31	34
	m	10	7	6	8	6	7
3/8	τ	36	33	32	37	26	30
	m	12	9	8	9	7	6
4/8	τ	31	36	36	26	36	32
	m	11	8	7	8	6	6
5/8	τ	27	37	36	20	37	22
	m	11	8	9	7	6	6
6/8	τ	21	29	35	34	34	36
	m	10	7	8	9	6	7
7/8	τ	37	30	35	28	24	32
	m	8	6	7	6	4	5

了 1/8 开度外,侧向振动(Z₁)的 m 值比其他方向更

大,而 1/8 和 7/8 开度在各振动方向时的 m 值比其 他中间开度都要小。这说明闸门在侧向振动时的复 杂性相对其他振动方向更高,这可能是由于闸门侧 边滑块与门槽之间存在一定间隙,侧向自由度相对 更高,从而使侧向振动不确定性更高。同时,闸门在 中间开度时的流激振动复杂性比大开度或小开度时 更高,表明闸门在局开或启闭过程中其动力过程更 难控制,若出现闸门局部损坏或止水漏水等不利情 况,更易出现强烈振动的情况。

2.3 混沌特征量

2.3.1 关联维数

根据最佳时间延迟 r,嵌入维数从 m=2 开始逐 渐增加,按式(7)计算得到 C(r)和 r 的关系,进而得 到 $\ln C(r) \sim \ln r$ 的双对数关系曲线。图 8 为典型数 据的双对数曲线图。图 9 为图 8 中相应数据的关联 维数 D_2 随嵌入维数 m 的变化关系。各组实测加速 度响应数据的关联维数如表 2 所示,并在表中标出 关联维数达到饱和值的,且与 AFN 法计算值不同 的嵌入维数。图 10 为各测点的关联维数随开度的 变化规律。

从表 2 和图 10 可以看出:a. 与 AFN 方法计算值







图 9 典型测点加速度序列 D₂ 与 m 关系图

Fig. 9 Relation between D_2 and m for typical measured acceleration series

表 2 实测加速度序列关联维数表

Tab. 2 The orrelation dimension in measured acceleration se-

	ries						
开度	侧向	竖直向	顺流向上游面板		顺流向下游面板		
	(Z_1)	(Z_2)	(Z_3)	(Z_4)	(Z_{5})	(Z_6)	
1/8	3.745	3.342	3.826	3.783	3.582	3.610	
2/8	5.560(9)	4.512	4.833	4.898	4.379	4.675	
3/8	6.691	4.529(8)	4.791	5.022	4.142	4.354	
4/8	5.673(10)	4.328	4.493	4.925	4.067	4.451	
5/8	6.720(12)	4.793	5.014	4.771	4.503	4.093	
6/8	5.854	4.281	4.948	5.130(10)	4.414	4.182	
7/8	4.359	3.516	3.765	3.704	3.591(5)	3.438	

括号内表示的是关联维数达到饱和值的嵌入维数,且与 AFN 法计算值有差别

有差别的加速度序列主要集中在 Z₁ 测点上,其他测 点的 m 值基本一致,说明噪声水平没有完全覆盖加 速度序列的混沌特性,且闸门侧向振动的不确定性 更强;b.整体来看,关联维数分布在 3.342~6.720 之间,其中,Z₁ 测点分布在 3.745~6.720 之间,其 余测点分布在 3.342~5.130 之间,关联维数均为分 数,说明闸门流激振动具有混沌和分形特征;c. 在

points





图 10 各测点关联维数随闸门开度的变化曲线 Fig. 10 Relation between correlation dimension and gates opening for each measured point

1/8 和 7/8 开度时的关联维数相对其他中间开度较小,说明闸门在这两个开度时振动的复杂性更弱,闸 门顺流向振动时,上游面板的关联维数较下游面板 略高;d.该闸门的竖直向振动与顺流向振动中呈现 出较低维的混沌吸引子,表明对闸门流激振动系统 进行建模只需要较少的独立控制变量就可以基本描 述闸门在振动过程中的复杂性和非线性规律,这为 完整描述闸门流激振动现象提供了理论基础。

2.3.2 Lyapunov 指数

根据 AFN 法计算的最佳嵌入参数,采用小数 据量法计算最大 Lyapunov 指数 λ₁。图 11 为典型 数据的 y(i)变化曲线。可以看出,曲线包含波动的 增长区域以及之后的稳定区域,对前段增长区域进 行最小二乘法拟合直线,其斜率即为λ1,之后稳定 区域是由于重构吸引子有界,而平均分散率 y(i)不 会超过吸引子范围[10,17]。各测点实测加速度数据 的 λ_1 分布情况如表 3 所示。图 12 为各测点的 λ_1 值 随开度的变化规律,其值在 0.045~0.351 之间,均 大于零,表明实测加速度序列具有明显的混沌特征。 同时,各不同测点的λ1随闸门开度的变化规律呈现 "两边小中间大"的趋势,即无论闸门是顺流向,竖直 向或侧向振动时,在 1/8 和 7/8 两个开度的 λ_1 值比 其他5个中间开度明显要小,这表明除了1/8和7/ 8开度,在其他局部开启条件下,闸门在水流激振影 响下其振动复杂性更高,试验预测准确性较低。在 实际工程中,体现为闸门在 2/8~6/8 开度之间的振 动情况存在更多的不确定性,包括强烈振动的情况。 在水弹性模型试验中,闸门仅在 2/8,5/8 和 6/8 开 度时存在较大的振动加速度,而无法预测 3/8 和 4/ 8开度时可能存在的强烈振动。此外,Z1测点处的 λ, 值比其他测点普遍要高,说明闸门侧向振动的不 确定性更高。

表 3 最大 Lyapunov 指数规律表

Tab. 3 The maximum Lyapunov exponent for all measured

	P					
开度	侧向 (Z ₁)	竖直向 (Z ₂)	顺流向上游面板		顺流向下游面板	
			(Z_3)	(Z ₄)	(Z ₅)	(Z_6)
1/8	0.118	0.063	0.088	0.114	0.045	0.072
2/8	0.245	0.166	0.212	0.243	0.201	0.192
3/8	0.269	0.222	0.211	0.226	0.204	0.234
4/8	0.282	0.185	0.197	0.215	0.206	0.218
5/8	0.277	0.220	0.209	0.217	0.194	0.251
6/8	0.351	0.204	0.229	0.231	0.224	0.233
7/8	0.140	0.151	0.160	0.148	0.135	0.142







图 12 各测点最大 Lyapunov 指数随闸门开度的变化曲线 Fig. 12 Relation between maximum Lyapunov exponent and gate opening for each measuring point

3 结 论

1) 通过对实测数据进行相空间重构,对比分析 嵌入参数的分布规律,发现闸门的侧向振动复杂性 相对其他方向振动更高,日中间开度时的振动复杂 性比大开度或小开度更高,表明闸门中间开度时的 动力过程更难控制且易出现强烈振动的情况。

2) 通过分析各组数据饱和关联维数的分布规 律,发现在闸门的竖直向振动与顺流向振动中呈现 出了较低维(3.342~5.130)的混沌吸引子。这表明 通过较少的独立控制变量进行建模即可描述闸门流 激振动系统呈现出的复杂性和非线性规律。

3) 最大 Lyapunov 指数 λ1 分布在 0.045~0.351 之间,各测点的λ,随闸门开度的变化规律呈现"两边 小中间大"的趋势。这表明闸门在中间开度条件下的 振动存在更多不确定性,试验预测准确性较低。

4) 从 AFN 法及关联维数的分析可以看出, 噪 声的存在对混沌理论的应用有一定影响,如何在对 数据进行混沌特性分析之前降低噪声水平是亟待解 决的问题。寻找混沌特性与传统动力特性及频谱特 性之间的关联性,即如何将混沌特征量与工程设计 指标联系起来也是未来工作的重点。

参 老 文 献

- [1] 杨弘. 二滩水电站水垫塘底板动力响应特性及安全监 测指标研究[D]. 天津:天津大学,2004.
- $\lceil 2 \rceil$ Weaver D S, Ziada S. Flow-induced vibrations in power and process plant components-progress and prospects[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2000, 122(3), 339-348.
- 杨敏,崔广涛.水工结构流激振动的综合集成探讨 [3] [J]. 水力发电学报, 2008, 27(1): 102-110. Yang Min, Cui Guangtao. Synthetic discussion on flow-induced vibration of hydraulic structures [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2008, 27(1): 102-110. (in Chinese)
- [4] 郭贵祯,张雅卓,练继建.平面闸门垂向自激振动机 理和稳定性研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(9): 98-101.

Guo Guizhen, Zhang Yazhuo, Lian Jijian. Mechanism and stability of self-induced vertical vibration of plane gates J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31 (9): 98-101. (in Chinese)

[5] 顾云, 严根华, 赵建平. 上卧式闸门水弹性振动试验 研究[J]. 振动、测试与诊断, 2009, 29(3): 333-339. Gu Yun, Yan Genhua, Zhao Jianping. Hydro-elastic vibration test of a lying-up gate [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(3):

333-339. (in Chinese)

- [6] 严根华.水工闸门自激振动实例及其防治措施[J].振 动、测试与诊断,2013,33(S2):203-208. Yan Genhua. Self-induced vibration case and controlling measure of hydraulic gate [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(S2): 203-208. (in Chinese)
- [7] Fraser A M, Swinney H L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information [J]. Physical Review A, 1986, 33(2): 1134-1140.
- [8] Kraskov A, Stogbauer H, Grassberger P. Estimating mutual information[J]. Physical Review E, 2004, 69 (6): 066138.
- [9] Cao Liangyue. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series [J]. Physica D, 1997, 110(1-2): 43-50.
- [10] Shang Pengjian, Xu Na, Kamae S. Chaotic analysis of time series in the sediment transport phenomenon[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 41: 368-379.
- [11] Karakasidis T E, Charakopoulos A. Detection of lowdimensional chaos in wind time series [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 41: 1723-1732.
- [12] Kedra M. Deterministic chaotic dynamics of Raba river flow[J]. Journal of Hydrology, 2014, 509: 474-503.
- [13] Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors [J]. Physica D, 1983, 9(1-2): 189-208.
- [14] Grassberger P, Procaccia I. Estimation of the Kolmogorov entropy from a chaotic signal [J]. Physical Review A, 1983, 28(4): 2591-2593.
- [15] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series [J]. Physica D, 1985, 16(3): 285-317.
- [16] Rosenstein M T, Collins J J, Deluca C J. A practical method for the calculating largest Lyapunov exponents from small datasets [J]. Physica D, 1993, 65(1): 117-134.
- [17] Ghorbani M A, Kisi O, Aalinezhad M. A probe into the chaotic nature of daily streamflow time series by correlation dimension and largest Lyapunov methods [J]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34: 4050-4057.



第一作者简介:罗贝尔,男,1986年4月 生,博士研究生。主要研究方向为水工 结构流激振动。曾发表《Researches on the chaotic characteristics of fluctuating pressure in slit-type energy dissipater » (《 Advanced Materials Research 》 2014, Vol. 1025-1026)等论文。 E-mail:lbe415@whu.edu.cn