振动、测试与诊断
Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2016.02.017

基于模拟退火算法的旋转梁压电分流电路优化*

周兰伟[1]， 陈国平[1]， 孙东阳[2]， 何 成[3]
（1.南京航空航天大学大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京，210016）
（2.重庆大学航空航天学院 重庆，400044）（3.南京航空航天大学无人机研究院 南京，210016）

摘要 采用压电分流控制方法对旋转柔性梁进行振动抑制，在分析旋转梁压电分流控制方程的基础上采用模拟退火算法对电路中的电阻、电感原件进行了优化。首先，使用 Hamilton 原理建立了绕 x 轴旋转柔性梁的压电分流阻尼控制方程，推导了基于压电分流控制的压电分流系统传递函数；然后，基于模拟退火优化算法思想，建立传递函数的优化模型，并对目标函数进行优化；最后，针对旋转梁压电分流电路优化进行数值计算与分析。仿真结果表明：压电分流阻尼可以很好地抑制柔性旋转梁振动；与遗传算法相比，模拟退火优化算法不仅可以取得很好的优化效果，且优化效率得到极大的提高。

关键词 旋转梁；压电分流；模拟退火；优化
中图分类号 O327；O322；TH85

1 问题的提出

绕 x 轴旋转梁是工业中应用极为广泛的一种基本机械元件，在现代工业生产、日常生活中用途广泛，如机械中的微型旋转部件，航空、航天等高科技领域内的旋转飞行器及卫星支撑臂等都可以用旋转梁来模拟其运动状态及动态特性。旋转柔性梁通常具有结构细长且质量轻等特点，在高速旋转时易产生振动、磨损及噪声等问题，为确保结构正常工作，必须采取有效措施对其振动进行抑制[1-3]。

压电分流控制是一种新型振动控制方法，通过将压电材料嵌入原系统，增加原系统的阻尼，从而实现振动的抑制。压电分流控制的主要原理如图 1 所示，压电材料由于反压电效应而放出电荷，R 分流电路或 RL 分流电路将与压电材料形成谐振电路，由结构振动的机械能转化而来的电能将存储于电感中，并通过谐振电路中的电阻将电能转化为热能耗散掉，从而实现阻尼减振的目的。压电分流阻尼系统可以很好地实现机械结构的振动抑制，不需要功率放大器、传感器等附属电子仪器。与其他振动控制方法相比，这种控制系统结构简单、鲁棒性好，易于实现，而且控制系统本身的附加体积、附加质量和附加刚度非常小，对主结构的影响较小，适用于许多精密机械场合或柔性结构的振动控制[4]。压电分流电路的特点吸引了众多研究者的关注[5-8]，但目前尚未见到针对旋转梁进行压电分流控制的文献。此外，由于分流电路的谐振效果和品质因数决定了压电分流阻尼系统的抑振效果，所以选择合适的电感和电阻值对压电分流阻尼抑振效能起着至关重要的作用，而对电感和电阻值的优化主要基于谐振分流电路理论[9-10]针对某特定频率进行优化，没有考虑分流电路对结构频率变化的影响。

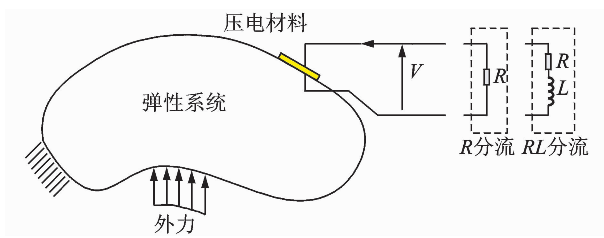

图 1 压电分流示意图
Fig. 1 A sketch of piezoelectric shunt damping system

现以绕 x 轴旋转柔性梁为研究对象，笔者分析了压电分流电路对旋转梁频率的影响，采用模拟退火算法对分流电路中的电感和电阻值进行优化，探索压电分流电路在柔性旋转结构振动控制设计中的应用。

* 江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CXZZ13_0148)；江苏高校优势学科建设工程资助项目
收稿日期：2014-04-25；修回日期：2014-07-17

2 旋转梁压电分流分析

为了研究压电分流电路在柔性结构振动控制中的应用，现选取绕 x 轴旋转柔性梁的 y 方向位移响应为抑制对象，柔性梁在旋转过程中主要受非对称的离心力等影响。如图 2 所示，在梁的上表面 y 方向布置压电分流电路。

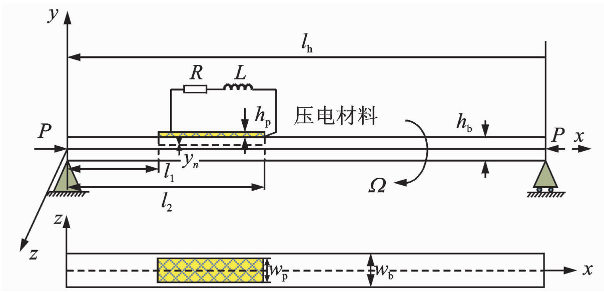

图 2 旋转柔性梁压电分流控制

Fig. 2 Schematic diagram of spinning beam with piezoelectric shunt system

基于 Rayleigh-Ritz 假设，旋转梁上任意一点轴向变形 s 及横向位移 v，w 可以写为

$$s(x,t)=\boldsymbol{\Phi}_s(x)\boldsymbol{r}_s(t) \tag{1}$$

$$v(x,t)=\boldsymbol{\Phi}_v(x)\boldsymbol{r}_v(t) \tag{2}$$

$$w(x,t)=\boldsymbol{\Phi}_w(x)\boldsymbol{r}_w(t) \tag{3}$$

其中

$$\boldsymbol{\Phi}_i(x)=[\Phi_{i(1)}(x),\Phi_{i(2)}(x),\cdots,\Phi_{i(n)}(x)] \tag{4}$$

$$\boldsymbol{r}_i(t)=[\boldsymbol{r}_{i(1)}(t),\boldsymbol{r}_{i(2)}(t),\cdots,\boldsymbol{r}_{i(n)}(t)]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

$\Phi_{sj}(x)$，$\Phi_{vj}(x)$ 及 $\Phi_{wj}(x)$ [11-12]可以表示为

$$\Phi_{sj}(x)=\Phi_{vj}(x)=\Phi_{wj}(x)=\sqrt{2}\sin(\mathrm{j}\pi x/l)\quad(j=1,2,\cdots,n) \tag{6}$$

应用 Euler-Bernoulli 梁假设原理，未安装压电片的梁 y 方向应变为

$$\varepsilon_b=-y\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} \tag{7}$$

安装了压电片的梁 y 方向应变为

$$\varepsilon_b=-(y-y_n)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} \tag{8}$$

压电作动器应变为

$$\varepsilon_p=-(y-y_n)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x} \tag{9}$$

新的中性轴的计算可以通过使整个截面上 x 方向的力之和为零，得到

$$\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}} w_b\sigma_b\mathrm{d}y+\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}+h_p} w_p\sigma_p\mathrm{d}y=0 \tag{10}$$

将式(8)，(9)代入式(10)可以得到

$$y_n=\frac{E_b w_b h_b(h_b+h_p)}{2(E_b w_b h_p+E_p w_p h_p)} \tag{11}$$

假设电场均匀通过压电作动器，并且无电场作用于旋转梁，则电场强度可以写为

$$E(t)=\begin{cases}-V(t)/h_p & (h_b/2\leqslant y\leqslant h_b/2+h_p)\\ 0 & (-h_b/2)\leqslant y\leqslant(h_b/2)\end{cases} \tag{12}$$

旋转柔性梁系统的总动能可以表示为

$$T=\frac{1}{2}\int_0^{l_b}\left\{(\rho_b w_b h_b+\rho_p w_p h_p\Delta H)\left(\left(\frac{\partial s(x,t)}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right)^2\right)+\left[\rho_b I_d+\rho_p\left(\frac{1}{12}w_p h_p^3+\frac{1}{4}w_p h_p(h_p+h_b)^2\right)\Delta H\right]\left[\left(-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right)\right)^2+\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}\right)\right)^2+2\Omega\left(\left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}\right)\left(-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right)\right)-\left(-\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}\right)\right)\right)+2\Omega^2\right]\right\}\mathrm{d}x \tag{13}$$

其中：$\Delta H=H(x-l_1)-H(x-l_2)$；$H(x)$ 为 Heaviside 阶跃函数。

旋转柔性梁势能可以写为

$$E=\int_{v_b}\frac{1}{2}\sigma_b\varepsilon_b\mathrm{d}V+\int_{v_p}\frac{1}{2}\sigma_p\varepsilon_p\mathrm{d}V \tag{14}$$

其中

$$\sigma_p=\frac{1}{s_p^E}\varepsilon_p-\frac{d_{31}}{s_p^E}E=E_p\varepsilon_p-E_p d_{31}E \tag{15}$$

$$D_p=\frac{d_{31}}{s_p^E}\varepsilon_p+\xi^{\varepsilon}E=E_p d_{31}\varepsilon_p+\xi^{\varepsilon}E \tag{16}$$

其中：d_{31} 为压电常数；$s_p^E(=1/E_p)$ 为恒电场强度下压电片弹性模量；ξ^{ε} 为恒定应变场下介电常数；D_p 为电位移。

因此旋转梁系统势能为

$$E=\int_0^{l_1}\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}}\left\{\frac{1}{2}E_b w_b\left[y^2\left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}y+z^2\left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}z\right]+\frac{1}{2}E_b w_b h_b\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2\right\}\mathrm{d}x+\int_{l_1}^{l_2}\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}}\left\{\frac{1}{2}E_b w_b\left[(y-y_n)^2\left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}y+z^2\left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}z\right]+\frac{1}{2}(E_b w_b h_b+E_p w_p h_p)\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2\right\}\mathrm{d}x+\int_{l_1}^{l_2}\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}}\frac{1}{2}E_p w_p(y-y_n)^2\left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}y\mathrm{d}x-\int_{l_1}^{l_2}\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}}\frac{1}{2}E_p w_p d_{31}\cdot\frac{V(t)}{h_p}(y-y_n)\left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}y\mathrm{d}x+\int_{l_2}^{l_b}\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}}\left\{\frac{1}{2}E_b w_b\left[y^2\left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}y+z^2\left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}z\right]+\frac{1}{2}E_b w_b h_b\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2\right\}\mathrm{d}x \tag{17}$$

其中:$B_1 = E_b w_b h_b y_n^2 + E_p w_p[(\frac{h_b}{2} - y_n)^2 h_p + (\frac{h_b}{2} - y_n)^2 h_p^2 + \frac{1}{3}h_p^3]$;$B_2 = E_p w_p d_{31}\ \frac{h_b + h_p - 2y_n}{2}$ 。

外力对系统做功为

$$\delta W = \int_0^{l_b}[f_x(t)\delta s\mid_{x=l_{x1}} + f_y(t)\delta u\mid_{x=l_{x2}} + f_y(t)\delta w\mid_{x=l_{x3}}]\mathrm{d}x - q(t)V(t) \tag{18}$$

压电分流控制电路中电能可以表示为

$$W_e = \int_{l_2}^{l_b}\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}+h_p}\frac{1}{2}E_p w_p d_{31}\frac{V(t)}{h_p}(y - y_n)\left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial^2 x}\right)^2\mathrm{d}y\mathrm{d}x + \int_{l_2}^{l_b}\int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}+h_p}\frac{1}{2}w_p\xi^{\varepsilon}\left(\frac{V(t)}{h_p}\right)^2\mathrm{d}y\mathrm{d}x \tag{19}$$

根据 Hamilton 原理,将式(13),(17)和(19)代入拉格朗日方程,可得基于压电分流控制旋转 Rayleigh 梁动力学方程。

x 方向力关系

$$\boldsymbol{M}_s\ddot{\boldsymbol{r}}_s + \boldsymbol{K}_s\boldsymbol{r}_s = f_x\boldsymbol{F}_s \tag{20}$$

其中

$$\boldsymbol{M}_s = \int_0^{l_b}(\rho_b w_b h_b + \rho_p w_p h_p \Delta H)\boldsymbol{\Phi}_s(x)\boldsymbol{\Phi}_s(x)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}x$$

$$\boldsymbol{K}_s = \int_0^{l_b}(E_b w_b h_b + E_p w_p h_p \Delta H)\boldsymbol{\Phi}'_s(x)\boldsymbol{\Phi}'_s(x)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}x$$

$$\boldsymbol{F}_s = \int_0^{l_b}\delta^*(x - l_{x1})\boldsymbol{\Phi}_s(x)\mathrm{d}x$$

y 方向力关系

$$\boldsymbol{M}_v\ddot{\boldsymbol{r}}_v + \boldsymbol{C}_v\dot{\boldsymbol{r}}_w + \boldsymbol{K}_v\boldsymbol{r}_v - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{V}(t) = f_y\boldsymbol{F}_v \tag{21}$$

其中

$$\boldsymbol{M}_v = \int_0^{l_b}(\rho_b w_b h_b + \rho_p w_p h_p \Delta H)\boldsymbol{\Phi}_v(x)\boldsymbol{\Phi}_v(x)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}x + \int_0^{l_b}[\rho_b I_d + \rho_p(\frac{1}{12}w_p h_p^3 + \frac{1}{4}w_p h_p(h_p + h_b)^2)\Delta H]\cdot\boldsymbol{\Phi}'_v(x)\boldsymbol{\Phi}'_v(x)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}x$$

$$\boldsymbol{C}_v = \int_0^{l_b}2\Omega[\rho_b I_d + \rho_p(\frac{1}{12}w_p h_p^3 + \frac{1}{4}w_p h_p(h_p + h_b)^2)\Delta H]\boldsymbol{\Phi}_w(x)\boldsymbol{\Phi}_v(x)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}x$$

$$\boldsymbol{K}_v = \int_0^{l_b}\left(E_b w_b\frac{h_b^3}{12} + B_1\Delta H\right)\boldsymbol{\Phi}''_v(x)\boldsymbol{\Phi}''_v(x)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}x$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \int_0^{l_b}B_2\Delta H\boldsymbol{\Phi}''_v(x)\mathrm{d}x$$

$$\boldsymbol{F}_v = \int_0^{l_b}\delta^*(x - l_{x2})\boldsymbol{\Phi}_v(x)\mathrm{d}x$$

同理可得 z 方向力关系

$$\boldsymbol{M}_w\ddot{\boldsymbol{r}}_w + \boldsymbol{C}_w\dot{\boldsymbol{r}}_v + \boldsymbol{K}_w\boldsymbol{r}_w = f_z\boldsymbol{F}_w \tag{22}$$

电路关系可表示为

$$\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}_v(t) + \boldsymbol{C}_p V(t) = q(t) \tag{23}$$

其中:$\boldsymbol{C}_p = \int_0^{l_b}\frac{w_p}{h_p}\Delta H\xi^{\varepsilon}\mathrm{d}x$ 。

将式(23)代入式(21)可得

$$\boldsymbol{M}_v\ddot{\boldsymbol{r}}_v + \boldsymbol{C}_v\dot{\boldsymbol{r}}_w + (\boldsymbol{K}_v + \boldsymbol{C}_p^{-1}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{r}_v - \boldsymbol{C}_p^{-1}\boldsymbol{\Theta}q(t) = \boldsymbol{F}_v \tag{24}$$

由基尔霍夫电压定律可得

$$V(t) = -L\ddot{q}(t) - R\dot{q}(t) + V_{in}(t) \tag{25}$$

$$L\ddot{q}(t) + R\dot{q}(t) + C_p^{-1}q(t) - C_p^{-1}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}_v(t) = V_{in}(t) \tag{26}$$

经过整理可得系统矩阵方程

$$\boldsymbol{M}_{3n\times3n}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_{3n\times1} + \boldsymbol{C}_{3n\times3n}\dot{\boldsymbol{\eta}}_{3n\times1} + \boldsymbol{K}_{3n\times3n}\boldsymbol{\eta}_{3n\times1} - \boldsymbol{C}^{-1}{}_p\boldsymbol{T}\boldsymbol{\Theta}q(t) = \boldsymbol{f}_{1\times3}\boldsymbol{F}_{3n\times3} \tag{27}$$

其中

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{r}_s(t)\quad \boldsymbol{r}_v(t)\quad \boldsymbol{r}_w(t)]^{\mathrm{T}} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{T} = [\boldsymbol{0}_{n\times n}\quad \boldsymbol{I}_{n\times n}\quad \boldsymbol{0}_{n\times n}]^{\mathrm{T}} \tag{29}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_s & 0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{M}_v & 0\\ 0 & 0 & \boldsymbol{M}_w\end{bmatrix} \tag{30}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \boldsymbol{C}_v\\ 0 & \boldsymbol{C}_w & 0\end{bmatrix} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_s & 0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{K}_v + \boldsymbol{C}_p^{-1}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} & 0\\ 0 & 0 & \boldsymbol{K}_w\end{bmatrix} \tag{32}$$

$$\boldsymbol{f} = [f_s(t)\quad f_v(t)\quad f_w(t)] \tag{33}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{F}_s & 0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{F}_v & 0\\ 0 & 0 & \boldsymbol{F}_w\end{bmatrix} \tag{34}$$

假设在 $x = l_3$ 处布置一个位移传感器以测量该处的 y 方向位移响应,则传感器方程可以写为

$$v_s(l_3,t) = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\Phi}_{vi}(l_3)\boldsymbol{r}_{vi}(t) = \boldsymbol{\Phi}_v(l_3)\boldsymbol{r}_v(t) = \boldsymbol{\Phi}_v(l_3)\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}(t) \tag{35}$$

定义 v_1/f_v 为 y 方向位移响应和外力之间的传递函数,则由式(24),(26)可得

$$T_r = \left|\frac{v_1}{f_v}\right| = \boldsymbol{\Phi}_v(l_3)\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\{(-\omega^2 L + \mathrm{i}\omega R + C_p^{-1})/[(-\omega^2\boldsymbol{M} + \mathrm{i}\omega\boldsymbol{C} + \boldsymbol{K})(-\omega^2 L + \mathrm{i}\omega R + C_p^{-1}) - (C_p^{-1})^2\boldsymbol{T}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}]\}\boldsymbol{F} \tag{36}$$

其中:T_r 反映了系统的被动阻尼特性,T_r 越小则表明系统的阻尼越大,旋转梁位移响应振幅衰减越快。

3　优化准则及模拟退火算法

3.1　优化准则及目标函数

根据 1.2 中所得 y 方向位移响应和外力之间的传递函数,考虑压电分流电路对旋转梁结构频率的

影响，建立目标函数，即以嵌入压电材料的梁结构的第 n 阶频率对应的传递函数值为目标函数

$$\min T_r(R,L) \longrightarrow R^*, L^* \tag{37}$$

相应的多目标优化函数为

$$\min[T_{ri}(R,L), T_{ri}(R,L), \cdots, T_{rn}(R,L)] \longrightarrow R^*, L^* \tag{38}$$

其中：$i, j, \cdots, n$ 分别为需要优化传递函数值。

约束条件为

$$R \in \mathscr{R}, L \in \mathscr{R} \tag{39}$$

其中：$\mathscr{R}$ 为压电分流电路中的电阻及电感值可以设定的区域。

3.2 模拟退火算法优化

模拟退火算法的思想最早是由 Metropolis 等提出的，其主要实现过程如图 3 所示。

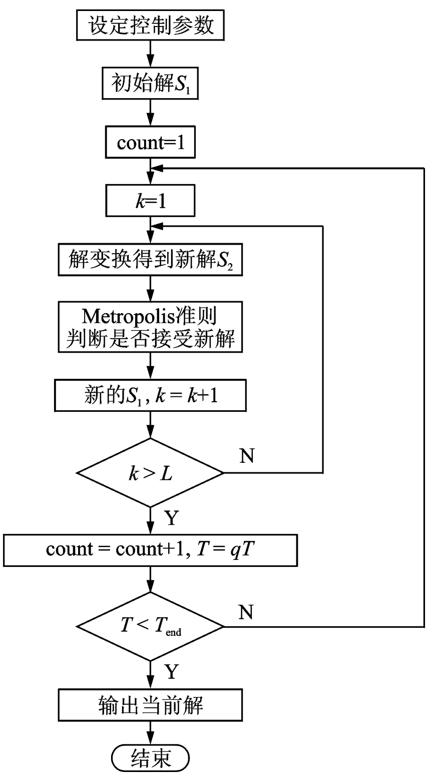

图 3 模拟退火算法求解流程图

Fig. 3 Flow process of simulated annealing algorithm (SA)

1) 控制参数的设置：选取足够大的初始温度 T_0、降温速率 q、结束温度 T_{end} 以及 Metropolis 链长 L。

2) 初始解：任取初始解 S_1。

3) 解变换生成新解：对当前解 S_1 随机扰动产生一个新解 S_2。

4) Metropolis 准则：计算 S_2 的增量 $df = f(S_2) - f(S_1)$，若 $df < 0$，则将 S_2 视为新的当前解；否则按照 S_2 的接受概率 $\exp(-df/T)$ 接受 S_2；

5) 降温：利用降温速率 q 进行降温，即 $T=qT$，若 T 小于结束温度，则停止迭代输出当前状态，否则继续迭代，直至满足结束准则，求出最优解。

4 数值算例

高速旋转柔性梁的动力学响应主要由低阶模态组成，假设其响应由前 3 阶模态组成，则式(27)中 $n=3$，柔性梁和压电分流电路具体参数如表 1 所示。

表 1 旋转梁压电分流系统参数

Tab. 1 System parameters of spinning beam with piezoelectric shunt damping system

名称	数值	名称	数值
$\rho_b/(\mathrm{kg \cdot m^{-3}})$	2 600	$\rho_p/(\mathrm{kg \cdot m^{-3}})$	7 500
w_b/mm	2	w_p/mm	2
h_b/mm	2	h_p/mm	0.8
E_b/GPa	70	E_p/GPa	60
P/N	0	$d_{31}/(\mathrm{pm \cdot V^{-1}})$	−274
$\Omega/(\mathrm{rad \cdot s^{-1}})$	150	$\xi^{\varepsilon}/(\mathrm{nF \cdot m^{-1}})$	25.55
l_b/m	1	l_1/m	0.475
l_{x1}/m	0.3	l_2/m	0.525
l_{x2}/m	0.3	l_{x3}/m	0.3

设初始温度 $T_0 = 100$ ℃，降温函数用指数降温 $T = 0.95^k T_0$，其中 k 为当前迭代次数。模拟退火算法中接受新解的概率采用 Boltzmann 概率分布，即

$$P(x \Rightarrow x') = \begin{cases} 1 & (f(x') < f(x)) \\ \dfrac{1}{1+\exp\left[\dfrac{f(x')-f(x)}{T}\right]} & (f(x') \geqslant f(x)) \end{cases} \tag{40}$$

以第 1 阶频率对应 y 方向位移响应和外力之间的传递函数值为优化目标，分别使用遗传算法和模拟退火算法对其进行优化。

图 4 分别表示使用遗传算法和模拟退火算法对迭代第 1 阶频率对应 y 方向位移响应和外力之间的传递函数值优化历程曲线，其中图(a)为遗传算法优化曲线，图(b)为模拟退火优化曲线。从图中可以看出遗传算法迭代 240 代可取得稳定较优解，所得的最优电阻为 9 150 kΩ，电感为 51.6 H；模拟退火算法迭代 100 代即可获得较优解，所得的最优电阻为9 138.65 kΩ，电感为 102.4 H。在 Intel Xeon CPU X5550，2.66 GH 主频，12 GB 内存计算机上使用 MATLAB 2012a 对两种优化算法分别迭代 400 代，遗传算法使用的时间约为 172 800 s，而模拟退火算法仅需用 28.433 s，约为遗传算法所用时间的 0.165‰，效率得到了极大的提高。

将两种优化算法所得的电阻和电感值分别代入 y 方向位移响应和外力之间的传递函数，并与原系

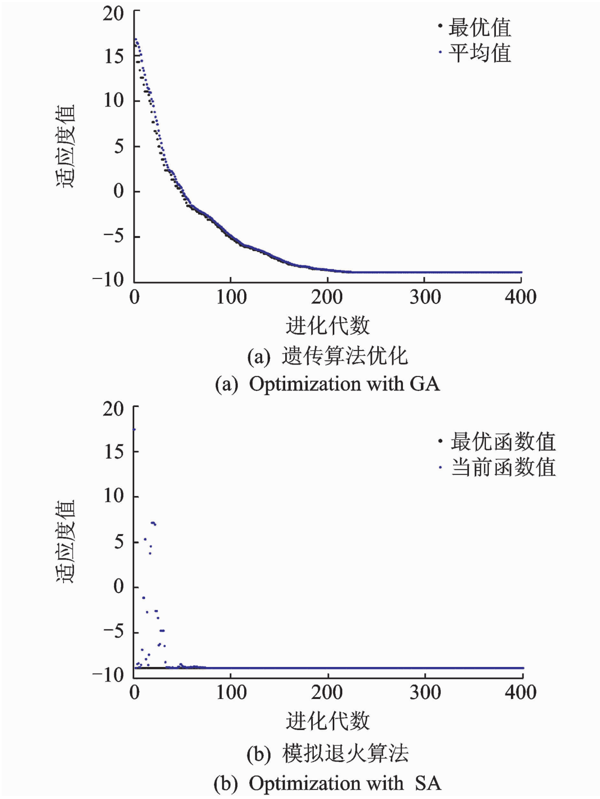

图 4　第 1 阶传递函数迭代优化

Fig. 4　Iterative optimization of the first order transfer function

统传递函数曲线进行对比。从图 5 看出，第 1 阶对应的传递函数值在未控制状态下为 30.111 dB，加入压电分流电路后第 1 阶对应的传递函数值下降为 −8.951 dB，系统响应得到了很好地抑制，两种优化算法所得的压电分流电路对于旋转柔性梁的振动效果几乎一致。从图 5 可以看出，无控制时系统 y 方向位移响应第 1 阶频率为 29.5 Hz，加入压电分流电路后系统第 1 阶频率为 34 Hz，若不考虑频率的变化，所得的结果将偏离最优解。

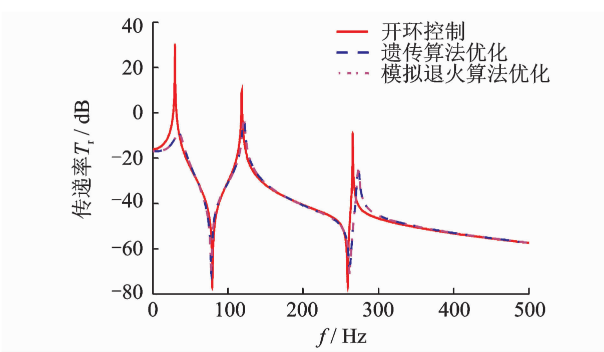

图 5　控制前后系统传递函数曲线

Fig. 5　System transfer function curves with and without control

采用模拟退火算法，分别以第 1 阶、第 2 阶频率对应的传递函数值及前两阶频率对应的函数值为目标函数进行单目标和多目标优化，得到系统在控制前后的传递函数曲线如图 6 所示，图 7 表示局部放大图。从图 7 可以看出，某 1 阶频率对应的函数值为目标函数的提高往往需要以另 1 阶频率对应的函数值的降低为代价。当以第 2 阶频率对应的函数值进行优化时，第 1 阶与第 2 阶频率对应的传递函数值分别降为 −2.538 dB 和 −6.086 dB。与以第 1 阶频率对应的函数值为目标函数相比，第 2 阶频率对应的传递函数值下降了 1.813 dB，但第 1 阶频率对应的传递函数值却上升了 6.413 dB。当以前两阶频率对应的函数值进行多目标优化时，两个频率对应的传递函数值分别降至 −6.325 dB 和 −5.348 dB。

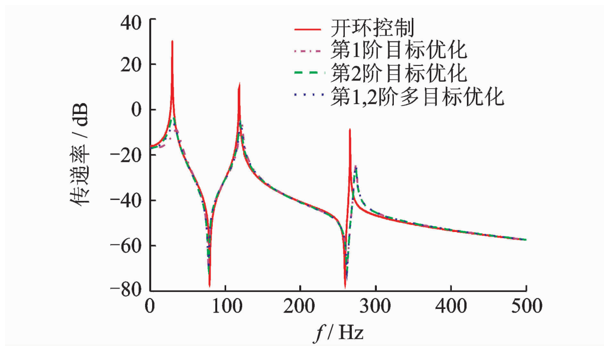

图 6　不同优化目标控制系统前后传递函数曲线

Fig. 6　System transfer function curves with different optimization goals

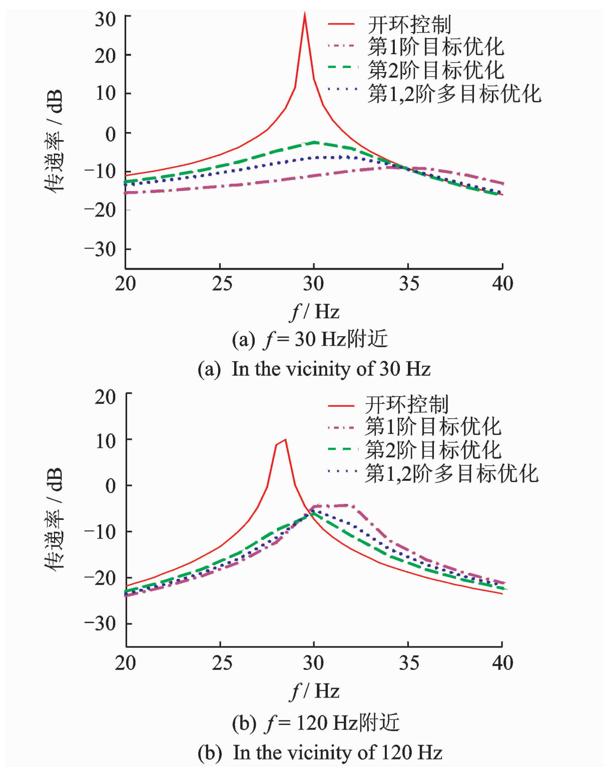

图 7　局部放大图

Fig. 7　Partial enlarged figure

经过对比分析，采用模拟退火算法对前两阶频率对应的函数值进行多目标优化所得的最优压电分流电路，可以对旋转梁系统振动进行较好地抑制。表 2 给出了不同转速下采用模拟退火多目标优化算法获得的最优电感值、电阻值及第 1，2 阶频率对应的传递函数值变化情况。

表 2 不同转速旋转梁压电分流电路优化

Tab. 2 Optimization of piezoelectric shunt damping system at different spinning speeds

转速/$(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	L/H	R/kΩ	$(T_{r0}-T_r)$/dB	
			第 1 阶	第 2 阶
50	149.323	4 174	36.613	15.254
100	339.212	4 325	36.438	15.297
200	159.078	4 161	36.24	15.311
250	84.42	4 026.3	36.078	15.34
300	404.221	4 328.4	36.535	15.31
350	374.353	4 309.3	36.502	15.31

T_r 表示基于压电分流控制的某 1 阶频率对应的系统传递函数值；T_{r0} 表示对应无控制系统传递函数值。

5 结束语

基于压电分流阻尼控制的旋转柔性梁的动力学方程，建立了压电分流控制系统的传递函数。考虑压电分流电路对系统频率的影响，分别使用遗传算法和模拟退火算法对压电分流电路中的电阻及电感值进行优化，得到最优解。研究表明，两种优化算法优化后的压电分流电路都可以很好地抑制旋转梁的动力学响应，但模拟退火算法的优化效率远高于遗传算法。但在实际应用中，相同的压电分流电路，在结构上的不同布置位置，将对振动抑制效果产生较大影响，因此下一步将研究压电分流电路布置对振动控制作用的影响。

参 考 文 献

[1] Sloetjes P J, de Boer A. Vibration reduction and power generation with piezoceramic sheets mounted to a flexible shaft[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2008, 19(1): 25-34.

[2] Horst H G, Wolfel H P. Active vibration control of a high speed rotor using PZT patches on the shaft surface[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2004, 15(9-10): 721-728.

[3] Song O, Librescu L, Kwon H D. Vibration and stability control of robotic manipulator systems consisting of a thin-walled beam and a spinning tip rotor[J]. Journal of Robotic Systems, 2002, 19(10): 469-482.

[4] 孙浩，杨智春，李凯翔，等. 压电分流阻尼控制精密机械结构振动的研究[J]. 振动与冲击，2008，27(6)：15-19.
Sun Hao, Yang Zhichun, Li Kaixiang et al. Piezoelectric shunt damping for vibration control of a precise MEMS system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(6): 15-19. (in Chinese)

[5] Høgsberg J. Explicit solution format for complex-valued natural frequency of beam with R-shunted piezoelectric laminate transducer[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 228(1): 31-44.

[6] Huang T L, Ichchou M N, Bareille O A, et al. Multimodal wave propagation in smart structures with shunted piezoelectric patches[J]. Computational Mechanics, 2013, 52(3): 721-739.

[7] Goldstein A L. Self-tuning multimodal piezoelectric shunt damping[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2011, 33(4): 428-436.

[8] 赵立杰，王文竹，荣刚. 非对称智能减振板优化设计[J]. 振动、测试与诊断，2010，30(5)：573-576.
Zhao Lijie, Wang Wenzhu, Rong Gang. Optimal design of unsymmetrical smart panel[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(5): 573-576. (in Chinese)

[9] Park C H. Dynamics modelling of beams with shunted piezoelectric elements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 268(1): 115-129.

[10] Li Mingming, Fang Bo, Cao Dengqing, et al. Modeling and analysis of cantilever beam with active-passive hybrid piezoelectric network[J]. Science China Technological Sciences, 2013, 56(9): 2326-2335.

[11] Lee H P. Dynamic stability of spinning pre-twisted beams subject to axial pulsating loads[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995, 127(1): 115-126.

[12] Ouyang Huajiang, Wang Minjie. A dynamic model for a rotating beam subjected to axially moving forces [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 308(3): 674-682.

第一作者简介：周兰伟，男，1988 年 2 月生，博士生。主要研究方向为复杂结构动力学分析与控制、智能结构控制。曾发表《Finite element modeling and active vibration control of high-speed spinning flexible beam》(《Journal of Vibroengineering》2015, Vol. 17, No. 6)等论文。
E-mail：zhoulanwei@nuaa.edu.cn