

基于能量衰减比的双通道源数目估计方法^{*}

于 刚, 周以齐

(山东大学高效洁净机械制造教育部重点实验室 济南, 250061)

摘要 利用源信号到达两传感器间具有不同能量衰减比的特性,提出了一种新的源数估计方法,解决了因传感器数量不足而无法准确估计源信号数目的问题。首先,利用线性时频变换方法得到两观测信号在频域的能量分布,然后,计算能量散点图中对应角度上的能量总和;最后,通过峰值检测法实现源数目的自动检测。通过理论分析、仿真和实验,证明了该方法的有效性。本方法为盲源分离算法处理振动、噪声信号,提供了可靠的先验信息。

关键词 源数目估计; 不相关源; 相关源; 欠定

中图分类号 TH17

引 言

盲源分离(blind source separation, 简称 BSS)技术仅通过测量信号即可估计出源信号,为提取振动、噪声信号特征提供了新的思路^[1-3]。BSS 算法的成功应用需要满足传感器数目(m)大于或者等于源信号数目(n)的假设。但实际测量中,信号源个数往往是无法预知的,这一点限制了 BSS 方法在工程中的应用。当 $m < n$ 时,称为欠定问题,测量信号无法得到充分的解相关运算,导致分离出来的源信号可信度不高;当传感器数目冗余过多时,易造成 BSS 算法计算代价增大,收敛速度过慢,甚至无法收敛。所以在利用 BSS 算法处理测量信号之前,正确地估计源信号个数是保证分离结果准确的基本前提。

传统源数目估计有主分量分析和奇异值分解法,通过识别测量信号协方差矩阵的非零奇异值或者非零特征值来估计不相关源的个数^[4]。文献[5]结合奇异值分解和聚类方法解决了不相关源的数目估计问题。文献[6]将观测信号变换到频域中,利用非负矩阵分解的方法实现源数目估计。文献[4-6]所用方法均需要满足传感器数目大于源信号。

多个文献针对欠定情况下源数估计问题进行了研究。文献[7]通过观测信号间的功率谱比值估计了不相关源的数目。文献[8]将观测信号从时域变换到小波域,利用重构的小波系数信号进行奇异值分解,得到源个数估计。文献[9]利用经验模态分解

得到观测信号的本征模函数,同时利用奇异值分解得到多个虚拟观测通道的特征分布,再利用贝叶斯信息准则判断源信号数目。文献[10]针对机械运行过程中的动态故障源,采用拓展四阶累积量矩阵自适应地估计超定、正定及欠定情况下的源数目。文献[8-10]通过将观测信号进行分解,把欠定问题转化为正定问题后,再估计源信号数目。由于需要用到信号分解方法,增加了计算复杂度,同时易受到干扰噪声信号的影响。

本研究利用信号源在传递过程中到达两传感器具有不同能量衰减比的特性,依靠两通道的测量信号可估计任意数量的不相关信号源,同时对信号间相关成分不大的相关源可实现正确的数目估计。

1 算法原理

信号源以能量的形式向外传播,源信号到达传感器时具有一定的衰减。当机械设备稳定运行时,单位时间内不同传感器间所获得同一源的能量比值是固定的。仅存在单个源时,其能量计算可用公式

$$E_i = \int_{t_1}^{t_2} x_i(t)^2 dt \quad (1)$$

其中: E_i ($i=1, 2, \dots, n$)为第 i 个传感器接收到的信号能量; x_i 为第 i 个传感器接收到的时域信号。

但机械设备运行中存在的源信号有多个,既有平稳信号又有非平稳信号,同时还混有噪音信号。无法仅利用实际测量信号在时域中的公式计算多个

^{*} 国家科技支撑计划资助项目(2015BAF07B04)
收稿日期:2014-06-12;修回日期:2014-08-27

源的能量。

线性时频变换是一种可以将时域信号展开到时频域中的方法,较为常用的有短时傅里叶变换、连续小波变换等。定义观测信号在时频域中的频率能量分布公式为

$$E_i(f) = \int_{t_1}^{t_2} ((\text{Re}(x_i(t, f)))^2 + (\text{Im}(x_i(t, f)))^2) dt \quad (2)$$

其中: $E_i(f)$ 为第*i*个传感器接收到的信号在频率上的能量分布; $\text{Re}(x_i(t, f))$ 与 $\text{Im}(x_i(t, f))$ 为第*i*个传感器信号在时频变换后的实部与虚部。

如果源信号之间不相关或者仅部分相关(即没有频率共存或者仅部分频率共存),当存在某一个频率点 f_k 仅属于一个源时, $E_1(f_k)/E_2(f_k)$ 即为此源信号到达两传感器之间的能量衰减比。系统稳定运行时,对所有属于同一源的频率点,两通道间 $E_i(f)$ 的比值是固定的。证明如下。

假设有两个源混入到两观测信号

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}s_1(t) + a_{12}s_2(t + \Delta t_2) \\ x_2 = a_{21}s_1(t + \Delta t_1) + a_{22}s_2(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中: $a_{11}, a_{21}, a_{12}, a_{22}$ 分别为源 s_1 和 s_2 到达传感器 x_1 和 x_2 的衰减; $\Delta t_1, \Delta t_2$ 为源信号之间的延迟。

对式(3)做时频变换之后的实、虚部分别为

$$\begin{cases} \text{Re}(x_1(t, f)) = a_{11}\text{Re}(s_1(t, f)) + a_{12}\text{Re}(s_2(t, f)) \\ \text{Im}(x_1(t, f)) = a_{11}\text{Im}(s_1(t, f)) + a_{12}\text{Im}(s_2(t, f)) \\ \text{Re}(x_2(t, f)) = a_{21}\text{Re}'(s_1(t, f)) + a_{22}\text{Re}'(s_2(t, f)) \\ \text{Im}(x_2(t, f)) = a_{21}\text{Im}'(s_1(t, f)) + a_{22}\text{Im}'(s_2(t, f)) \end{cases} \quad (4)$$

当某个频率成分 f_k 仅存在于 s_1 时,则有

$$\begin{cases} \text{Re}(x_1(t, f_k)) = a_{11}\text{Re}(s_1(t, f_k)) \\ \text{Im}(x_1(t, f_k)) = a_{11}\text{Im}(s_1(t, f_k)) \\ \text{Re}(x_2(t, f_k)) = a_{21}\text{Re}'(s_1(t, f_k)) \\ \text{Im}(x_2(t, f_k)) = a_{21}\text{Im}'(s_1(t, f_k)) \end{cases} \quad (5)$$

$\sqrt{(\text{Re}(s_1(t, f_k)))^2 + (\text{Im}(s_1(t, f_k)))^2}$ 与 $\sqrt{(\text{Re}'(s_1(t, f_k)))^2 + (\text{Im}'(s_1(t, f_k)))^2}$ 都表示源信号 s_1 的幅值,所以二者是相等的。即

$$\begin{aligned} & (\text{Re}(s_1(t, f_k)))^2 + (\text{Im}(s_1(t, f_k)))^2 = \\ & (\text{Re}'(s_1(t, f_k)))^2 + (\text{Im}'(s_1(t, f_k)))^2 \end{aligned} \quad (6)$$

在频点 f_k 的两通道能量比为

$$\begin{aligned} \frac{E_1(f_k)}{E_2(f_k)} &= \frac{\int_{t_1}^{t_2} ((\text{Re}(x_1(t, f_k)))^2 + (\text{Im}(x_1(t, f_k)))^2) dt}{\int_{t_1}^{t_2} ((\text{Re}(x_2(t, f_k)))^2 + (\text{Im}(x_2(t, f_k)))^2) dt} = \\ & \frac{\int_{t_1}^{t_2} ((a_{11}\text{Re}(s_1(t, f_k)))^2 + (a_{11}\text{Im}(s_1(t, f_k)))^2) dt}{\int_{t_1}^{t_2} ((a_{21}\text{Re}'(s_2(t, f_k)))^2 + (a_{21}\text{Im}'(s_2(t, f_k)))^2) dt} = \end{aligned}$$

$$\frac{(a_{11})^2}{(a_{21})^2} \cdot \frac{\int_{t_1}^{t_2} ((\text{Re}(s_1(t, f_k)))^2 + (\text{Im}(s_1(t, f_k)))^2) dt}{\int_{t_1}^{t_2} ((\text{Re}'(s_2(t, f_k)))^2 + (\text{Im}'(s_2(t, f_k)))^2) dt} = \frac{(a_{11})^2}{(a_{21})^2} \quad (7)$$

当某个频率成分 f_k 仅存在于 s_2 时,则有

$$\frac{E_1(f_h)}{E_2(f_h)} = \frac{(a_{12})^2}{(a_{22})^2} \quad (8)$$

式(7)与式(8)表明,当把所有 $E_1(f)$ 与 $E_2(f)$ 的值画在散点图上时,若 $a_{11}/a_{21} \neq a_{12}/a_{22}$,则会形成两条方向不同的聚类直线,其角度代表不同的源信号在两传感器间的能量衰减比,聚类直线的个数即为信号源的个数。以仿真信号为例说明算法过程。

2 仿真验证

构造5个仿真信号, S_1, S_3 为非平稳调制信号,模拟旋转机械的故障信号; S_2, S_4 为周期平稳信号,模拟设备正常运行信号; S_5 为振荡衰减信号,模拟振动冲击信号,信号长度为1024。为了说明算法对相关源的估计能力,利用系数 c_{12} 与 c_{34} 来调整 S_1, S_2 间和 S_3, S_4 间相关成分的大小。各源信号的时域波形如图1,设定 $c_{12}=0, c_{34}=0$ 。源信号具体参数为

$$S_1 = \sin(100\pi t)(1 + \cos(20\pi t))$$

$$S_2 = \sin(200\pi t) + c_{12}\sin(120\pi t)$$

$$S_3 = \sin(300\pi t)(1 + \cos(20\pi t))$$

$$S_4 = \sin(400\pi t) + c_{34}\sin(320\pi t)$$

$$S_5 = \sum_{i=1}^4 \sin(800\pi t) \exp(-50t)$$

设混合矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.960 & 1 & 0.866 & 1 & 0.707 & 1 & 0.508 & 8 & 2.588 & 2 \\ 0.245 & 6 & 0.512 & 4 & 0.718 & 7 & 0.865 & 1 & 9.659 & 3 \end{bmatrix}$$

构造观测信号,同时混入20%的噪声信号

$$x_1(t) = a_{11}S_1(t) + a_{12}S_2(t + \Delta t_2) +$$

$$a_{13}S_3(t) + a_{14}S_4(t + \Delta t_4) + a_{15}S_5(t)$$

$$x_2(t) = a_{21}S_1(t + \Delta t_1) + a_{22}S_2(t) +$$

$$a_{23}S_3(t + \Delta t_3) + a_{24}S_4(t) + a_{25}S_5(t + \Delta t_5)$$

其中: Δt_i 代表不同源到达两传感器间的延迟。

2.1 仿真信号源数目估计

以不相关源为例,设定 $c_{12}=0, c_{34}=0$ 。选择连续小波变换对信号 $x_1(t), x_2(t)$ 进行时频变换,选取cmor3-3为小波基函数,尺度为1024。根据式(2),

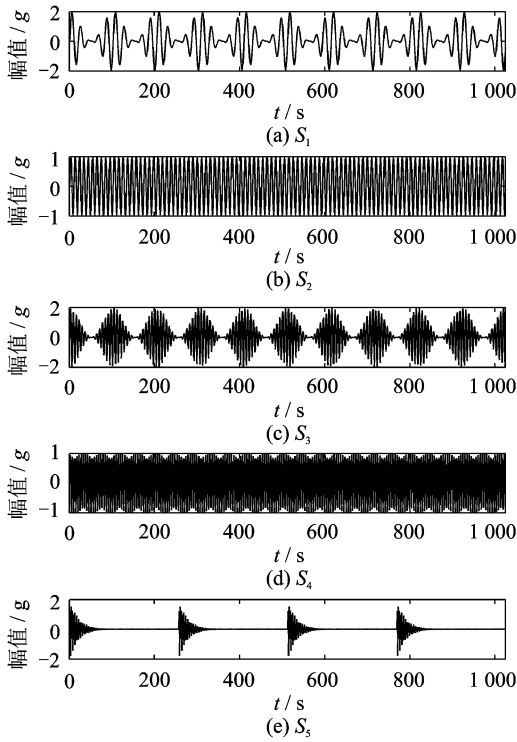


图 1 源信号 $S_1 \sim S_5$ 时域波形

Fig. 1 The sources $S_1 \sim S_5$ in time-domain

求得小波变换后两观测信号在频域中的能量分布。在两通道频域能量值所形成的散点图中,所有属于同一个源的频点能量值会聚类成不同角度的直线,图 2 中共有 5 条明显的聚类直线。为了实现自动检测,将坐标轴从横轴到纵轴按角度分为 90 份,计算每个角度上散点值的总和,得到 90 个能量和值,见图 3。然后利用峰值检测方法得到每条聚类直线对应的角度和峰值的个数^[11],如图中“*”标示,峰值个数即为源信号数目。通过设定一定的阈值(设为最大值的 0.02),可以消除幅值较小的噪音峰值影响,以此来实现自动判定源个数的目的。

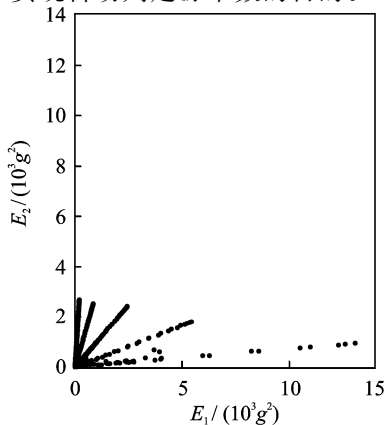


图 2 能量散点图

Fig. 2 The energy scatter plot

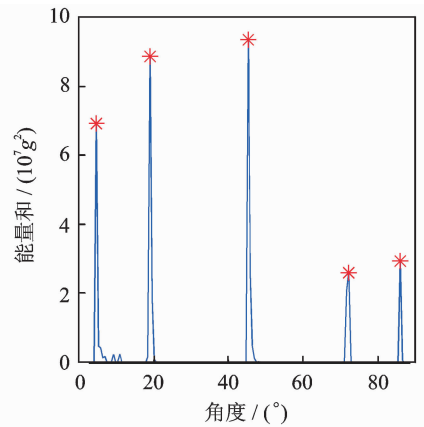


图 3 能量峰值图

Fig. 3 The energy peak plot

算法具体流程为:

- 1) 对两传感器信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 进行连续小波变换,得到两组小波变换系数 $X_1(t, f)$ 和 $X_2(t, f)$;
- 2) 根据式(2),计算每个频率下的能量值,即 $E_1(f)$ 与 $E_2(f)$;

3) 利用 $E_1(f)$ 与 $E_2(f)$ 得到两通道信号的能量散点图;

4) 计算每个角度上对应的能量和,将频域能量值从散点图变换到峰值图中;

5) 设置一定的阈值,利用峰值检测方法得到源数目的估计。

2.2 相关成分对源数估计的影响

本节讨论相关成分大小对源数目估计的影响。当 $c_{12}=0.1, c_{34}=0.1; c_{12}=0.2, c_{34}=0.2; c_{12}=0.4, c_{34}=0.4$ 时,所对应的能量峰值图如图 4 所示。从图中可以看出,当源信号之间的相关成分较小时,可以通过设定一定的阈值,忽略掉相关成分形成的峰值,从而实现源数的正确估计。随着相关成分比重的增加,相关成分所形成的虚假峰值会淹没源信号的峰值,导致出现误估计。

2.3 衰减比的接近程度对源数估计的影响

从仿真信号来看,提出的算法可以正确地估计出任意数量的不相关源数目,但前提是各源信号之间具有不同的能量衰减比。实际测试中,如果存在两源信号到达两传感器具有相近或者相同的衰减比时,则两源信号在能量散点图中形成的聚类直线会较为接近甚至重合,会误将两个源信号估计为一个源信号。本节讨论源信号传递到两传感器衰减比的接近程度对源数估计的影响。

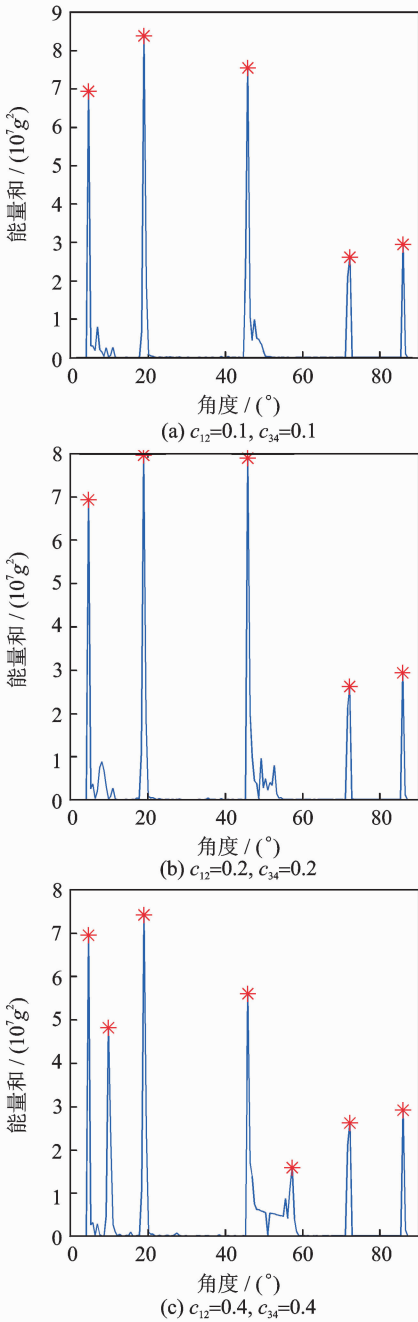


图4 c_{12} 、 c_{34} 取三组不同数值时相关源的能量峰值图
Fig. 4 The energy peak plot of correlated source signals corresponding to three different values of c_{12} , c_{34}

假设两源信号在散点图中所形成聚类直线的方向向量分别为 A_1 、 A_2 ， θ 为 A_1 、 A_2 的角距离。将坐标轴等分为 90 份，即从 1° 到 90° ，然后计算每个划分的角度空间所包含能量值的总和，得到 90 个能量和值，再利用峰值检测法得到峰值的个数，即为源信号数目。 A_1 、 A_2 所形成峰值的个数与 θ 的关系如图 5 所示。

图 5 所示的几种情况中，(a)，(b) 会形成 1 个峰值，(c)，(d) 会形成 2 个峰值。所以，当 $0^\circ \leq \theta \leq 1^\circ$

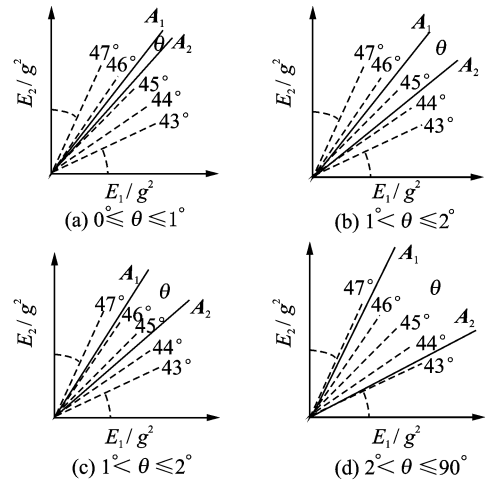


图5 A_1 、 A_2 夹角与峰值个数的关系

Fig. 5 Relationship between the angle of A_1 , A_2 and the number of peak

时，会将两个源信号误估计为一个源信号； $1^\circ < \theta \leq 2^\circ$ 时，形成峰值的个数与 A_1 、 A_2 在坐标轴中的相对位置有关，具有一定的随机性； $2^\circ < \theta \leq 90^\circ$ 时，会形成 2 个峰值，可以正确地估计出源信号数目，定义 $(2^\circ, 90^\circ]$ 为有效估计区间。有效估计区间的最小值为坐标轴单个划分区间的 2 倍。因此，增加坐标轴的划分份数，将增大有效估计区间的范围，有利于提高源数估计的精度。同时，实际测试中变换位置多测几组数据，使得不同源信号到达传感器具有不同的衰减比，一定程度上也会减少误估计情况的出现。

3 实验验证

为进一步验证算法的有效性，将分别对实测的振动、噪声信号进行源估计。每个实例用 4 张图来说明算法过程。前 2 个为两测量信号经小波变换后的时频分布图，第 3 个为两通道信号的能量散点图，第 4 个为能量峰值图。

3.1 实例 1

测量信号来自于某泵水系统中齿轮箱的振动加速度数据。已知齿轮箱传动为两级传动，主动轮轮齿齿数为 13，输入转速为 997 r/min，采样频率为 3 200 Hz。因此，通过计算得出此齿轮箱系统的 1 阶啮合频率为 $13 \times 997 / 60 = 216$ Hz。

从测量信号 1 和 2 的时频图(图 6(a)和(b))可以看出，有 4 个主要频率成分，其频率分别约为 216, 281, 432 和 864 Hz。则 216, 432 和 864 Hz 频

率成分应为齿轮啮合的 1 阶频率及其 2 阶与 4 阶倍频。281 Hz 成分应为齿轮安装存在的轻微偏心所造成的 1 阶边频成分。从能量散点图(图 6(c))中可以看到,有 4 条聚类直线。能量峰值图(图 6(d))中,有 4 个峰值被检测出来。

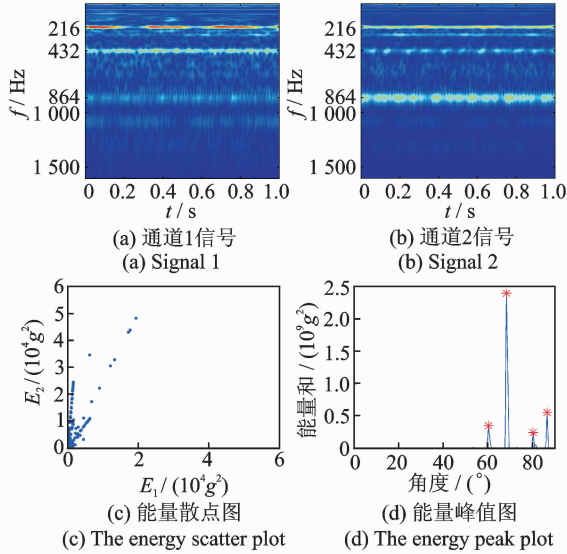


图 6 齿轮箱振动加速度信号

Fig. 6 Gearbox vibration acceleration signals

3.2 实例 2

测量信号为声压信号,采集于某挖掘机消声器排气口附近。此挖掘机采用 4 缸 4 冲程内燃机,当前转速为 2 400 r/min。消声器排气噪声来自于内燃机,主要包括气门开闭时拍击引起的机械噪声与燃烧爆发引起的燃烧噪声。由内燃机相关参数可计算得出:发火频率为 $(2400 \times 2) / 60 = 80$ Hz,气门开合拍击的主要频率为 $(2\ 400 \times 4) / 30 = 320$ Hz。

数据采样频率为 5 120 Hz,由于其主要频率成分集中在 0~500 Hz 之间,为了更清晰地展示测量信号的时频特征,截取信号这一部分的时频分布图。从观测信号 1 和 2 的时频图(图 7(a)和(b))可以看到,有 3 个主要频率成分,分别约为 80,160 Hz 和 230~370 Hz 的宽频成分。80 与 160 Hz 成分应为发火频率的 1 阶频率与 2 阶频率。230~370 Hz 的宽频成分应为气门开合拍击噪声在消声器中产生的气流再生噪声,故其频率呈现宽频特性。从散点图(图 7(c))可以看到,有 3 条聚类直线。在峰值图中(图 7(d)),有 3 个明显的峰值被估计出来。

3.3 实例 3

数据采集于某悬臂梁锤击实验的两个测点通

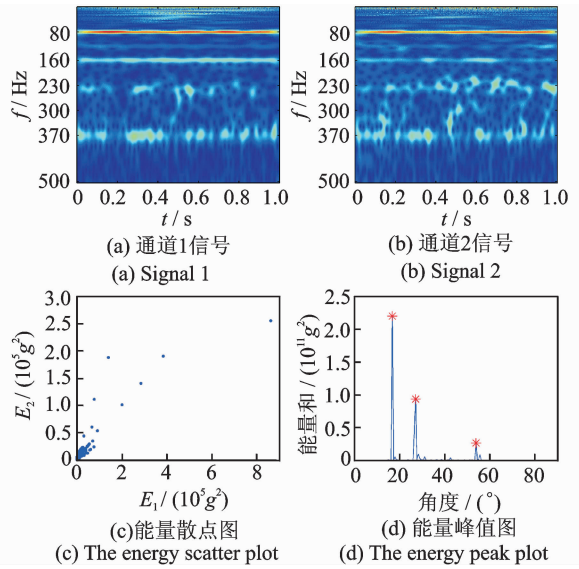


图 7 声压信号

Fig. 7 Sound pressure signals

道,从两通道信号的时频分布图(图 8(a)和(b))中可以看出主要有 3 阶模态被激发出来,其频率分别约为 100,200 和 600 Hz。如果每一阶模态响应可当作一个源信号,则两通道信号中存在有 3 个源。从能量散点图(图 8(c))中可以看出,有 3 条明显的聚类直线。能量峰值图(图 8(d))中有 3 个峰值被检测出来。

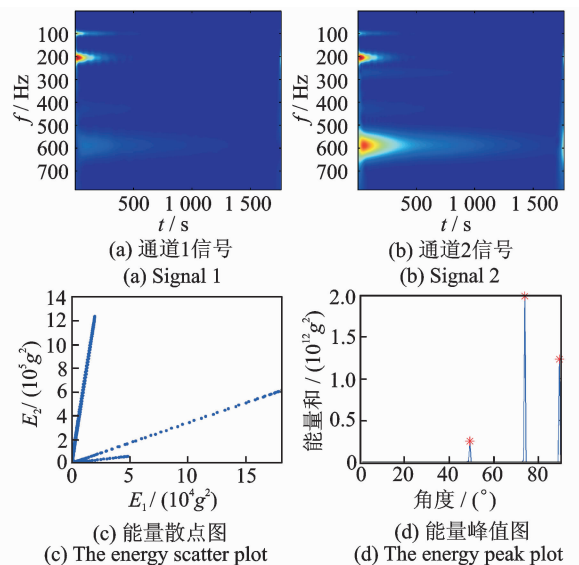


图 8 模态信号

Fig. 8 Modal signals

4 结束语

本研究利用源信号传递到两个传感器具有不同的能量衰减比来估计信号源数目,解决了因传感器

数量不足而无法准确估计源信号数目的问题。仅利用两传感器信号可估计出任意数量的信号源,但同时也存在局限性:a.针对相关源信号的数目估计,当信号间相关成分较小时,可通过设置一定的阈值滤除虚假峰值的影响;当相关成分较大时,形成的虚假峰值会淹没真实源信号的峰值,易造成误估计。b.当两个源信号到达两传感器具有相近或者相同的衰减比时,所提算法会将两个源信号误估计为一个源信号。针对后者局限性,可以通过增加坐标轴的划分份数来提高源数估计精度;同时,通过调整测试位置,使得不同源信号到达传感器具有不同的衰减比,以减少误估计情况的出现。

实验阶段,通过机械工程领域中3种常用实测信号进行验证,结果表明,该方法能够准确估计出源数目,可以为盲源分离方法提供可靠的先验信息,同样也适用于其他工程实践应用对信号源个的数估计。

参 考 文 献

- [1] 李舜酩. 转子振动故障信号的盲分离[J]. 航空动力学报, 2006, 20(5): 751-756.
Li Shunming. Blind source separation of rotor vibration faults[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 20(5): 751-756. (in Chinese)
- [2] 艾延廷, 费成巍, 张凤玲, 等. ICA在航空发动机振动信号盲源分离中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(6): 671-674.
Ai Yanting, Fei Chengwei, Zhang Fengling, et al. Blind source separation for aero-engines vibration signal by independent component analysis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 671-674. (in Chinese)
- [3] Kerschen G, Poncelet F, Golinval J C. Physical interpretation of independent component analysis in structural dynamics [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(4): 1561-1575.
- [4] Kompella M S, Davies P, Bernhard R J, et al. A technique to determine the number of incoherent sources contributing to the response of a system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1994, 8(4): 363-380.
- [5] 焦卫东, 杨世锡, 吴昭同. 基于源数估计的旋转机械源盲分离[J]. 中国机械工程, 2003, 14(14): 1184-1187.
Jiao Weidong, Yang Shixi, Wu Zhaoton. A method of blind source separation for rotating machinery based on estimation of the number of sources[J]. China Mechanical Engineering, 2003, 14(14): 1184-1187. (in Chinese)
- [6] 李宁, 史铁林. 基于非负矩阵分解的盲信号源数估计[J]. 中国机械工程, 2007, 18(22): 2734-2737.
Li Ning, Shi Tielin. Estimation of the number of blind sources based on non-negative matrix factorization[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(22): 2734-2737. (in Chinese)
- [7] 李宁, 史铁林. 一种新的盲信号源数估计方法研究[J]. 中国机械工程, 2007, 18(19): 2298-2302.
Li Ning, Shi Tielin. A new method for estimating the number of blind sources[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(19): 2298-2302. (in Chinese)
- [8] 毋文峰, 陈小虎, 苏勋家, 等. 机械振动源数估计的小波方法[J]. 机械科学与技术, 2011, 30(10): 1679-1682.
Wu Wenfeng, Chen Xiaohu, Su Xunjia, et al. Wavelet decomposition algorithm for source number estimation of mechanical vibration [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering. 2011, 30(10): 1679-1682. (in Chinese)
- [9] 叶红仙, 杨世锡, 杨将新. 基于EMD-SVD-BIC的机械振动源数估计方法[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(3): 330-334.
Ye Hongxian, Yang Shixi, Yang Jianxin. Mechanical vibration source number estimation based on EMD-SVD-BIC[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(3): 330-334. (in Chinese)
- [10] 阳小燕, 唐一科, 周雄. 动态故障源数估计的自适应盲源分离方法[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(2): 290-293.
Yang Xiaoyan, Tan Yike, Zhou Xiong. Method of adaptive blind source separation based on dynamic fault source number estimation [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(2): 290-293. (in Chinese)
- [11] Billauer E. peakdet: Peak detection using MATLAB. [EB/OL]. (2008-08-01)[2012-07-20]. <http://www.billauer.co.il/peakdet.html>.



第一作者简介:于刚,男,1987年12月生,博士生。主要研究方向为信号处理。曾发表《General linear chirplet transform》(《Mechanical Systems and Signal Processing》2016, Vol. 70, No. 1)等论文。
E-mail: yugang2010@163.com

