

基于频域法的随机振动疲劳加速试验设计*

张 方, 周凌波, 姜金辉, 王 轲

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京, 210016)

摘要 基于结构疲劳寿命频域分析法中的 Bendat 法和 Dirlik 法, 通过理论推导分析证明并建立了随机振动疲劳试验中激励谱量级、响应应力水平和疲劳寿命之间的线性关系式。基于有限元仿真的分析结果, 提出了一种利用此等效关系进行加速试验激励谱量级确定的方法。算例表明, 该加速方法可缩短试验时间, 为改进设计和提高质量等工作提供参考依据。

关键词 振动疲劳; 随机振动; 加速试验; 频域法; 寿命估算

中图分类号 V215.5; TH113.1

引 言

航空飞行器在起飞、机动和着陆等过程中都会产生或经受复杂的振动激励, 特别是随机振动激励, 引起相关的振动环境问题, 如设备适应性与人员舒适性、可靠性、结构的振动疲劳与耐久性等^[1]。因此, 对加筋板等典型航空结构进行随机激励下的振动疲劳寿命分析, 在航空飞行器的设计、制造、使用和维护等阶段都具有重要意义^[2-3]。

结构的疲劳寿命分析方法主要有两种^[4]: a. 基于统计计数的时域分析法; b. 基于功率谱密度(power spectral density, 简称 PSD) 函数的频域分析法。频域分析法通过有限元分析或实际测量得到结构危险点处应力响应的 PSD 函数, 利用统计原理获得相应 PSD 函数的相关参数, 再结合应力的概率密度函数, 选取适用的累积损伤准则及破坏判据进行疲劳寿命估计。相对于时域分析法^[5], 频域分析法具有方法简便、计算量小和无需繁琐循环计数等优点, 特别是在疲劳循环载荷含动力学载荷特征时只能采用频域法进行处理, 因而在汽车、机械和航空航天等领域得到广泛的重视^[6-8]。

结构的振动疲劳试验是对结构进行振动疲劳寿命分析必不可少的一个环节, 但是在实际载荷激励下的试验时间通常较长, 所以一般采用加速试验的方法来缩短试验时间, 提高试验效率, 降低试验成本, 以较快得出结构的疲劳特性, 为改进设计和提高

质量等环节提供依据^[9]。加速振动试验通常采用两种设计方法^[10]: a. 保持振动特性不变, 通过改变随机振动的频率特性实现加速; b. 保持频率特性的相似性, 在一定范围内人为提高振动量级实现加速。

笔者采用第 2 种加速试验设计方法, 在维持试验激励谱型不变的前提下, 通过提高激励谱的量级来实现试验加速, 其关键是建立不同激励谱量级、响应应力水平与疲劳寿命相互之间的关系, 即疲劳损伤等效关系。因此, 笔者基于疲劳寿命的频域分析法对随机振动激励下的疲劳寿命问题进行研究, 根据推导出的等效关系提出了一种确定加速试验所需激励谱量级的设计方法。

1 疲劳寿命频域分析法

1.1 PSD 函数

工程上一般通过以下关系式来确定结构危险点(b 点)处响应的应力 PSD 函数

$$G_b(f) = W_a(f) H_{ba}^2(f) \quad (1)$$

其中: $W_a(f)$ 为作用在 a 点的激励 PSD 函数; $H_{ba}(f)$ 为结构在 a 点处激励 b 点处响应的频响函数。

PSD 函数的 n 阶惯性矩定义为

$$m_n = \sum_{i=1}^{+\infty} f_i^n G_b(f_i) \Delta f \quad (2)$$

* 国家自然科学基金资助项目(51305197); 航空科学基金资助项目(2012ZA52001); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20123218120005); 江苏高校优势学科建设工程资助项目
收稿日期: 2014-07-02; 修回日期: 2014-08-21

由0阶惯性矩得到应力响应和输入激励的均方根(root mean square,简称RMS)值分别为

$$\sigma_{\text{RMS}} = \sqrt{m_0} = \sqrt{\sum_{i=1}^{+\infty} W_a(f_i) H_{ba}^2(f_i) \Delta f} \quad (3a)$$

$$g_{\text{RMS}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{+\infty} W_a(f_i) \Delta f} \quad (3b)$$

当输入激励的PSD函数谱型不变,量级提高为原来的 k 倍时,由式(1)~(3)得到量级提高后相应的 g_{RMS}^* , $W_a^*(f_i)$, $G_b^*(f_i)$ 和 σ_{RMS}^* 分别为

$$\begin{cases} g_{\text{RMS}}^* = k g_{\text{RMS}} \\ W_a^*(f_i) = k^2 W_a(f_i) \\ G_b^*(f_i) = k^2 G_b(f_i) \\ \sigma_{\text{RMS}}^* = k \sigma_{\text{RMS}} \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)得到 $\sigma_{\text{RMS}}^*/g_{\text{RMS}}^* = \sigma_{\text{RMS}}/g_{\text{RMS}}$ 。任意量级下的响应 σ_{RMS} 与激励 g_{RMS} 为正比关系

$$\sigma_{\text{RMS}} = K g_{\text{RMS}} \quad (5)$$

其中: K 为与结构固有特性有关的一个常数。

1.2 谱参数

频域中通常使用各阶惯性矩来近似估算随机过程的零值正穿频率 $E[0]$ 以及峰值频率 $E[P]$

$$E[0] = \sqrt{m_2/m_0} \quad (6a)$$

$$E[P] = \sqrt{m_4/m_2} \quad (6b)$$

频域中描述随机过程谱参数通常使用谱型不规则因子 γ 和谱宽系数 ϵ

$$\gamma = E[0]/E[P] \quad (7a)$$

$$\epsilon = \sqrt{1 - \gamma^2} \in (0, 1) \quad (7b)$$

根据式(2)和式(4),得到以下关系式

$$\begin{cases} E^*[0] = E[0] \\ E^*[P] = E[P] \\ \gamma^* = \gamma \\ \epsilon^* = \epsilon \end{cases} \quad (8)$$

1.3 累积损伤理论

根据Miner线性累积损伤理论,结构的疲劳累积损伤 D 可以表示为

$$D = \sum_{i=1}^{+\infty} D_i = \sum_{i=1}^{+\infty} [n(S_i)/N(S_i)] \quad (9)$$

$$n(S_i) = E[P] T p(S_i) \Delta S_i \quad (10)$$

其中: D_i 为第 i 次循环的累积损伤; $n(S_i)$ 为应力幅值在 S_i 时 T 时间内的实际应力循环次数; $N(S_i)$ 为应力幅值在 S_i 时的疲劳破坏循环数; $p(S_i)$ 为应力幅值在 S_i 时的概率密度函数。

若已获得材料的S-N曲线 $S^m N(S) = C$,带入

式(9)和式(10)得到

$$D = E[P] TC^{-1} \sum_{i=1}^{+\infty} S_i^m p(S_i) \Delta S_i \quad (11)$$

当 $\Delta S_i \rightarrow 0$ 时,式(11)写成积分形式为

$$D = E[P] TC^{-1} \int_0^{+\infty} S^m p(S) dS \quad (12)$$

一般情况下,当 $D=1$ 时,即认为结构发生疲劳破坏^[11],由此推出结构的疲劳寿命为

$$T = \frac{C}{E[P] \int_0^{+\infty} S^m p(S) dS} \quad (13)$$

由式(13)可见,采用频域法进行疲劳寿命估算的关键是将应力响应谱的PSD函数转化为应力幅值的概率密度函数 $p(S)$ 。目前,获得近似 $p(S)$ 已有一些经典的处理方法,例如,针对窄带随机过程的Bendat法和针对宽带随机过程的Dirlik法^[12-13]。

2 加速试验疲劳损伤等效关系

2.1 窄带随机过程等效关系

工程中一般认为当谱宽系数 $\epsilon < 0.35$ 时,随机过程可以视为窄带过程^[14]。窄带过程响应的峰值频率与零均值正穿频率相近,可以近似认为 $E[P] = E[0]$ 。

对于理想的窄带过程,一般采用Bendat法,将应力幅值的概率密度函数近似为瑞利分布

$$p(S) = \frac{S}{\sigma_{\text{RMS}}^2} e^{-\frac{S^2}{2\sigma_{\text{RMS}}^2}} \quad (14)$$

代入式(13),得到Bendat法的疲劳寿命为

$$T = \frac{C \sigma_{\text{RMS}}^2}{E[0] \int_0^{+\infty} S^{m+1} e^{-\frac{S^2}{2\sigma_{\text{RMS}}^2}} dS} \quad (15)$$

第2类欧拉积分又称作Gamma函数,其表达式为

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (16)$$

式(15)可通过数学变换表示为Gamma函数的形式

$$T = C^{-1} E[0] (\sqrt{2})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) \sigma_{\text{RMS}}^{-m} = A \sigma_{\text{RMS}}^{-m} \quad (17)$$

其中: $A = C^{-1} E[0] (\sqrt{2})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2})$,在给定的激励谱型下为只与材料特性有关的一个常数。

由式(5)和式(17)可知,Bendat法计算得到的寿命 T 与 σ_{RMS} 和 g_{RMS} 在双对数坐标系中皆为线性关系

$$\lg T = -m \lg \sigma_{\text{RMS}} + \lg A \quad (18a)$$

$$\lg T = -m \lg g_{\text{RMS}} + \lg \frac{A}{K^m} \quad (18b)$$

2.2 宽带随机过程等效关系

工程中一般认为当谱宽系数 $\epsilon > 0.35$ 时,随机过程可以视为宽带过程^[14]。对于宽带随机过程的频域疲劳寿命分析通常采用 Dirlik 法,即认为宽带过程的应力概率密度函数为一个指数分布与两个瑞利分布之和

$$p(S) = \frac{1}{\sigma_{\text{RMS}}} \left(\frac{D_1}{Q} e^{-\frac{z}{Q}} + \frac{D_2 Z}{R^2} e^{-\frac{z^2}{2R^2}} + D_3 Z e^{-\frac{z^2}{2}} \right) \quad (19)$$

其中: $Z = S/\sigma_{\text{RMS}}$; $D_1 = 2(x_m - \gamma^2)/(1 + \gamma^2)$; $D_2 = (1 - \gamma - D_1 + D_1^2)/(1 - R)$; $D_3 = 1 - D_1 - D_2$; $R = \frac{\gamma - x_m - D_1^2}{1 - \gamma - D_1 + D_1^2}$, $x_m = \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}}$ 。

式(19)也可通过数学变换表示为 Gamma 函数的形式

$$T = C^{-1} E[P] [D_1 Q^m \Gamma(1 + m) + (\sqrt{2})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) (D_2 |R|^m + D_3)] \sigma_{\text{RMS}}^{-m} = B \sigma_{\text{RMS}}^{-m} \quad (20)$$

其中: $B = C^{-1} E[P] [D_1 Q^m \Gamma(1 + m) + (\sqrt{2})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) (D_2 |R|^m + D_3)]$, B 在给定的激励谱型下为只与材料特性有关的一个常数。

由式(5)和式(20)可知,Dirlik 法计算得到的寿命 T 与 σ_{RMS} 和 g_{RMS} 在双对数坐标系中皆为线性关系

$$\lg T = -m \lg \sigma_{\text{RMS}} + \lg B \quad (21a)$$

$$\lg T = -m \lg g_{\text{RMS}} + \lg \frac{B}{K^m} \quad (21b)$$

2.3 加速试验设计

由式(18)和式(21)可以总结出,结构在给定的激励谱型下,采用 Bendat 法和 Dirlik 法计算的随机振动疲劳寿命都具有表现形式一致的 $T(s)$, σ_{RMS} (MPa) 和 g_{RMS} (g) 之间的线性关系。基于有限元分析,利用线性关系得到对某一结构对象进行仿真寿命监测的曲线图,从而确定进行振动疲劳加速试验所需的激励谱量级。

基于频域法的随机振动疲劳加速试验设计方法流程如图 1 所示。首先,根据载荷条件和边界条件对结构的有限元模型进行频响分析,加载相同谱型、不同加速度量级 (g) 的激励谱,得到应力响应的 PSD 函数和应力 RMS 值 (MPa); 其次,根据累积损伤准则和 S-N 曲线参数,针对窄带和宽带问题分别选择 Bendat 法和 Dirlik 法计算出响应的疲劳寿命 (s); 然后,根据式(5)、式(18)和式(21)得到 $g_{\text{RMS}} - \sigma_{\text{RMS}}$, $\sigma_{\text{RMS}} - T$ 的关系式; 最后,根据加速试验的期望时间得到试验所需使用的激励谱量级 (g)。

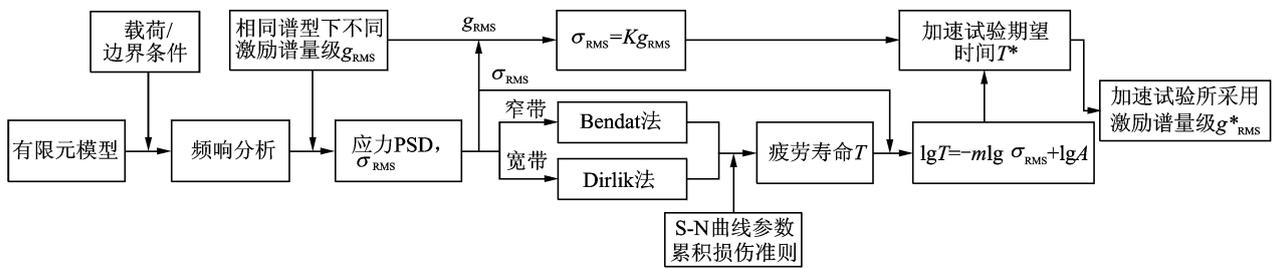


图 1 随机振动疲劳加速试验设计方法流程图

Fig. 1 Random vibration fatigue accelerated test design flow chart

3 算例分析

采用 Dirlik 法进行算例研究。某加筋板试验件长为 480 mm, 宽为 430 mm, 加强筋和 L 型边与底板通过铆钉连接, 加强筋与 L 型边通过角片用螺栓装配相连, 加筋板四侧的 L 型边与外部夹具采用螺栓进行装配连接。加筋板受到夹具通过螺栓传递过来的垂直于底板方向的 10g 加速度随机振动基础

激励。

使用 Hypermesh 软件建立加筋板的有限元模型, 如图 2 所示。划分的有限元单元共计 56 779 个, 单元类型为 2D-PSHELL, 连接类型为 RBE2。该加筋板采用 2024 铝合金材料, 热处理方式为 T4, 表面粗糙度 $R_a = 3.2$, 其物理、力学及疲劳性能参数如表 1 所示。通过 MSC.Patran 和 Nastran 软件进行频响分析, 找到危险点位于有限元模型编号为 25 612 的单元处, 即角片与加强筋连接的螺孔边缘

位置,如图 3 所示。

随机振动的应力响应为随机过程,定义应力均方集中系数 K_{RMS} 为危险点处应力均方根值与对应

点处名义应力均方根值之比^[15],应力响应计算采用 Von Mises 应力准则^[16],危险点处的应力均方集中系数 $K_{RMS}=2.56$ 。

表 1 2024-T4 材料的物理及力学性能

Tab. 1 Physical and mechanical properties of 2024-T4

材料	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(g·cm ⁻³)	抗拉强度/MPa	S-N 参数 C	S-N 参数 m
2024-T4	71.7	0.33	2.74	410	1.406×10^{34}	10.438

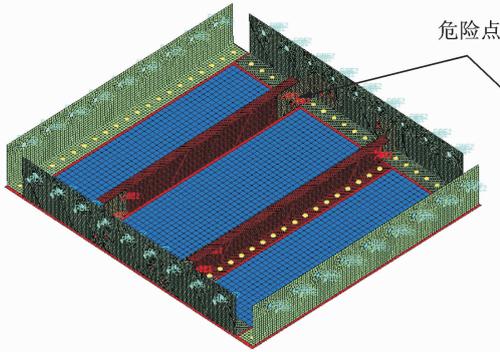


图 2 加筋板有限元模型

Fig. 2 Finite element model of the stiffened plate

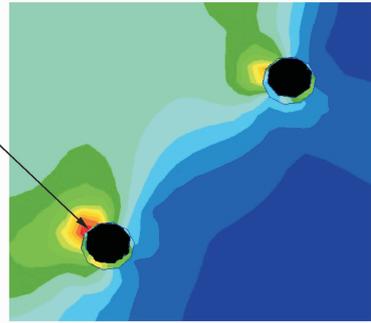


图 3 危险点应力响应云图

Fig. 3 Stress response of the dangerous point

施加的加速度随机基础激励谱型如图 4 所示,其中, $10\lg(W_1/W_2) = 15\text{dB}$ 。

加载实际使用激励载荷(10g 加速度),当阻尼比 $\zeta=0.005$ 时,按照 Dirlik 法的寿命估算结果,需要进行 1 743.33 h 的试验,这显然在实际中很难实现。因此,基于有限元结果,需要按照寿命等效关系设计加速试验间接评估加筋板的寿命。

由于有限元软件仿真中需要自定义结构的阻尼系数,所以考虑 $\zeta=0.005, 0.01, 0.015$ 这 3 种常见的结构阻尼比情况进行分析。根据式(5)和式(21),通过有限元仿真,理论上采用单点法就可以确定 $g_{RMS}(g)$, $\sigma_{RMS}(\text{MPa})$ 和寿命 $T(\text{s})$ 的关系,但是建模和计算过程中不可避免地会产生舍入误差和截断误差,因此采用多点法(本算例采用 5 个点)来拟合,以减小误差影响,结果如表 2 所示。得到的 $g_{RMS}-\sigma_{RMS}, g_{RMS}-T$ 曲线如图 5,6 所示。由表 2、图 5 和

图 6 可见,拟合得到的关系式与理论表达式吻合很好,由此可以根据所期望的加速试验时间来确定激励谱的加速度量级。

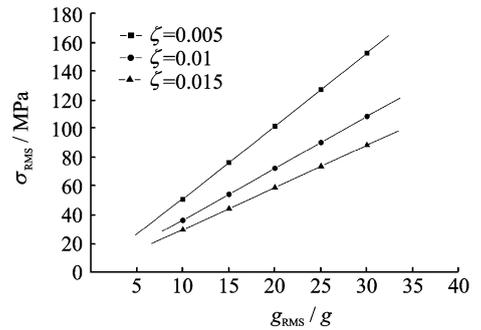


图 5 $g_{RMS}-\sigma_{RMS}$ 曲线

Fig. 5 $g_{RMS}-\sigma_{RMS}$ graph

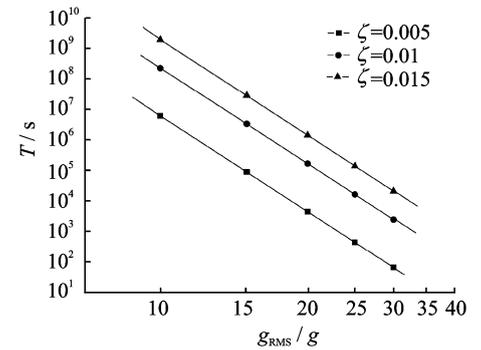


图 6 $g_{RMS}-T$ 曲线

Fig. 6 $g_{RMS}-T$ graph

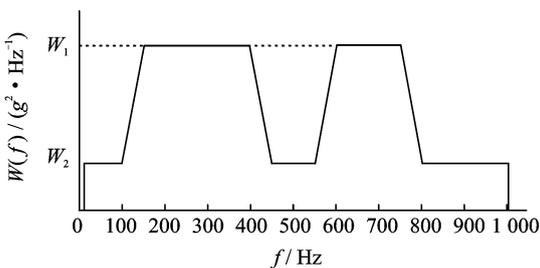


图 4 加速度随机基础激励谱

Fig. 4 Acceleration random base excitation PSD

表 2 不同阻尼比下 g_{RMS}, σ_{RMS} 与 T 的关系

Tab. 2 The relationships between g_{RMS}, σ_{RMS} and T under different damping ratios

阻尼比	g_{RMS}/g	σ_{RMS}/MPa	T/s	K	g_{RMS-T} 关系式
$\zeta=0.005$	10	50.86	$6.276\ 0 \times 10^6$	5.086	$\lg T = -10.438 \lg g_{RMS} + 17.236$
	15	76.28	$9.120\ 4 \times 10^4$		
	20	101.7	$4.525\ 0 \times 10^3$		
	25	127.1	$4.406\ 0 \times 10^2$		
	30	152.6	$6.567\ 8 \times 10^1$		
$\zeta=0.01$	10	36.15	$2.375\ 2 \times 10^8$	3.617	$\lg T = -10.438 \lg g_{RMS} + 18.814$
	15	54.23	$3.451\ 7 \times 10^6$		
	20	72.31	$1.712\ 5 \times 10^5$		
	25	90.38	$1.667\ 5 \times 10^4$		
	30	108.5	$2.485\ 6 \times 10^3$		
$\zeta=0.015$	10	29.50	$2.031\ 9 \times 10^9$	2.950	$\lg T = -10.438 \lg g_{RMS} + 19.746$
	15	44.24	$2.952\ 9 \times 10^7$		
	20	58.99	$1.465\ 0 \times 10^6$		
	25	73.74	$1.426\ 5 \times 10^5$		
	30	88.49	$2.126\ 4 \times 10^4$		

一般振动疲劳加速试验的理想试验时间在 1 h 左右,根据关系式和寿命图可以推出所需施加的激励谱量级供试验参考,如表 3 所示。

表 3 激励谱 RMS 值

Tab. 3 RMS value of the excitation spectrum

ζ	g_{RMS}/g
0.005	20.44
0.01	28.96
0.015	35.56

4 结束语

基于结构疲劳寿命频域分析法中的 Bendat 法和 Dirlik 法,通过理论推导分析,证明并建立了随机振动疲劳试验中激励谱量级 $g_{RMS}(g)$ 、响应力水平 $\sigma_{RMS}(MPa)$ 和疲劳寿命 $T(s)$ 之间的线性关系式。提出了可以利用此等效关系,基于有限元仿真的分析结果来进行加速试验激励谱量级确定的一种方法。算例表明,该加速方法可以大大缩短试验时间,为改进设计和提高质量等工作提供参考依据。

参 考 文 献

[1] 姚军,姚起杭. 结构随机振动响应的工程简化分析[J]. 应用力学学报,2002,9(1):103-105.
Yao Jun, Yao Qihang. A simple analysis method for random vibration response [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, 9(1):103-105. (in Chinese)

[2] 姚起杭,姚军. 结构振动疲劳问题的特点与分析方法

[J]. 机械科学与技术,2000,19(S1):56-58.
Yao Qihang, Yao Jun. Characteristics and analysis methods of structural vibration fatigue[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2000, 19(S1):56-58. (in Chinese)

[3] 闫楚良,刘克格. 飞机结构经济寿命可靠性设计与评定 [J]. 振动、测试与诊断,2012,32(3):355-363.
Yan Chuliang, Liu Kege. Reliability design and economic life assessment of aircraft structures [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(3): 355-363. (in Chinese)

[4] 张钊,张万玉,胡亚琪. 飞机结构振动疲劳分析研究进展[J]. 航空计算技术,2012,42(2):60-64.
Zhang Zhao, Zhang Wanyu, Hu Yaqi. Development of aircraft structure vibration fatigue life study [J]. Aeronautical Computing Technique, 2012, 42(2):60-64. (in Chinese)

[5] 董兴建,李鸿光,孟光. 岸桥起重机随机风振疲劳可靠性分析[J]. 振动工程学报,2013,26(6):901-907.
Dong Xingjian, Li Hongguang, Meng Guang. Reliability analysis on wind-induced stochastic fatigue for quayside container crane[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(6): 901-907. (in Chinese)

[6] 曹明红,邵闯,齐丕骞. 宽带随机振动疲劳寿命的频域分析与试验对比研究[J]. 机械科学与技术,2013,32(6):839-844.
Cao Minghong, Shao Chuang, Qi Piqian. Comparison of the frequency-domain analysis and the test results for a wide-band random vibration fatigue problem[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2013, 32(6):839-844. (in Chinese)

- [7] 周敏亮,陈忠明.飞机结构的随机振动疲劳分析方法[J].飞机设计,2008,28(2):46-49.
Zhou Minliang, Chen Zhongming. Vibration fatigue analysis of aircraft structure subjected to random loading[J]. Aircraft Design, 2008, 28(2):46-49. (in Chinese)
- [8] 李超.基于功率谱密度的疲劳寿命估算[J].机械设计与研究,2005,21(2):6-8.
Li Chao. A approach based on power spectral density for fatigue life estimation[J]. Machine Design and Research, 2005, 21(2):6-8. (in Chinese)
- [9] 陈兵,李星.加速寿命试验技术在国内外的工程应用研究[J].强度与环境,2010,37(6):31-38.
Chen Bing, Li Xing. Research of accelerated life testing technology application at home and abroad[J]. Structure & Environment Engineering, 2010, 37(6):31-38. (in Chinese)
- [10] 李奇志,陈国平,王明旭,等.振动加速因子试验方法研究[J].振动、测试与诊断,2013,33(1):35-39.
Li Qizhi, Chen Guoping, Wang Mingxu, et al. Test method of vibration acceleration factor[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(1):35-39. (in Chinese)
- [11] 姚卫星.结构疲劳寿命分析[M].北京:国防工业出版社,2003:76-78.
- [12] 张然治.疲劳试验测试分析理论与实践[M].北京:国防工业出版社,2011:288-307.
- [13] 沙云东,张振,唐金,等.基于联合概率密度的随机声疲劳寿命估算方法[J].振动、测试与诊断,2012,32(S1):32-36.

Sha Yundong, Zhang Zhen, Tang Jin, et al. Estimation method for random sonic fatigue life based on joint probability density[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(S1):32-26. (in Chinese)

- [14] 施荣明.现代战斗机结构动强度设计技术指南[M].北京:航空工业出版社,2012:210-212.
- [15] 李德勇,姚卫星.缺口件振动疲劳寿命分析的名义应力法[J].航空学报,2011,32(11):2036-2041.
Li Deyong, Yao Weixing. Nominal stress approach for life prediction of notched specimens under vibration loading[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(11):2036-2041. (in Chinese)
- [16] 金奕山.宽带随机振动结构疲劳寿命预估问题的理论研究[D].北京:北京航空航天大学,2004.



第一作者简介:张方,男,1962年8月生,教授。主要研究方向为复杂结构动载荷识别、机械结构动力学、噪声与振动控制及振动信号数据分析等。曾发表《动载荷识别的时间有限元模型理论及其应用》(《振动与冲击》1998年第17卷第2期)等论文。

E-mail: zhangf@nuaa.edu.cn

通信作者简介:周凌波,男,1990年2月生,硕士。主要研究方向为随机振动疲劳。
E-mail: zhoulingbo@nuaa.edu.cn

