

# 变速行星齿轮系统故障诊断方法<sup>\*</sup>

桂 勇<sup>1,2</sup>, 韩勤锴<sup>1</sup>, 李 峰<sup>1</sup>, 褚福磊<sup>1</sup>

(1. 清华大学摩擦学国家重点实验室 北京, 100084)

(2. 装甲兵工程学院机械工程系 北京, 100072)

**摘要** 针对风力发电机行星齿轮系统变速非平稳工况,且故障信号耦合调制严重、传递路径复杂、噪声污染严重等特点,提出了基于阶次包络分析的故障诊断方法,详细阐述了方法原理和实现流程。通过对变速工况下的仿真加速度信号进行阶次包络分析,对比行星轮、太阳轮以及齿圈出现故障后与正常齿轮系统的阶次包络谱结构特性,总结了不同部件故障的特征阶次。在此基础上,通过对变速行星齿轮系统试验信号的分析表明:阶次包络分析方法能较好地抑制噪声干扰,反映故障特征清楚,且故障特征能作为变转速时行星齿轮系统故障诊断和定位的依据。

**关键词** 风力发电机; 行星齿轮系统; 故障诊断; 变转速

**中图分类号** TH113

## 引言

由于风场复杂多变,风力发电机运行工况复杂,且其内部的行星齿轮系统变速比大,承载载荷高,裂纹、剥落、断齿等故障频发,成为故障多发区。人们及时、准确地发现故障,对减小风电场损失,提高其运行效率具有十分重要的意义<sup>[1]</sup>。

由于受风切变、湍流等风力变化造成的非平稳工作条件以及频繁低速启动等因素的影响,风电行星齿轮系统的工作转速和载荷均是非平稳、时变的,这使得基于定转速工况下的故障诊断方法<sup>[2-3]</sup>,无法应用于实际风电齿轮系统的故障诊断。因此,变转速工况下的非稳态振动信号分析成为近年来研究热点。根据研究手段不同可分为时频分析法<sup>[4-6]</sup>和统计参数分析法<sup>[7-8]</sup>。但上述方法比较适用于转速变化比较小的系统的故障诊断,对于风力发电机齿轮系统(转速及扭矩变化剧烈)分析结果不太理想<sup>[9]</sup>。

阶次分析将等时间采样信号转换为等角度采样信号<sup>[10-11]</sup>,能消除或降低转速变化对振动信号分析的影响,所以,阶次分析也逐渐应用于齿轮系统故障诊断中且取得了良好的应用效果。李辉等<sup>[12]</sup>通过求阶次谱和阶次倒谱的方法,实现了对定轴齿轮系统故障的诊断,并通过断齿和齿面磨损故障试验对方法有效性进行了验证。Cheng 等<sup>[13]</sup>通过离散小波信号分解,结合阶次包络分析,实现了对定轴齿轮系统的故障诊断。康海英等<sup>[14]</sup>利用阶次跟踪和奇

异谱降噪技术,对定轴齿轮系统的齿面早期磨损故障进行了诊断。上述故障诊断方法均是针对定轴齿轮系统,而行星齿轮系统由于部件多,结构复杂,振动信号相互耦合,频谱边带丰富,很多针对定轴齿轮系统的故障诊断方法无法应用于行星齿轮系统。

因此,笔者针对变速工况下的行星齿轮系统,提出了基于阶次包络分析的故障诊断方法,并详细阐述了方法原理和实现流程。通过对仿真加速度信号和试验信号分别进行阶次包络分析,验证了该方法的有效性,同时总结了不同部件故障的特征阶次。

## 1 阶次包络分析方法

### 1.1 阶次分析

阶次分析的重点是等角度重采样,对于风力发电机,一般除了安装加速度传感器以获取系统振动加速度信号外,还安装有转速传感器以获取转速信号<sup>[15]</sup>。通过对两路信号的数值处理很容易获取等角度重采样数据,具体实现步骤如下:

1) 通过转速传感器获取输入(输出)轴转速信号  $n(t)$ ,再通过拟合得到转速的拟合函数  $n^*(t)$ ;

2) 根据得到的转速拟合函数  $n^*(t)$ ,通过积分得到转角随时间的变化函数  $\theta(t)$

$$\theta(t) = \int n^*(t) dt \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金重点资助项目(51335006);北京市自然科学基金重点资助项目(3131002)

收稿日期:2014-11-04;修回日期:2014-12-01

3) 对转角变化曲线进行等角度划分( $\Delta\theta$ ),如图1所示,通过插值的方法,获取等角度重采样的时间序列 $t_k(k=0,1,\dots,n)$ ;

4) 根据时间序列 $t_k$ 对加速度振动信号 $Y(t)$ 进行插值,得到等角度重采样振动信号 $Y^*(t)$ (图1);

5) 对振动信号 $Y^*(t)$ 作FFT,即可得阶次谱。

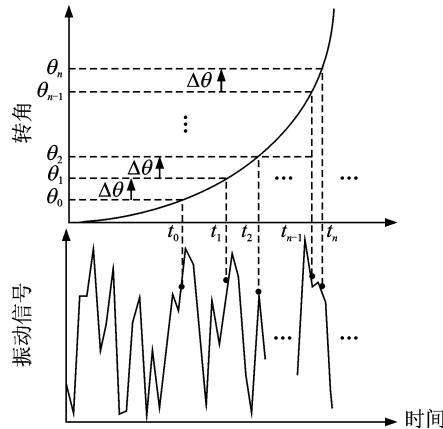


图1 等角度重采样过程示意图

Fig. 1 Diagram of uniform angle resampling

## 1.2 包络分析

包络分析是齿轮系统中常用的故障诊断方法之一,包络分析的实现方法如下:

1) 求振动信号 $Y^*(t)$ 的希尔伯特变换,获取解析信号 $g(t)$

$$\begin{cases} g(t) = Y^*(t) + j\dot{Y}^*(t) \\ \dot{Y}^*(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(\tau)}{t - \tau} d\tau \end{cases} \quad (2)$$

2) 求解析信号的幅值 $A(t)$

$$\begin{cases} g(t) = A(t)e^{j\varphi(t)} \\ A(t) = [(Y^*(t))^2 + (\dot{Y}^*(t))^2]^{1/2} \end{cases} \quad (3)$$

3)  $A(t)$ 即为信号的包络。

## 1.3 阶次包络分析方法

对于实际风电行星齿轮系统,由于受信号耦合严重、传递路径复杂、噪声污染严重等因素影响,基于阶次谱分析的故障诊断往往效果不佳。所以,本研究提出结合阶次分析及包络分析,对振动信号进行阶次包络分析,能更好地实现对风电行星齿轮系统变转速工况下的故障诊断。总结前两节所述,阶次包络分析可以通过图2所示的过程实现。

## 2 行星齿轮系统动态响应仿真

### 2.1 行星齿轮系统动力学模型

图3为行星齿轮系统的动力学模型,齿轮系统

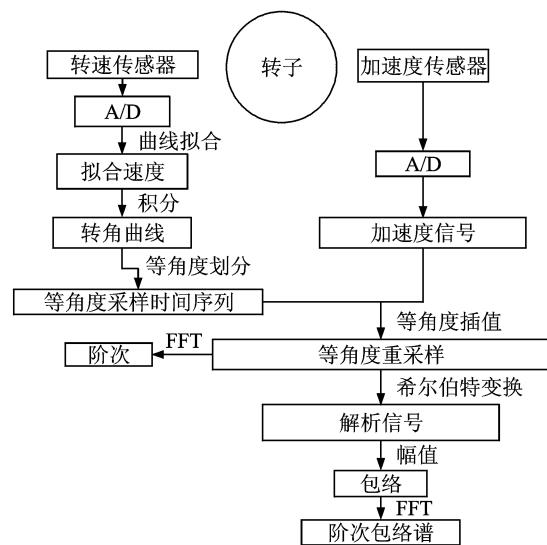


图2 阶次包络分析原理示意图

Fig. 2 The flow chart of order envelop analysis

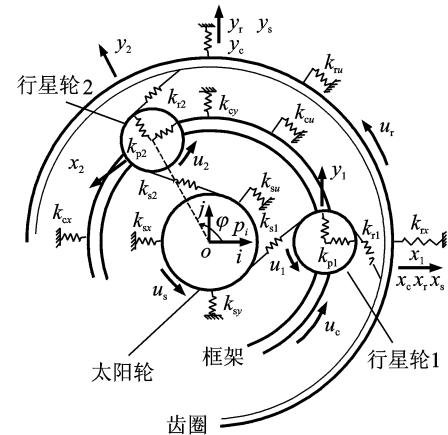


图3 行星齿轮系统动力学模型

Fig. 3 The dynamic model for a planetary gear system

包括太阳轮(s),齿圈(r),框架(c)以及行星轮(p),轴承支承考虑为线性弹簧,齿轮啮合考虑为沿啮合线方向的线性弹簧,每个部件有3个自由度<sup>[16]</sup>:横向(x),纵向(y)以及扭转方向(u)。

参考坐标系的圆心和框架的中心重合且随框架一起转动,这样,各行星轮在坐标系上的位置可以通过固定角度 $\varphi_{p_i}$ 进行表示,其中 $\varphi_{p_1} = 0$ 。

由于风力发电机行星齿轮系统转速比较低,所以陀螺效应以及向心力均不用考虑,同样,由于低转速以及润滑良好,所以制造误差不用考虑<sup>[17]</sup>,系统的动力学方程<sup>[16]</sup>可以表示为

$$\ddot{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}} + [\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_e(t)]\mathbf{x} = \mathbf{T}(t) \quad (4)$$

其中: $\mathbf{M}$ 为质量矩阵; $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵; $\mathbf{K}_b$ 为轴承支承刚度矩阵; $\mathbf{K}_e(t)$ 为时变啮合刚度矩阵; $\mathbf{T}(t)$ 为力矢量矩阵。

## 2.2 变转速下系统的动态响应

### 2.2.1 故障对时变啮合刚度的影响

单齿的啮合刚度可以通过该齿的啮合力和变形量进行计算

$$k_i = F / \delta_{Bi} \quad (5)$$

其中:  $F$  为沿啮合线的作用力;  $\delta_{Bi}$  为啮合点( $B$ )沿啮合线的变形(该变形有弯曲变形( $u_B$ )、压缩变形( $v_B$ )、剪切变形( $w_B$ )、基圆柔体变形( $\delta_f$ )以及赫兹接触变形( $\delta_c$ )。

$$\delta_{Bi} = u_B \sin \gamma_i + v_B \cos \gamma_i + w_B \sin \gamma_i + \delta_f + \delta_c \quad (6)$$

当计算上述变形时, 轮齿经常被看作变截面的悬臂梁(见图4), 变形量的数学表达式可参考文献[18],  $\gamma_i$  为啮合线与轮齿中心线的夹角。

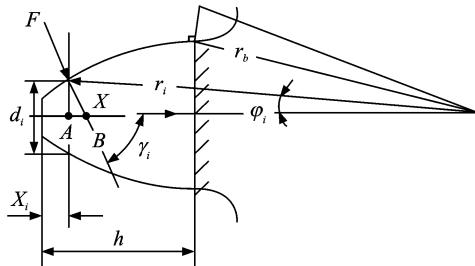


图4 悬臂梁示意图

Fig. 4 The schematic graph of cantilever beam

当一对齿啮合时, 依据串联关系, 其刚度可通过式  $k_{pair} = (k_1 \times k_2) / (k_1 + k_2)$  进行计算, 当出现两对齿啮合时, 依据并联关系, 其啮合刚度可通过式  $k = k_{pair1} + k_{pair2}$  进行计算。

文中所分析的行星齿轮系统为框架输入, 太阳轮输出, 系统的参数见表1, 泊松比  $\nu = 0.3$ 。

表1 行星齿轮系统参数

Tab. 1 The parameters of the planetary gear system

参数	齿数	模数/mm	齿面宽度/mm	质量/kg	转动惯量/ $(kg \cdot m^2)$	压力角/(°)	弹性模量/Pa
太阳轮	17	3	35	1.75	1	20	
齿圈	79	3	35	3.552	3	20	
框架				7	4.56		$2.06 \times 10^{11}$
行星轮	31	3	35	0.979	0.544	20	

图5(a)为太阳轮与行星轮1之间, 当太阳轮正常及出现断齿故障时的啮合刚度( $k_{sp_1}(t)$ )对比图, 从图中可以看出, 当出现断齿故障以后啮合刚度出现明显下降, 为了实现变转速工况时啮合刚度的仿真, 啮合刚度可以通过傅里叶级数进行表示

$$k(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n_k} (a_n \cos(2\pi n f_1 t) + b_n \sin(2\pi n f_1 t)) \quad (7)$$

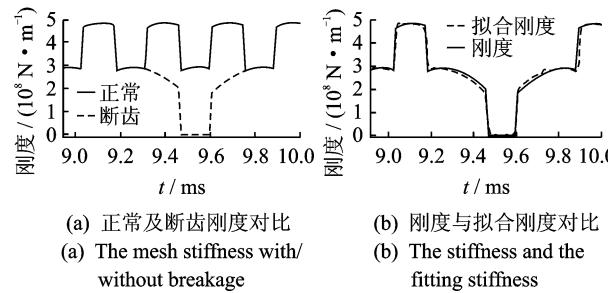


图5 太阳轮与行星轮1之间的啮合刚度

Fig. 5 The mesh stiffness of the sun gear with planet 1

其中:  $a_0, a_n, b_n$  为常数;  $f_1$  为基频, 和系统啮合频率一致; 设定  $n_k$  为 200。

图5(b)为通过傅里叶级数拟合得到的  $k_{sp_1}(t)$ , 从图中可以看出, 拟合得到的刚度与仿真刚度之间的误差非常小。

如图6(b)为输入端转速线性上升时(图6(a)),  $n_c(t) = 10 + 3t$ , 通过拟合得到的  $k_{sp_1}(t)$ , 从图中的  $\Delta T$  可以看出, 随着转速的增加, 断齿故障对啮合刚度的影响频次逐渐增加。

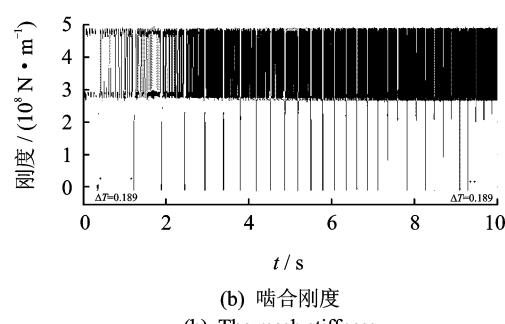
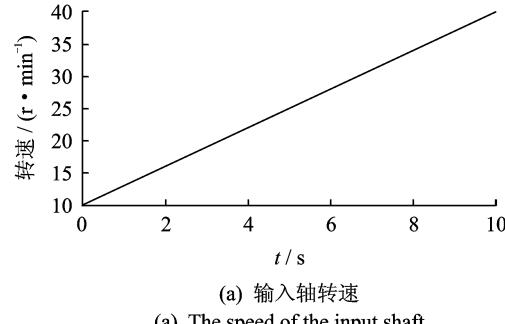


图6 输入端转速及啮合刚度

Fig. 6 The speed of the input shaft and the mesh stiffness

### 2.2.2 系统动态响应

采用 NEWMARK 方法对系统动力学方程进行求解, 输入轴转速与图6(a)中转速一致, 当系统无故障时, 系统的响应如图7(a)所示, 当行星轮、太阳轮以及齿圈发生故障时, 系统的响应如图7(b~d)所示(上述响应均为齿圈沿纵向的加速度信号)。从

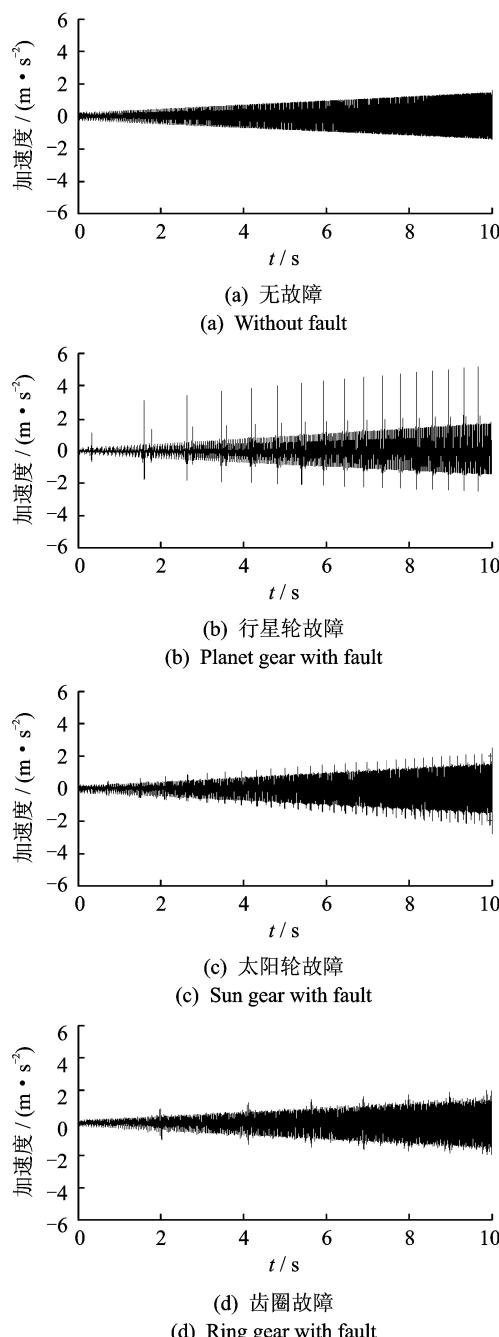


图 7 系统振动加速度

Fig. 7 Vibration acceleration signals of the system

图中可以看出,随着转速的增加,系统的振动幅值逐渐增加,当出现故障以后,冲击现象随之出现,并且冲击频次随转速的增加而增加。

### 3 仿真信号的阶次包络分析

据文献[19]结果,框架转频  $f_c$ 、行星轮转频  $f_p$ 、太阳轮转频  $f_s$  及啮合频率  $f_{mesh}$  的计算表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} f_c = \frac{n_c}{60} \\ f_p = \frac{f_s z_s - f_c(z_s + z_p)}{z_p v} \\ f_s = \frac{z_s + z_r}{z_s} f_c \\ f_{mesh} = f_c z_r \end{array} \right. \quad (8)$$

其中:  $n_c$  为框架转速;  $z_s, z_p, z_r$  分别为太阳轮、行星轮及齿圈齿数。

图 8 依次为行星轮故障、太阳轮故障以及齿圈故障时的阶次包络结构。从图中可以看出,当系统出现故障后会出现调制阶次,且调制阶次值随故障部件的不同而发生变化。图 8(a)为行星轮出现故障时的阶次包络结构,从图中可以看出,调制阶次值为  $2.55N$  ( $N=1, 2, \dots$ ),上述调制阶次值可以定义为故障特征阶次。其实,故障特征阶次可以通过定转速行星齿轮系统的故障特征频率进行推导:定转速时行星轮故障的特征频率<sup>[20]</sup>  $f_{planet} = N(f_c + f_p)$  ( $N=1, 2, \dots$ ),转速一定,其值一定;当输入转速  $n_c$  出现波动时,对应故障特征频率  $f_{planet}$  也相应出现波动,但  $f_{planet}$  与  $f_c$  的比值一定,该值即为故障特征阶次  $O_{planet} = f_{planet}/f_c$ ,结合式(8),化简后可得

$$O_{planet} = \frac{z_r}{z_p} N \quad (9)$$

对于本研究的齿轮系统,  $z_r = 79$ ,  $z_p = 31$ , 所以,  $O_{planet} = 2.55N$ 。

同样,定转速时太阳轮及齿圈的故障特征频率<sup>[20]</sup> 分别为  $f_{sun} = N(f_s - f_c)$  及  $f_{ring} = Nf_c$  ( $N=1, 2, \dots$ )

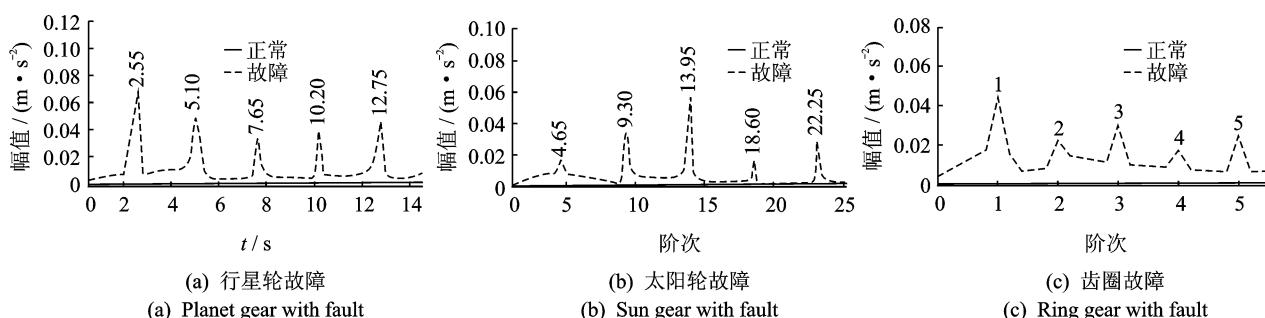


图 8 齿轮故障时与无故障时时阶次包络结构对比图

Fig. 8 Order envelope spectrums contrast between the normal system and fault systems

2, …),结合式(8),对应变转速时的特征阶次依次为

$$O_{\text{sun}} = \frac{f_{\text{sun}}}{f_c} = \frac{z_r}{z_s} N \quad (10)$$

$$O_{\text{ring}} = \frac{f_{\text{ring}}}{f_c} N = N \quad (11)$$

对于本研究的齿轮系统,  $O_{\text{sun}} = 4.65N$ ,  $O_{\text{ring}} = N$ ,如图 8(b)及(c)所示。

从以上仿真结果可以看出,行星齿轮系统不同部件发生故障时,对应的阶次包络结构互不相同,所以,可以通过分析阶次包络结构对故障齿轮进行判断和定位。

## 4 试验验证

在风电试验台上开展了断齿故障变速试验,并对实测信号进行了阶次包络分析。试验台由变频器、驱动电机、减速齿轮箱、增速齿轮箱、加载器及加载电机等组成,如图 9 所示。变频器控制驱动电机带动减速齿轮箱转动,速度降低后,再由增速齿轮箱增速,增速齿轮箱结构简图如图 10 所示,加载电机将高压油泵输入加载器提供负载。其中增速齿轮箱由定轴齿轮系统和行星齿轮系统组成,按某型实际风电齿轮箱按比例缩小后制造。行星齿轮系统参数见表 1,行星轮为 3 个,定轴齿轮系统由两对定轴圆柱齿轮组成,其参数见表 2。

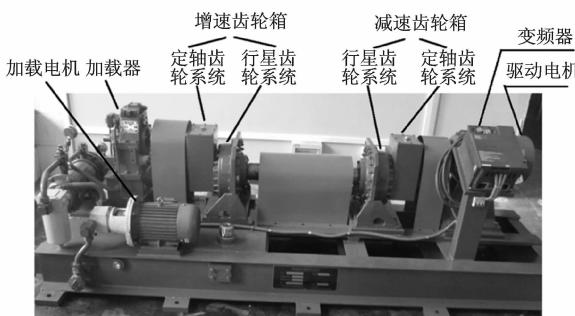


图 9 试验台架

Fig. 9 The test bench

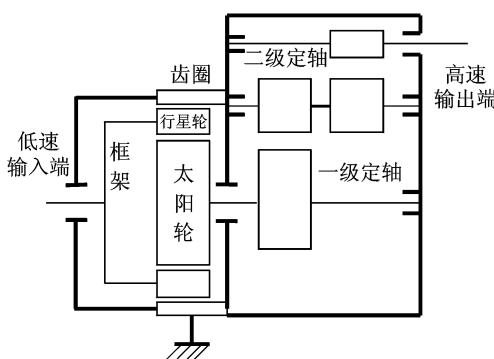


图 10 增速齿轮箱结构简图

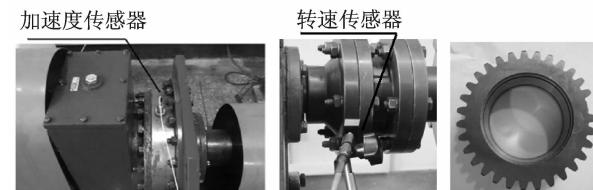
Fig. 10 The structure diagram of the speed-increasing gear box

表 2 定轴齿轮系统参数表

Tab. 2 The Parameters of the gear system

齿轮	一级		二级	
	输入端	输出端	输入端	输出端
齿数	73	21	66	23

加速度传感器安装在增速齿轮箱行星齿轮系统的齿圈上,如图 11(a)所示。转速传感器安装于增速齿轮箱定轴齿轮系统输出轴上(图 11(b)),测出转速后,可以依据增速齿轮箱的传动比,获取行星齿轮系统输入端(行星架)的转速。试验过程中分别采集了系统正常和行星轮断齿故障(图 11(c))两种状态下,转速上升、下降以及波动时的振动加速度信号并进行对比分析。



(a) 加速度传感器布置 (b) 转速传感器布置 (c) 故障行星轮  
(a) The acceleration (b) The speed sensor (c) The planet gear  
sensor position position with fault

图 11 传感器布置及故障行星轮

Fig. 11 The sensors and the planet gear with fault

### 4.1 转速上升工况

将实测得到的输出端转速信号结合增速箱的传动比,转换为输入端的转速信号(图 12(a))。图 12(b)为实测得到的系统升速时的振动加速度信号。可见随着转速增加,振动幅值不断增大,且出现了明显的冲击,对振动加速度信号进行阶次分析,如图 12(c)所示。从图中看出,受信号耦合严重、传递路径复杂,噪声干扰严重等因素影响,阶次结构十分复杂,无法找到调制阶次规律。所以,对振动加速度信号进行阶次包络分析(图 12(d)),可以发现明显的调制阶次,其值为 2.55N,结果和仿真结果一致。

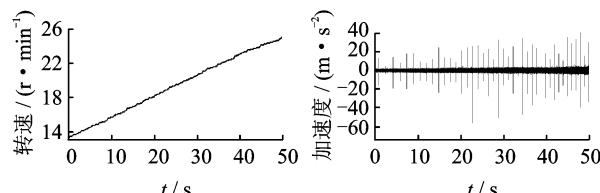
### 4.2 转速下降工况

图 13(a),(b)分别为采集系统降速时的速度信号及振动加速度信号,随着速度的降低,故障齿轮系统的冲击频次和幅值逐渐减小。同样,对振动加速度信号进行阶次分析,阶次结构毫无规律,故障特征无法表征,而采用阶次包络分析(图 13(c)),能很好地发现故障特征阶次值。

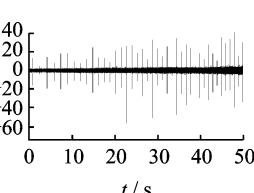
### 4.3 转速波动工况

为了更加贴近风力发电机实际工作工况,试验

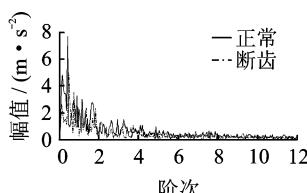
中采集了转速波动时的振动加速度信号。系统输入端速度、振动加速度信号以及阶次包络结构分别如



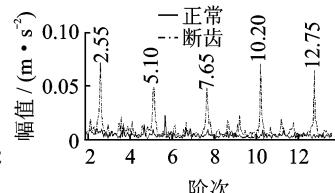
(a) 实测转速  
(a) The actual speed



(b) 行星轮故障时系统振动加速度信号  
(b) The acceleration signal of the system with planetary gear fault



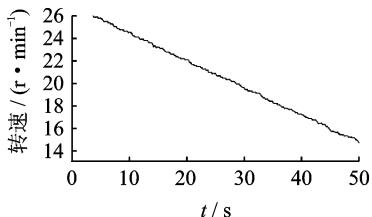
(c) 阶次结构对比  
(c) The comparison of the order spectrum



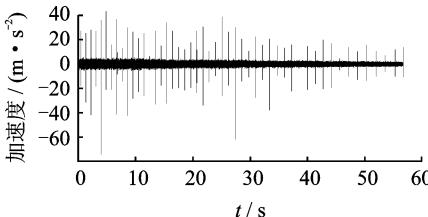
(d) 阶次包络结构对比  
(d) The comparison of the order envelope spectrum

图 12 转速上升工况试验

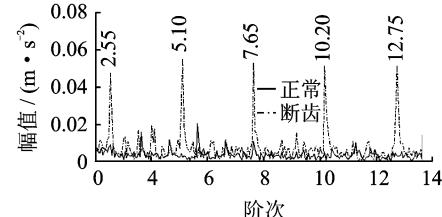
Fig. 12 The speed increases test of the gear system



(a) 实测转速  
(a) The actual speed



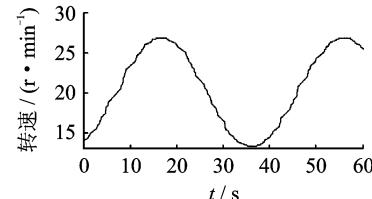
(b) 行星轮故障时系统振动加速度信号  
(b) The acceleration signal of the system with planetary gear fault



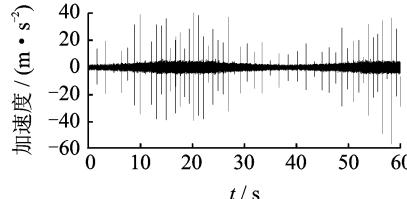
(c) 阶次包络结构对比  
(c) The comparison of the order envelope spectrum

图 13 转速下降工况试验

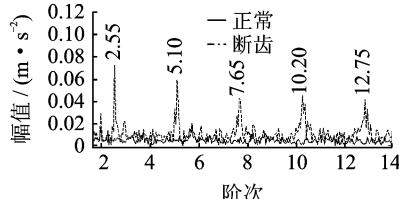
Fig. 13 The speed decreases test of the gear system



(a) 实测转速  
(a) The actual speed



(b) 行星轮故障时系统振动加速度信号  
(b) The acceleration signal of the system with planetary gear fault



(c) 阶次包络结构对比  
(c) The comparison of the order envelope spectrum

图 14 转速波动工况试验

Fig. 14 The speed variable test of the gear system

严重,但故障特征阶次仍然可见,可以作为故障判断及定位的依据。

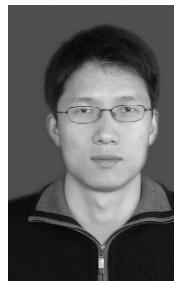
## 5 结束语

通过阶次包络分析方法,对动力学模型仿真得到的行星齿轮系统振动加速度信号进行分析,总结了不同部件(行星轮、太阳轮、齿圈)的故障特征阶次。通过试验表明:相比于阶次分析方法,阶次包络分析方法能更好地处理行星齿轮变转速工况下的故障诊断问题,研究成果为行星齿轮系统变转速工况下的故障诊断及定位提供了帮助。

## 参 考 文 献

- [1] 陈雪峰,李继猛,程航,等.风力发电机状态监测和故障诊断技术的研究与进展[J].机械工程学报,2011,47(9): 45-52.  
Chen Xuefeng, Li Jimeng, Cheng Hang, et al. Research and application of condition monitoring and fault diagnosis technology in wind turbines [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(9): 45-52. (in Chinese)
- [2] 冯志鹏,赵镭镭,褚福磊.行星齿轮箱齿轮局部故障振动频谱特征[J].中国电机工程学报,2013,33(5): 119-127.

- Feng Zhipeng, Zhao Leilei, Chu Fulei. Vibration spectral characteristics of localized gear fault of planetary gearboxes[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(5): 119-127. (in Chinese)
- [3] Lei Yaguo, Kong Detong, Lin Jing, et al. Fault detection of planetary gearboxes using new diagnostic parameters[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(8): 1-10.
- [4] 李辉, 郑海起, 唐力伟. 基于 EEMD 和 THT 的齿轮故障诊断方法[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(4): 496-500.
- Li Hui, Zheng Haiqi, Tang Liwei. Gear fault diagnosis based on ensemble empirical mode decomposition and Teager-Huang transform[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(4): 496-500. (in Chinese)
- [5] Meltzer G, Nguyen P D. Fault diagnosis in gears operating under non-stationary rotational speed using polar wavelet amplitude maps[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2004, 18(9): 985-992.
- [6] 冯志鹏, 范寅夕, Liang Ming, 等. 行星齿轮箱故障诊断的非平稳振动信号分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(6): 105-110.
- Feng Zhipeng, Fan Yinxi, Liang Ming, et al. A non-stationary vibration signal analysis method for fault diagnosis of planetary gearboxes[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(6): 105-110. (in Chinese)
- [7] Barszcz T, Randall R B. Application of spectral kurtosis for detection of a tooth crack in the planetary gear of a wind turbine[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(4): 1352-1365.
- [8] 张德祥, 汪萍, 吴小培, 等. 基于 EMD 和非线性峭度的齿轮故障诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(1): 56-61.
- Zhang Dexiang, Wang Ping, Wu Xiaopei, et al. Fault diagnosis of gear based on empirical mode decomposition and nonlinear kurtosis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(1): 56-61. (in Chinese)
- [9] Villa L F, Renones A, Peran J R, et al. Statistical fault diagnosis based on vibration analysis for gear test-bench under non-stationary conditions of speed and load[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 29(5): 436-446.
- [10] Fyfe K R, Munck D S. Analysis of computed order tracking[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1997, 11(2): 187-205.
- [11] Bossley K M, Mckendrick R J. Hybrid computed order tracking [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1999, 13(4): 627-641.
- [12] 李辉, 郑海起, 唐力伟. 基于倒阶次谱分析的齿轮故障诊断研究[J]. 振动与冲击, 2006, 25(5): 65-68.
- Li Hui, Zheng Haiqi, Tang Liwei. Gear fault diagnosis based on order cepstrum analysis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(5): 65-68. (in Chinese)
- [13] Cheng J S, Yu Y, Yu D J. The envelope order spectrum based on generalized demodulation time-frequency analysis and its application to gear fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(7): 508-521.
- [14] 康海英, 祁彦洁, 阎文, 等. 运用阶次跟踪和奇异谱降噪诊断齿轮早期故障[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(6): 662-664.
- Kang Haiying, Qi Yanjie, Yan Wen, et al. Early fault diagnosis of gear by order tracking and singular spectrum denoising[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 662-664. (in Chinese)
- [15] Hameed Z, Hong Y S, Cho Y M, et al. Condition monitoring and fault detection of wind turbines and related algorithms: a review[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2009, 13(1): 1-39.
- [16] Chaari F, Fakhfakh T, Hbaieb R, et al. Influence of manufacturing errors on the dynamic behavior of planetary gears [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 27(7): 738-746.
- [17] Guo Y, Parker R G. Dynamic modeling and analysis of a spur planetary gear involving tooth wedging and bearing clearance nonlinearity [J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2010, 29(6): 1022-1033.
- [18] Chaari F, Fakhfakh T, Haddar M. Analytical investigation on the effect of gear teeth faults on the dynamic response of a planetary gear set[J]. Noise & Vibration Worldwide, 2006, 37(8): 9-15.
- [19] 赵镭镭. 行星齿轮机构的故障诊断研究[D]. 北京: 北京科技大学, 2011.
- [20] Gui Yong, Han Qinkai, Li Zhen, et al. The fault characteristics of planetary gear system with tooth breakage[J]. Key Engineering Materials, 2013, 569-570(7): 489-496.



**第一作者简介:**桂勇,男,1981年4月生,博士生、讲师。主要研究方向为旋转机械故障诊断。曾发表《Detection and localization of tooth breakage fault on wind turbine planetary gear system considering gear manufacturing errors》(《Shock and Vibration》2014, Vol. 1, No. 1)等论文。

E-mail: gy8144@163.com