

# 不同模型计算动力总成刚体模态方法\*

刘晓昂<sup>1</sup>, 上官文斌<sup>1</sup>, 秦际宏<sup>2</sup>, 殷智宏<sup>1</sup>, 叶必军<sup>3</sup>

(1. 华南理工大学机械与汽车工程学院 广州, 510641) (2. 上汽通用五菱汽车股份有限公司 柳州, 545007)

(3. 宁波拓普集团股份有限公司 宁波, 315800)

**摘要** 首先,建立了由动力总成、车身和非簧载质量组成的 13 自由度整车模型,推导了整车模型的运动微分方程;然后,分别建立了车身 3 自由度模型、动力总成 6 自由度模型、车身和非簧载质量组成的 7 自由度平顺性分析模型及动力总成和车身组成的 9 自由度平顺性分析模型,给出了各简化模型的运动微分方程;最后,分别利用上述不同自由度的模型计算并对比分析了动力总成的固有频率和能量分布、车身和非簧载质量的固有频率。计算结果表明,动力总成 6 自由度模型计算的动力总成固有频率与实际频率存在差异;计算车身固有频率时需考虑动力总成的质量和转动惯量;各模型计算的非簧载质量固有频率基本一致;13 自由度模型计算的动力总成、车身和非簧载质量的固有频率更加准确,对整车振动与噪声研究具有很大的参考价值。

**关键词** 动力总成;固有频率;计算模型;悬置系统

**中图分类号** TH113.1; U461.1; O32

## 引言

汽车动力总成悬置系统是指动力总成与车架或车身之间的弹性连接系统,包括汽车动力总成和悬置元件,该系统设计的优劣直接影响整车的振动与噪声性能。近年来,随着汽车 NVH 性能(noise, vibration, harshness, 简称 NVH)要求的不断提高,悬置系统在汽车 NVH 中的地位越来越突出<sup>[1-3]</sup>。

目前在进行悬置系统的刚体模态和模态能量分布时,大都基于 6 自由度模型。通过对动力总成 6 阶刚体模态和模态能量的要求,优化确定各悬置在其局部坐标系下各方向线性段的刚度、安装位置和安装方位<sup>[4-5]</sup>。悬置在其局部坐标系中各个方向非线性段刚度和拐点的坐标,由对动力总成位移控制的要求确定<sup>[6]</sup>。为了表征车身的弹性, Ashrafi-uo<sup>[7-8]</sup>将悬置系统建立在弹性基础上,使得悬置系统传递到车身的力最小,得到优化后的各悬置刚度和安装方位。为了研究不同模型对计算动力总成刚体模态的影响, Sirafi 等<sup>[9]</sup>采用 5 种不同模型,分别计算分析了各模型下动力总成的各阶固有频率,研究了各个模型对动力总成固有频率的影响。王峰等<sup>[10]</sup>建立了动力总成-整车悬置系统 13 自由度数

学模型,但并未涉及与 3, 7, 9 自由度模型的对比和各模型的适用范围。

笔者考虑了悬置、悬架和车轮的刚度和阻尼,建立了由动力总成、车身和非簧载质量组成的 13 自由度整车模型。目前广泛应用于悬置系统设计计算分析的 6 自由度模型、不考虑悬置系统的 7 自由度汽车平顺性分析模型(车身 3 个自由度、非簧载质量 4 个自由度),和考虑车身和动力总成悬置系统的 9 自由度平顺性分析模型(忽略非簧载质量)均为笔者推导的 13 自由度模型的特例。

利用建立的 6, 9, 13 自由度模型,计算与对比分析了动力总成固有频率和模态能量分布。利用 3, 7, 9, 13 自由度模型计算与对比分析了车身固有频率。利用 7, 13 自由度模型计算与对比分析了非簧载质量的固有频率。研究表明,由 9, 13 自由度模型计算得到的动力总成的固有频率和模态能量分布的结果接近,但是需要更多的输入参数。而目前广泛利用的 6 自由度模型,由于忽略了车身质量、悬架的刚度等,因此计算得到的动力总成刚体模态和能量分布与 9, 13 自由度模型的计算结果有一定差异。但是 6 自由度模型所需要的输入参数较少,在动力总成悬置系统的设计初期,可以用来进行悬置系统的计算分析。

\* 国家自然科学基金青年基金资助项目(51305139);中央高校基本科研业务费面上资助项目(2013ZM0016)  
收稿日期:2014-07-31;修回日期:2014-10-27

# 1 考虑悬置系统的汽车 13 自由度分析模型

## 1.1 基本定义

在路面和动力总成的激励下,考虑悬置、悬架和车轮的刚度与阻尼,建立由动力总成、车身和非簧载质量组成的 13 自由度整车分析模型,如图 1 所示。该模型中考虑了动力总成的 6 个自由度、车身的 3 个自由度(垂向、侧倾和俯仰)及 4 个非簧载质量在垂向的自由度。静平衡时,在动力总成质心、车身质心和非簧载质量质心处分别建立坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$ 、 $O_b-x_b y_b z_b$  和  $O_{uj}-x_{uj} y_{uj} z_{uj}$  ( $j=1,2,3,4$ ,其中 1,2,3,4 分别代表左前轮、右前轮、左后轮、右后轮,下同)。图 1 中, $O_o-x_o y_o z_o$  为整车坐标系, $x_o$  指向汽车后方, $z_o$  垂直向上, $y_o$  由右手规则确定。 $x_p, x_b, x_{ui}$  分别与  $x_o$  平行, $y_p, y_b, y_{ui}$  分别与  $y_o$  平行, $z_p, z_b, z_{ui}$  分别与  $z_o$  平行。在静平衡位置时, $O_o-x_o y_o z_o, O_p-x_p y_p z_p, O_b-x_b y_b z_b$  和  $O_{uj}-x_{uj} y_{uj} z_{uj}$  的固定坐标系与动坐标系重合。

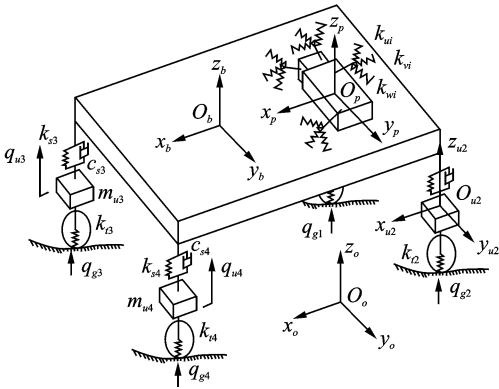


图 1 13 自由度整车模型示意图

Fig. 1 A 13 degrees of freedom (DOFs) model

在第  $i$  个悬置 ( $i=1,2,\dots,n$ ) 的弹性中心建立局部坐标系  $O_i-u_i v_i w_i$  ( $u_i, v_i$  和  $w_i$  方向为悬置  $i$  的 3 个弹性主轴方向)。定义悬置与动力总成的连接点为悬上点,与车身的连接点为悬下点。悬置  $i$  的弹性中心在动力总成质心坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  和车身质心坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  中的位置矢量分别为  $r_{mi}^p$  和  $r_{mi}^b$ ,悬架  $j$  ( $j=1,2,3,4$ ) 与车身的连接点在车身质心坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  中的位置矢量为  $r_{sj}^b$ ,上标  $p, b$  分别表示变量的值定义在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  和  $O_b-x_b y_b z_b$  下。

## 1.2 动力总成的振动方程

悬置  $i$  在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  中的变形  $d_{mi}^p$  为

$$d_{mi}^p = [I \vdots -\tilde{r}_{mi}^p] q_p - [I \vdots -\tilde{r}_{mi}^b] q_b^* \quad (1)$$

其中:  $I$  为  $3 \times 3$  的单位矩阵;  $\tilde{r}_{mi}^p, \tilde{r}_{mi}^b$  分别为位置矢量  $r_{mi}^p, r_{mi}^b$  的反对称矩阵<sup>[6]</sup>;  $q_p$  为动力总成质心在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  中的位移矩阵<sup>[3]</sup>,  $q_b^* = (x_b \ y_b \ z_b \ \alpha_b \ \beta_b \ \gamma_b)^T$  为车身质心在 6 个自由度下的位移矩阵,其中,  $x_b, y_b, \gamma_b$  为 0。

悬置  $i$  在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  中受到的力为  $F_{pmi}^p$ , 则悬置  $i$  对动力总成的反力  $F_{pmi}$  和反力矩  $M_{pmi}$  为

$$\begin{Bmatrix} F_{pmi} \\ M_{pmi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_{pmi}^p \\ \tilde{r}_{mi}^p (-F_{pmi}^p) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -k_{mi}^p d_{mi}^p \\ \tilde{r}_{mi}^p (-k_{mi}^p d_{mi}^p) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

其中:  $k_{mi}^p = A_i^{pT} k_i A_i^p$  为悬置  $i$  在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  下的复刚度矩阵;  $k_i = \text{diag}(k_{ui}, k_{vi}, k_{wi})$  为悬置  $i$  在其局部坐标系  $O_i-u_i v_i w_i$  下的复刚度矩阵;  $k_{ui}, k_{vi}, k_{wi}$  分别为悬置  $i$  在坐标系  $O_i-u_i v_i w_i$  下的三向的复刚度;  $A_i^p$  为从  $O_p-x_p y_p z_p$  到  $O_i-u_i v_i w_i$  的方向余弦矩阵<sup>[6]</sup>。

若不考虑车身纵向、横向和横摆 3 个自由度,即

$q_b = (z_b \ \alpha_b \ \beta_b)^T$ , 整理得到

$$\begin{Bmatrix} F_{pmi} \\ M_{pmi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [-k_{mi}^p \vdots k_{mi}^p \tilde{r}_{mi}^p] q_p + k_{mi}^p R_{mi}^b q_b \\ [-\tilde{r}_{mi}^p k_{mi}^p \vdots \tilde{r}_{mi}^p k_{mi}^p \tilde{r}_{mi}^p] q_p + \tilde{r}_{mi}^p k_{mi}^p R_{mi}^b q_b \end{Bmatrix} \quad (3)$$

其中:  $R_{mi}$  是由式(1)中的  $[I \vdots -\tilde{r}_{mi}^p]$  消去第 1, 2, 6 列得到, 即

$$R_{mi}^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & z_{mi}^b \\ 0 & -z_{mi}^b & 0 \\ 1 & y_{mi}^b & -x_{mi}^b \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中:  $x_{mi}^b, y_{mi}^b, z_{mi}^b$  分别为悬置  $i$  在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  中的坐标。

已知动力总成受到的激励  $F_p = (F_{px} \ F_{py} \ F_{pz} \ M_{px} \ M_{py} \ M_{pz})^T$ , 只考虑车身在垂向、侧倾和俯仰三个方向自由度, 根据牛顿第二定律, 动力总成在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  中的振动方程为

$$M_p \ddot{q}_p + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n k_{mi}^p & \sum_{i=1}^n -k_{mi}^p \tilde{r}_{mi}^p \\ \sum_{i=1}^n \tilde{r}_{mi}^p k_{mi}^p & \sum_{i=1}^n -\tilde{r}_{mi}^p k_{mi}^p \tilde{r}_{mi}^p \end{bmatrix} q_p +$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n -k_{mi}^p \mathbf{R}_{mi}^b \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n -\tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p k_{mi}^p \mathbf{R}_{mi}^b \end{bmatrix} \mathbf{q}_b = \mathbf{F}_b \quad (5)$$

其中: $n$ 为悬置的总数; $\mathbf{M}_p$ 为动力总成在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  中的质量矩阵,与 6 自由度动力总成悬置系统的质量矩阵相同<sup>[3]</sup>。

令

$$\mathbf{K}_{pp} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n k_{mi}^p & \sum_{i=1}^n -k_{mi}^p \tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p \\ \sum_{i=1}^n \tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p k_{mi}^p & \sum_{i=1}^n -\tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p k_{mi}^p \tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{pb} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n -k_{mi}^p \mathbf{R}_{mi}^b \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n -\tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p k_{mi}^p \mathbf{R}_{mi}^b \end{bmatrix}$$

则动力总成在坐标系  $O_p-x_p y_p z_p$  中的振动方程可以写成

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{K}_{pp} \mathbf{q}_p + \mathbf{K}_{pb} \mathbf{q}_b = \mathbf{F}_p \quad (7)$$

### 1.3 车身的振动方程

车身的振动模型如图 2 示,只考虑其垂向、侧倾和俯仰 3 个方向的自由度。从图中可知,动力总成的激励力通过悬置向车身传递,路面的位移激励通过轮胎、非簧载质量、悬架向车身传递,因此,车身同时受到  $n$  个悬置和 4 个悬架对其的作用力。

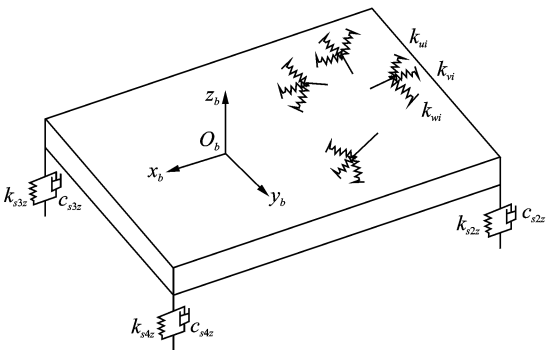


图 2 车身模型

Fig. 2 The car body model

#### 1.3.1 悬置对车身的的作用力

悬置对车身的的作用力与式(2)中悬置对动力总成的作用力大小相等,方向相反。由于只考虑车身受到的沿  $z_b$  方向的力和绕  $x_b, y_b$  方向的力矩,则悬置  $i$  对车身的的作用力  $\mathbf{F}_{bmi}$  和力矩  $\mathbf{M}_{bmi}$  为

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{bmi} \\ \mathbf{M}_{bmi} \end{Bmatrix} = -\mathbf{R}_{mi}^b \mathbf{T} k_{mi}^b \mathbf{R}_{mi}^b \mathbf{q}_b + [\mathbf{R}_{mi}^b \mathbf{T} k_{mi}^b \dots -\mathbf{R}_{mi}^b \mathbf{T} k_{mi}^b \tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p] \mathbf{q}_p \quad (8)$$

其中: $k_{mi}^b = \mathbf{A}_i^b \mathbf{T} k_i \mathbf{A}_i^b$  为悬置  $i$  在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  下的复刚度矩阵; $\mathbf{A}_i^b$  为从  $O_b-x_b y_b z_b$  到  $O_i-u_i v_i w_i$  的方向余弦矩阵。

#### 1.3.2 悬架对车身的的作用力

悬架  $j$  在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  下的变形  $d_{sj}^b$  为

$$d_{sj}^b = [\mathbf{I} \dots -\tilde{\mathbf{r}}_{sj}^b] \mathbf{q}_b^* - \mathbf{I} \mathbf{q}_{uj}^* \quad (9)$$

其中: $\tilde{\mathbf{r}}_{sj}^b$  为  $\mathbf{r}_{sj}^b$  的反对称矩阵; $\mathbf{q}_{uj}^* = (x_{uj} \ y_{uj} \ z_{uj})^T$  为第  $j$  个非簧载质量在三个方向的平动位移。

由于只考虑非簧载质量在垂向的自由度,因此  $q_{uj} = z_{uj}$  为令  $\mathbf{q}_{uj}^* = (x_{uj} \ y_{uj} \ z_{uj})^T$  中  $x_{uj}, y_{uj}$  为 0 时的特例。

悬架  $j$  在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  下受到的力为  $\mathbf{F}_{bsj}^b$ , 则第  $j$  个悬架对车身的反力  $\mathbf{F}_{bsj}$  和反力矩  $\mathbf{M}_{bsj}$  为

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{bsj} \\ \mathbf{M}_{bsj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{F}_{bsj}^b \\ \tilde{\mathbf{r}}_{sj}^b (-\mathbf{F}_{bsj}^b) \end{Bmatrix} = -[\mathbf{I} \dots -\tilde{\mathbf{r}}_{sj}^b] \mathbf{k}_{sj}^b [\mathbf{P} \mathbf{I} \dots -\tilde{\mathbf{r}}_{sj}^b] \mathbf{q}_b^* + [\mathbf{I} \dots \tilde{\mathbf{r}}_{sj}^b] \mathbf{k}_{sj}^b \mathbf{q}_{uj}^* \quad (10)$$

其中: $\mathbf{k}_{sj}^b = \text{diag}(k_{sjx}, k_{sjy}, k_{sjz})$  为第  $j$  个悬架在  $O_b-x_b y_b z_b$  下的刚度矩阵; $k_{sjx}, k_{sjy}, k_{sjz}$  分别为第  $j$  个悬架在坐标系  $O_{uj}-x_{uj} y_{uj} z_{uj}$  下的三向刚度。

由于笔者只考虑悬架的垂向刚度,因此  $\mathbf{k}_{sj}^b = k_{sjz}$ ,只考虑车身受到的沿  $z_b$  方向的力和绕  $x_b, y_b$  方向的力矩,则  $\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{bsj} \\ \mathbf{M}_{bsj} \end{Bmatrix}$  中的第 1, 2, 6 行可消去,再将  $\mathbf{q}_b$  和  $\mathbf{q}_{uj}$  代入,则式(10)可整理为

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{bsj} \\ \mathbf{M}_{bsj} \end{Bmatrix} = -\mathbf{R}_{sj}^b k_{sjz} \mathbf{R}_{sj}^b \mathbf{T} \mathbf{q}_b + \mathbf{R}_{sj}^b k_{sjz} \mathbf{q}_{uj} \quad (11)$$

其中: $\mathbf{R}_{sj}^b = (1 \ y_{sj}^b \ -x_{sj}^b)^T$ ,  $x_{sj}^b, y_{sj}^b$  分别为悬架  $j$  在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  中的坐标。

由悬架阻尼  $c_{sjz}$  产生的对车身的反力和反力矩与上述悬架刚度  $k_{sjz}$  的推导过程类似,不再赘述。

#### 1.3.3 车身的振动方程

在  $n$  个悬置和 4 个悬架的共同作用下,根据牛顿第二定律,结合式(8)、(11),车身在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  下的振动方程为

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{q}}_b + \left( \sum_{j=1}^4 \mathbf{R}_{sj}^b k_{sjz} \mathbf{R}_{sj}^b \mathbf{T} + \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{mi}^b \mathbf{T} k_{mi}^b \mathbf{R}_{mi}^b \right) \mathbf{q}_b + \left( \sum_{j=1}^4 \mathbf{R}_{sj}^b c_{sjz} \mathbf{R}_{sj}^b \mathbf{T} \right) \dot{\mathbf{q}}_b - \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{mi}^b \mathbf{T} k_{mi}^b \dots \sum_{i=1}^n -\mathbf{R}_{mi}^b \mathbf{T} k_{mi}^b \tilde{\mathbf{r}}_{mi}^p \right] \mathbf{q}_p =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{s1}^b c_{s1z}, \mathbf{R}_{s2}^b c_{s2z}, \mathbf{R}_{s3}^b c_{s3z}, \mathbf{R}_{s4}^b c_{s4z} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_u - \\ \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{s1}^b k_{s1z}, \mathbf{R}_{s2}^b k_{s2z}, \mathbf{R}_{s3}^b k_{s3z}, \mathbf{R}_{s4}^b k_{s4z} \end{bmatrix} \mathbf{q}_u = \mathbf{0} \quad (12)$$

其中:  $\mathbf{q}_u = (q_{u1} \ q_{u2} \ q_{u3} \ q_{u4})^T$  为4个非簧载质量质心的位移;  $M_b$  为车身在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  下的质量矩阵。

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} m_b & & & \\ & I_{bxx} & -I_{bxy} & \\ & -I_{bxy} & I_{byy} & \\ & & & \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中:  $m_b, I_{bxx}, I_{bxy}, I_{byy}$  分别为车身在坐标系  $O_b-x_b y_b z_b$  下的质量和惯性参数。

令

$$\mathbf{K}_{lb} = \left( \sum_{j=1}^4 \mathbf{R}_{sj}^b k_{sjz} \mathbf{R}_{sj}^{bT} + \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{mi}^b k_{mi}^b \mathbf{R}_{mi}^{bT} \right)$$

$$\mathbf{K}_{bu} = - \left[ \mathbf{R}_{s1}^b k_{s1z}, \mathbf{R}_{s2}^b k_{s2z}, \mathbf{R}_{s3}^b k_{s3z}, \mathbf{R}_{s4}^b k_{s4z} \right]$$

$$\mathbf{K}_{bp} = \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{mi}^b k_{mi}^b \mathbf{R}_{mi}^{bT} \quad \vdots \quad \sum_{i=1}^n -\mathbf{R}_{mi}^b k_{mi}^b \mathbf{R}_{mi}^{bT} \right]$$

$$\mathbf{C}_{lb} = \left( \sum_{j=1}^4 \mathbf{R}_{sj}^b c_{sjz} \mathbf{R}_{sj}^{bT} \right)$$

$$\mathbf{C}_{bu} = - \left[ \mathbf{R}_{s1}^b c_{s1z}, \mathbf{R}_{s2}^b c_{s2z}, \mathbf{R}_{s3}^b c_{s3z}, \mathbf{R}_{s4}^b c_{s4z} \right]$$

则车身的振动方程为

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{q}}_b + \mathbf{K}_{lb} \mathbf{q}_b + \mathbf{C}_{lb} \dot{\mathbf{q}}_b + \mathbf{C}_{bu} \dot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{K}_{bu} \mathbf{q}_u + \mathbf{K}_{bp} \mathbf{q}_p = \mathbf{0} \quad (14)$$

#### 1.4 非簧载质量的振动方程

每个非簧载质量在垂向的振动模型如图3示。从图中可以看出,来自路面的激励通过车轮向非簧载质量传递,来自发动机的振动通过悬架、车身、悬架向非簧载质量传递。因此,非簧载质量同时受到来自悬架和车轮两部分的作用力。

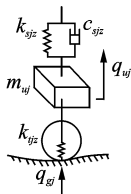


图3 非簧载质量模型

Fig.3 The unsprung mass model

路面的位移激励为  $\mathbf{q}_g = (q_{g1} \ q_{g2} \ q_{g3} \ q_{g4})^T$ , 根据单自由度系统的振动分析方法得到每个非簧载质量的振动方程:

$$m_{uj} \ddot{q}_{uj} + k_{tjz} (q_{uj} - q_{gj}) + \\ k_{sjz} (q_{uj} - q_{sj}) + c_{sjz} (\dot{q}_{uj} - \dot{q}_{sj}) = 0 \quad (15)$$

其中:  $m_{uj}$  为非簧载质量  $j$  的质量;  $k_{tjz}$  为轮胎  $j$  的垂

向刚度;  $q_{gj}$  为轮胎  $j$  受到的路面激励的垂向位移。

式(9)中给出了悬架  $j$  的变形表达式,由于只考虑悬架和非簧载质量在垂向的自由度及车身在垂向、侧倾、俯仰三个方向的自由度,悬架  $j$  在坐标系  $O_{uj}-x_{uj} y_{uj} z_{uj}$  下的垂向位移  $q_{sj}$  为

$$q_{sj} = q_{uj} - \mathbf{R}_{sj}^{bT} \mathbf{q}_b \quad (16)$$

因此,4个非簧载质量的振动方程为

$$\begin{bmatrix} m_{u1} \\ m_{u2} \\ m_{u3} \\ m_{u4} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_u + \begin{bmatrix} k_{s1z} + k_{t1z} & & & \\ & k_{s2z} + k_{t2z} & & \\ & & k_{s3z} + k_{t3z} & \\ & & & k_{s4z} + k_{t4z} \end{bmatrix} \mathbf{q}_u + \begin{bmatrix} -k_{s1z} \mathbf{R}_{s1}^T \\ -k_{s2z} \mathbf{R}_{s2}^T \\ -k_{s3z} \mathbf{R}_{s3}^T \\ -k_{s4z} \mathbf{R}_{s4}^T \end{bmatrix} \mathbf{q}_b + \begin{bmatrix} c_{s1z} \\ c_{s2z} \\ c_{s3z} \\ c_{s4z} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_u + \begin{bmatrix} -c_{s1z} \mathbf{R}_{s1}^T \\ -c_{s2z} \mathbf{R}_{s2}^T \\ -c_{s3z} \mathbf{R}_{s3}^T \\ -c_{s4z} \mathbf{R}_{s4}^T \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_b = \begin{bmatrix} k_{t1z} \\ k_{t2z} \\ k_{t3z} \\ k_{t4z} \end{bmatrix} \mathbf{q}_g \quad (17)$$

令

$$\mathbf{M}_u = \begin{bmatrix} m_{u1} \\ m_{u2} \\ m_{u3} \\ m_{u4} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_{uu} = \begin{bmatrix} k_{s1z} + k_{t1z} & & & \\ & k_{s2z} + k_{t2z} & & \\ & & k_{s3z} + k_{t3z} & \\ & & & k_{s4z} + k_{t4z} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{K}_{ub} = \begin{bmatrix} -k_{s1z} \mathbf{R}_{s1}^T \\ -k_{s2z} \mathbf{R}_{s2}^T \\ -k_{s3z} \mathbf{R}_{s3}^T \\ -k_{s4z} \mathbf{R}_{s4}^T \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{uu} = \begin{bmatrix} c_{s1z} \\ c_{s2z} \\ c_{s3z} \\ c_{s4z} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{C}_{ub} = \begin{bmatrix} -c_{s1z} \mathbf{R}_{s1}^T \\ -c_{s2z} \mathbf{R}_{s2}^T \\ -c_{s3z} \mathbf{R}_{s3}^T \\ -c_{s4z} \mathbf{R}_{s4}^T \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}_g = \begin{bmatrix} k_{t1z} \\ k_{t2z} \\ k_{t3z} \\ k_{t4z} \end{bmatrix} \mathbf{q}_g$$

则非簧载质量的振动方程整理为

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{q}_u + \mathbf{K}_{ub} \mathbf{q}_b + \mathbf{C}_{uu} \dot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{C}_{ub} \dot{\mathbf{q}}_b = \mathbf{F}_g \quad (18)$$

### 1.5 汽车 13 自由度动力学分析模型

分别对动力总成、车身和非簧载质量进行振动分析后,将式(7),(14)和(18)联立,可得到 13 自由度模型的振动方程

$$M_{13}\ddot{q}_{13} + C_{13}\dot{q}_{13} + K_{13}q_{13} = F_{13} \quad (19)$$

其中

$$M_{13} = \begin{bmatrix} M_p & & \\ & M_b & \\ & & M_u \end{bmatrix}; C_{13} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{ib} & C_{bu} \\ \mathbf{0} & C_{ub} & C_{uu} \end{bmatrix};$$

$$K_{13} = \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{pb} & \mathbf{0} \\ K_{bp} & K_{bb} & K_{bu} \\ \mathbf{0} & K_{ub} & K_{uu} \end{bmatrix}; q_{13} = \begin{bmatrix} q_p \\ q_b \\ q_u \end{bmatrix}; F_{13} = \begin{bmatrix} F_p \\ \mathbf{0} \\ F_g \end{bmatrix}$$

在车辆系统动力学的研究中,还有其他几种常见的动力学分析模型,如表 1 所示。表中“1”表示组合模型中包含 1 个该子模型,“0”表示组合模型中不包含该子模型。表中组合得到的各自由度模型均为 13 自由度整车模型的特例。因此,它们的振动方程的形式与式(19)完全相同,只是其中各矩阵中每个元素的有无、元素的数值大小需要根据每个实际模型单独分析。

表 1 模型的组合方式

Tab. 1 The combinations of other models

动力总成模型 (6 自由度)	车身模型 (3 自由度)	非簧载质量模型 (4 自由度)	组合模型 自由度
1	0	0	6
1	1	0	9
1	1	1	13
0	1	0	3
0	1	1	7

## 2 应用实例

### 2.1 已知参数

一汽车的动力总成横向布置,由右悬置、左悬置和防扭拉杆支承。按照文献[3]中的方法,把防扭拉杆等效成一个单点悬置,此时防扭拉杆的模型为单

点模型。动力总成、车身及单个非簧载的质量分别为 169,892 和 21.9 kg。动力总成和车身在其质心坐标系下的惯性参数如表 2 所示。各悬架的安装位置、刚度和阻尼如表 3 所示。各车轮刚度均为 180 N/mm。各悬置静刚度值见表 4,橡胶悬置的动静比为 1.2,滞后角为 6°。

表 2 动力总成和车身的惯性参数

Tab. 2 Moment of inertia of the powertrain and car body

对象	$I_{xx}$	$I_{yy}$	$I_{zz}$	$I_{xy}$	$I_{yz}$	$I_{xz}$
动力总成	11.68	5.57	11.21	-1.11	-2.20	0.38
车身	501.91	1 229.90		290.37		

表 3 各悬架的安装位置、刚度及阻尼

Tab. 3 Unsprung locations and suspension stiffness and damping

悬架	汽车坐标系下的坐标/mm			刚度/ (N·mm <sup>-1</sup> )	阻尼/ (N·s·mm <sup>-1</sup> )
	x	y	z		
左前悬	538.8	-748.3	22.8	21.2	1.69
右前悬	538.8	748.3	22.8	21.2	1.69
左后悬 3	041.1	-741.5	-3.44	20.1	1.09
右后悬 3	041.1	741.5	-3.44	20.1	1.09

表 4 各悬置的设计静刚度

Tab. 4 Optimized mount stiffness

悬置	局部坐标系		
	$k_u$	$k_v$	$k_w$
右悬置	112	104	125
左悬置	142	143	152
防扭拉杆	109	7	7

### 2.2 各子模型刚体模态的计算分析

根据表 4 中各悬置静刚度及 2.1 节中的已知参数,分别计算出 6 自由度、9 自由度和 13 自由度模型中动力总成的各阶固有频率,计算结果见表 5。由式(19)计算得到的为动力总成各阶模态能量在 13 阶模态中的能量分布,在计算动力总成的模态能量分布时,仅仅利用动力总成的 6 阶振型来计算模态能量分布,计算结果如表 5 示。

表 5 动力总成固有频率和模态能量分布的计算结果

Tab. 5 Natural frequencies and mode energy of powertrain

模型	频率/Hz						模态能量分布/%					
	纵向	横向	垂向	侧倾	俯仰	横摆	纵向	横向	垂向	侧倾	俯仰	横摆
6 自由度	7.68	6.36	7.04	14.60	10.13	12.11	85.47	91.58	87.51	62.25	93.03	57.74
9 自由度	7.67	6.48	9.07	14.68	10.14	12.16	90.55	97.06	95.31	64.09	92.74	60.34
13 自由度	7.67	6.48	9.05	14.68	10.14	12.16	90.56	97.06	95.36	64.06	92.75	60.33

对比表5中各模型计算的动力总成固有频率,可以看出,传统的6自由度模型计算的动力总成固有频率与13自由度模型计算得到的固有频率在垂直方向上存在2.01 Hz的差异,其他5个方向固有频率的计算结果基本一致。垂直方向固有频率计算结果的差异,主要原因是由于6自由度悬置系统模型将车身视为无限大的刚体。9自由度模型计算结果与13自由度模型计算结果基本一致。因此,在已知车身相关参数、且不考虑路面激励的情况下,可采用9自由度模型代替13自由度模型计算动力总成固有频率。

分别利用3,7,9和13自由度模型,计算车身固有频率,计算结果见表6。由表中可知,7自由度(不考虑动力总成质量及惯性参数)、3自由度(不考虑动力总成质量及惯性参数)模型计算得到的车身固有频率与由13自由度模型计算得到的各阶固有频率相比,最大差值分别为0.73和0.84 Hz。9自由度、7自由度(考虑动力总成质量及惯性参数)、3自由度(考虑动力总成质量及惯性参数)模型计算得到的车身固有频率与由13自由度模型计算得到的各阶固有频率相比,最大差值分别为0.09,0.01和0.1 Hz。从工程应用的角度,可以利用3自由度模型(考虑动力总成质量及惯性参数)、7自由度模型(考虑动力总成质量及惯性参数)和9自由度模型计算车身的固有频率。

表6 车身固有频率的计算结果

Tab. 6 Natural frequencies of car body		Hz		
模 型	垂向	侧倾	俯仰	
3 自由度 (不考虑动力总成质量及惯性参数)	1.63	1.25	2.01	
3 自由度 (考虑动力总成质量及惯性参数)	1.41	1.79	1.24	
7 自由度 (不考虑动力总成质量及惯性参数)	1.54	1.18	1.90	
7 自由度 (考虑动力总成质量及惯性参数)	1.34	1.69	1.17	
9 自由度	1.41	1.78	1.23	
13 自由度	1.33	1.69	1.17	

分别利用7和13自由度模型计算非簧载质量的固有频率,计算结果见表7示。由表7可以看出,7自由度模型计算的各阶固有频率与13自由度模型计算得到的固有频率基本一致,且考虑动力总成质量及惯性参数与否,对非簧载质量固有频率影响不大。

表7 各模型计算的非簧载质量固有频率

Tab. 7 Natural frequencies of unsprung mass		Hz			
模 型	左前	右前	左后	右后	
7 自由度(不考虑动力总成质量及惯性参数)	15.26	15.27	15.22	15.22	
7 自由度(考虑动力总成质量及惯性参数)	15.26	15.26	15.22	15.22	
13 自由度	15.26	15.27	15.22	15.22	

通过上述计算分析可见,13自由度整车模型计算的动力总成固有频率及模态能量分布、车身及非簧载质量的固有频率更加准确,该模型不但考虑了动力总成、车身及非簧载质量的质量及惯性参数,还考虑了悬置系统、悬架及车轮的刚度和阻尼,与其他模型相比,在模型完整性上能更加全面地反映整车特性,更适用于整车振动与噪声分析。在汽车初始设计阶段,由于参数可能不全,可利用传统的6自由度悬置系统模型计算动力总成的固有频率,利用7自由度车身系统的模型计算车身和非簧载质量的固有频率。

### 2.3 计算结果分析

为了解释不同模型计算得到的动力总成在Z方向固有频率的差异,以图4所示的2自由度模型对计算结果进行分析。

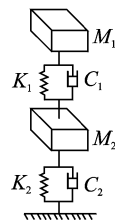


图4 两自由度振动模型

Fig. 4 A two DOFs model

当  $M_1 \gg M_2$ ,  $K_2 \gg K_1$  时,车身( $M_1$ )、非簧载质量( $M_2$ )的偏频分别与其固有频率基本一致<sup>[11]</sup>。在本研究计算实例中,车身的质量与4个非簧载质量的比值( $M_1/M_2$ )为10,轮胎的刚度与悬架的刚度比值( $K_2/K_1$ )为9,基本满足  $M_1 \gg M_2$ ,  $K_2 \gg K_1$ 。因此,表6中3自由度(不考虑动力总成质量及惯性参数)模型计算的车身各阶固有频率与7自由度(不考虑动力总成质量及惯性参数)模型计算的车身各阶固有频率差值分别为0.09,0.07,0.11 Hz。3自由度模型计算的固有频率相当于7自由度模型的偏频,满足偏频与固有频率基本一致的原则。

由表5可见,利用6自由度模型和9自由度模型,计算的动力总成垂向固有频率存在2.03 Hz的差异,这是因为动力总成的质量( $M_1$ )与车身的质量( $M_2$ )比值( $M_1/M_2$ )为0.2,4个悬架的刚度与3个悬置的 $z$ 方向的刚度比( $K_2/K_1$ )为0.1,不满足 $M_1 \gg M_2$ ,  $K_2 \gg K_1$ 条件。6自由度模型计算的固有频率相当于9自由度模型的偏频,因此偏频和固有频率有差异。

### 3 结束语

笔者建立了由动力总成、车身和非簧载质量组成的13自由度整车模型。目前广泛应用于悬置系统设计计算分析6自由度模型、不考虑悬置系统的7自由度汽车平顺性分析模型(车身3个自由度、非簧载质量4个自由度),和考虑车身和悬置系统的9自由度平顺性分析模型(忽略非簧载质量)均为笔者推导的13自由度模型的特例。

利用建立的6,9,13自由度模型,计算与对比分析了动力总成固有频率和模态能量分布。利用3,7,9,13自由度模型计算与对比分析了车身固有频率。利用7,13自由度模型计算与对比分析了非簧载质量的固有频率。计算结果表明,与其他模型相比,13自由度模型计算得出的动力总成、车身和非簧载质量的固有频率更加准确,更适合用于整车振动与噪声研究。在汽车初始设计阶段,由于参数可能不全,可利用传统的6自由度悬置系统模型计算动力总成的固有频率,利用7自由度车身系统的模型计算车身和非簧载质量的固有频率,但6自由度模型计算的动力总成固有频率与其实际频率存在差异。

### 参 考 文 献

- [1] Shanguan W B. Engine mounts and powertrain mounting systems: a review[J]. International Journal of Vehicle Design, 2009, 49(4): 237-258.
- [2] Pollack M, Govindswamy K, Wellmann T, et al. NVH refinement of diesel powered sedans with special emphasis on diesel clatter noise and powertrain harshness[R]. Saint Charles, United States: SAE International, 2007.
- [3] Shanguan Wenbin, Chen Daming. A method for calculating the displacements of a powertrain and mounts

in a powertrain mounting system including torque struts under quasi-static loads[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part d: Journal of Automobile Engineering, 2012, 226(5): 634-647.

- [4] 阎红玉,徐石安. 发动机-悬置系统的能量法解耦及优化设计[J]. 汽车工程, 1993, 15(6): 321-328.  
Yan Hongyu, Xu Shian. Energy method of decoupling and computer optimization of engine mounting systems [J]. Automotive Engineering, 1993, 15(6): 321-328. (in Chinese)
- [5] 徐石安. 汽车发动机弹性支承的解耦方法[J]. 汽车工程, 1995, 17(4): 198-204.  
Xu Shian. Vibration isolation and decoupling technique of engine-mount on vehicles[J]. Automotive Engineering, 1995, 17(4): 198-204. (in Chinese)
- [6] Shanguan Wenbin, Hou Zhichao. Strategies and calculation methods for automotive powertrain motion control under quasi-static loads[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part d: Journal of Automobile Engineering, 2006, 220(8): 1131-1138.
- [7] Ashrafiun H. Optimal design of vibration absorber systems supported by elastic base[J]. Journal of Vibration and Acoustic, 1992, 114(2): 280-282.
- [8] Ashrafiun H. Design optimization of aircraft engine-mount systems[J]. Journal of Vibration and Acoustic, 1993, 115(4): 463-467.
- [9] Sirafi M, Qatu M. Accurate modeling for the powertrain and subframe modes[R]. Traverse City, MI, United States: SAE International, 2003.
- [10] 王峰,靳永军,张建武. 基于整车模型的动力总成悬置振动仿真及优化[J]. 振动与冲击, 2008, 27(4): 134-138.  
Wang Feng, Jin Yongjun, Zhang Jianwu. Vibration simulation and optimization of a powertrain mounting system based on a full vehicle model[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(4): 134-138. (in Chinese)
- [11] 余志生. 汽车理论[M]. 北京:机械工业出版社, 2009: 222-224.



第一作者简介:刘晓昂,女,1989年3月生,博士生。主要研究方向为动力总成悬置系统的设计。

E-mail: xiaolang314@163.com

