

基于欠定盲源分离的结构模态参数识别^{*}

于 刚, 周以齐, 刘 磊, 米永振

(山东大学高效洁净机械制造教育部重点实验室 济南, 250061)

摘要 针对欠定情况下传统盲源分离(blind source separation, 简称 BSS)算法无法有效识别结构模态参数的问题, 研究了一种不受传感器数量限制的 BSS 算法。算法主要分为振型矩阵估计与单模态信号分离两步。首先, 利用各阶模态响应信号在时频域中的聚类特性估计结构的模态振型; 然后, 在已知振型矩阵的基础上, 通过 L_1 范数最小化算法分离出多个单模态信号; 最后, 利用单模态参数识别方法提取各阶模态的频率与阻尼比。经仿真与实验验证, 本研究方法可以准确识别出结构的各阶模态参数, 同时对测量噪声不敏感, 具有很好的噪声鲁棒性, 在工程实践中具有一定的应用价值。

关键词 盲源分离; 模态参数识别; 欠定; 稀疏分量分析

中图分类号 TB123; TH17

引 言

仅通过测量信号提取源信号特征的盲源分离技术已成为振动信号分析的有力工具, 在结构模态参数识别中得到了广泛关注。文献[1]首次提出将单模态信号视为 BSS 算法中的信号源, 利用独立分量分析(independent component analysis, 简称 ICA) 提取出多个单模态响应信号, 同时得到了结构的各阶模态振型。与传统的时域识别方法相比, BSS 算法具有非参数化、无需先验信息以及计算简单等优点。一些文献利用 BSS 算法均得到了理想的结果, 例如: 二阶盲辨识方法(second order blind identification, 简称 SOBI)^[2-4]、多源提取方法(algorithm for multiple unknown signals extraction, 简称 AMUSE)^[5-6]、二阶非问题源辨识方法(second order non-steady source, 简称 SONS)^[7]、时域解相关源分离算法(temporal decorrelation source separation algorithm, 简称 TDSEP)^[8]及时域预测盲分离方法(temporal predictability blind source separation, 简称 TPBSS)^[9]等。

BSS 算法在模态参数识别中的应用主要分为两步。首先, 应用 BSS 算法将实验测量信号分解为各阶的模态响应, 完成结构动力响应从物理空间到模

态空间的变换, 同时确定各阶模态的结构振型; 然后, 利用单模态识别技术提取结构各阶的模态频率和模态阻尼比。模态响应代表了结构基本的振动形式, 模态振型则反映了系统响应中各个基本振动形式的参与量^[10]。文献[1-9]中的方法都需要满足测量传感器数目(设为 m) 大于或者等于结构模态数目(设为 n), 即 BSS 算法中的正定问题。当 $m < n$ 时, 称为欠定问题, 这种情况下正定 BSS 算法无法分离出有效的单模态信号。因此, 在结构模态阶数无法提前知道的情况下, 正定 BSS 算法受到一定的限制, 而不受传感器与源信号数目限制的欠定 BSS 算法在工程实践中具有更广的应用范围。

多个文献研究了欠定 BSS 算法在模态参数识别中的应用。文献[11]利用经验模态分解方法将测量信号分解为具有不同特征尺度的时间序列, 满足正定 BSS 算法对通道数的要求, 再利用互相关算法得到结构模态参数。文献[12]引入欠定 SOBI 算法分析结构模态数据。文献[13-15]分别利用小波变换、傅里叶变换以及短时傅里叶变换将测量信号变换到稀疏域内, 利用主分量分析、 L_1 范数最小化以及混合矩阵时频比提取方法(time frequency ratio of mixtures, 简称 TIFROM) 方法进行模态参数识别。可见, 利用测量信号在变换域中的稀疏特性分离单模态信号是欠定情况下识别模态参数的热点;

^{*} 国家科技支撑计划资助项目(2015BAF07B04); 国家自然科学基金资助项目(51475277)

收稿日期: 2014-09-27; 修回日期: 2014-11-05

但是文献[13-15]采用的方法依然存在一定的不足。文献[13]的方法需要人工设定阈值来去除干扰信号的影响,使其应用受到一定限制。存在阻尼的振动响应是一个衰减的非平稳过程,而傅里叶变换是全局的变换,对于阻尼较大的振动系统,文献[14]的方法无法准确恢复出各阶模态的时域信号。文献[15]所用的 TIFROM 方法只能得到欠定情况下的混合矩阵,无法恢复出各阶单模态信号,需要一定的先验知识,并借助其他处理方法对频率与阻尼比参数进行估计,增加了参数识别的复杂性,一定程度上背离了 BSS 算法的初衷。

笔者结合文献[14-15]方法,提出了一种有效的解决方案。首先,通过短时傅里叶变换将测量信号变换到时频域中,利用模态信号在时频域中的聚类特性提出了一种新的振型矩阵估计方法;然后,利用 L_1 范数最小化恢复出各阶单模态信号;最后,利用单模态参数识别方法提取模态频率与阻尼比参数。

1 盲源分离的基本概念

盲源分离是指在源信号与混合通道参数均未知的条件下,仅通过传感器测量信号估计出各源信号的一种信号处理方法。BSS 的数学模型表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

其中: N 个未知信号源 $\mathbf{S}_i(t), i=1, 2, \dots, n$, 构成列向量 $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$; t 为离散时间; \mathbf{A} 为一个 $m \times n$ 矩阵,称为混合矩阵; $\mathbf{N}(t)$ 为 m 维观测高斯噪声信号; $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$ 为通过传感器测量到的 m 维向量。

分离模型可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) \quad (2)$$

对于正定 BSS,假设 $m=n$ 。盲源分离的任务就是找到混合矩阵及其逆矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1}$, \mathbf{W} 称为分离矩阵。源矢量可以从观测信号 $\mathbf{X}(t)$ 中得到,即

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{W}\mathbf{X}(t) \quad (3)$$

2 模态参数识别基本概念

模态参数识别包括提取结构一系列的模态频率、模态阻尼和模态振型。根据结构动力学理论,一个 n 自由度线性系统的自由振动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \quad (4)$$

其中: $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别表示系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。

对于比例阻尼或小阻尼系统,系统的位移解为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i a_i \exp(-\varepsilon_i t) \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad (5)$$

其中: $\varepsilon_i, \omega_i, \varphi_i$ 分别为模态阻尼比、模态频率和相位角; φ_i, a_i 为常数。

式(5)的矩阵形式为

$$x(t) = \Phi \mathbf{Q}(t) \quad (6)$$

其中: Φ 为自由振动向量 φ_i 组成的振型矩阵; $\mathbf{Q}(t)$ 为模态响应 $a_i \exp(-\varepsilon_i t) \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ 组成的向量。

模态参数识别就是从结构的响应输出 $x(t)$ 中提取振型矩阵 Φ 和包含在模态响应中的模态频率 ω_i 及模态阻尼 ε_i 。

对比式(2)与式(6),时域的模态分析与盲源分离之间存在着一些相似之处。两者都是从混合信号中估计潜在的组成分量,都是仅利用结构系统的输出信息。模态响应 $\mathbf{Q}(t)$ 相当于源信号 \mathbf{S} 的一种特例,混合矩阵 \mathbf{A} 中包含着振型矩阵的信息,即 $\Phi = \mathbf{A}$ 。因此,应用 BSS 算法提取系统的模态参数是可行的^[1-3]。对于欠定情况,由于传感器数目小于源数目,此时的混合矩阵 \mathbf{A} 没有逆矩阵,因此无法利用传统 BSS 算法求解逆矩阵的思路得到源信号。

3 欠定盲源分离

3.1 基本原理

以两通道测量信号为例说明本算法原理,假设有 n 个源存在,则可表示为

$$\begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \end{cases} = \sum_{i=1}^n \begin{cases} a_{1i} \\ a_{2i} \end{cases} s_i(t) \quad (7)$$

其中: $x_1(t), x_2(t)$ 为两观测信号; a_{1i}, a_{2i} 为第 i 个源信号到达两通道的衰减系数; $s_i(t)$ 为第 i 个源信号。

利用时频变换方法将式(7)变换到时频域中

$$\begin{cases} x_1(t, f) \\ x_2(t, f) \end{cases} = \sum_{i=1}^n \begin{cases} a_{1i} \\ a_{2i} \end{cases} s_i(t, f) \quad (8)$$

根据模态理论可知,各阶模态坐标之间相互正交,即结构的各阶模态在频域或时频域是不可通约的,则在某个时频点仅有可能出现一个源信号。假设在时频点 (t_k, f_k) , 只有源 $s_j(t_k, f_k)$ 取值非零(其他源幅值较小或为零),则式(8)可表示为

$$\begin{cases} x_1(t_k, f_k) \\ x_2(t_k, f_k) \end{cases} = \begin{cases} a_{1j} \\ a_{2j} \end{cases} s_j(t_k, f_k) \quad (9)$$

由式(9)可知,在时频域中每个源在两通道观测信号的散点图中各自确定一条直线,例如图 3、图 8(a)中的聚类直线。直线的方向向量为 $[a_{1j} \ a_{2j}]^T$, 即为每个源混合到观测信号的衰减系数比,同时也

是对应模态响应在 2 个测点位置的振型向量^[13-15]。可以通过散点图中各直线的聚类方向估计每个源的混合衰减系数。在已知混合系数的基础上,源分离变为求解欠定方程组的问题,其解不是唯一的,只能得到最优解。文献[16]证明,当方程组的解 L_1 范数最小时,得到的源信号最接近于真实源信号。

3.2 混合矩阵(振型矩阵)估计

源分离过程分为两步,第 1 步是估计源信号的混合矩阵,主要有势函数法和聚类法。势函数法是将聚类直线的角度展开到极坐标轴中,通过计算峰值点确定聚类直线与坐标轴夹角,以此来估计混合矩阵的各列向量^[17],但只能用于两通道混合信号,具有一定的局限性。聚类方法主要有模糊 C 均值和 K 均值等,通过估计聚类直线的中心确定混合矩阵,不受通道数目限制,所以应用较广^[18]。但实际的测量信号受到多个源影响,使其在散点图中聚类方向较多。当参与聚类的点数目较多时,增加计算时间的同时也会影响聚类精度,导致无法得到精确的混合矩阵。

针对传统聚类方法的局限性,笔者提出了一种频率能量峰值点的方法估计混合矩阵。对于模态响应信号,能量集中在某些频率点处,而局部能量最大频点处的聚类方向则代表源信号的聚类方向,仅通过计算这些频率点处的聚类方向即可估计混合矩阵。具体过程为:在时频域中先计算单个通道在频域的能量分布,然后将多个通道能量在相同频点相加,即

$$E(f) = \sum_{i=1}^m \int_{t_1}^{t_2} ((R(x_i(t, f)))^2 + (I(x_i(t, f)))^2) dt \quad (10)$$

其中: $E(f)$ 为 i 个传感器接收到的信号在各频率点上的能量和; $R(x_i(t, f))$ 与 $I(x_i(t, f))$ 为第 i 个传感器信号在时频变换后的实部与虚部; m 为通道数目。

利用峰值检测方法提取各峰值频率点。通过估计这几个峰值频点处的散点聚类方向,可估计出混合矩阵,同时聚类算法的时间与精度得到明显改善,可用于估计任意通道数目。

3.3 源信号恢复

源分离过程的第 2 步为源信号恢复。由于未知源个数大于方程式个数,方程没有唯一确定解,引入限制条件,要求解的 L_1 范数最小,则源恢复转化为优化问题。对稀疏域中所有的点

$$\begin{cases} \min |s(t, f)| \\ \text{s. t. } \mathbf{A}s(t, f) = x(t, f) \end{cases} \quad (11)$$

其中: $s(t, f)$ 为源信号的最优估计。

以二维观测信号为例说明算法原理。如图 1 所示, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ 为混合矩阵 \mathbf{A} 的 3 个列向量。点 Z 为观测信号的任意一点。此时的混合矩阵 \mathbf{A} 没有逆矩阵, L_1 范数最小的解就是满足点 Z 到原点距离最短的解。将矩阵 \mathbf{A} 进行降维,生成 3 个 2×2 的子矩阵(即混合矩阵 \mathbf{A} 列向量的 3 个组合)。点 Z 在向量 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ 之间,则 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ 组成的子矩阵即为最优解矩阵,OA,OB 即为点 Z 在 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ 方向上的最优解。子矩阵的逆与观测点相乘得到源信号的估计。 L_1 范数最小化算法的具体步骤如下:

- 1) 求出矩阵 \mathbf{A} 的 C_n^m 个 $m \times m$ 维的子矩阵,设为 $\mathbf{B}_k, k=1, \dots, C_n^m$;
- 2) 对稀疏域中某一点 \mathbf{X} 求出所有可能的解, $\hat{\mathbf{S}}_k = \mathbf{B}_k^{-1} \mathbf{X}, k=1, \dots, C_n^m$;
- 3) 求出各解的 L_1 范数,取范数最小的 $\hat{\mathbf{S}}_k$ 作为源信号的最优估计,即 $\hat{\mathbf{S}} = \min \sum_{i=1}^{C_n^m} |(\hat{\mathbf{S}}_k)_i|$;
- 4) 重复步骤 1~3, 求出稀疏域中所有点的最优解;
- 5) 对得到的源信号进行逆稀疏变换,得到源信号的时域估计。

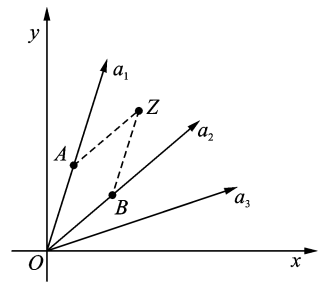


图 1 二维 L_1 范数最小化示意图

Fig. 1 L_1 -norm minimization for two-dimension

4 仿真实验

考虑三自由度线性振动系统,系统模型如下

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 50 & -10 & 0 \\ -10 & 50 & -10 \\ 0 & -10 & 25 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.089 4 & -0.008 4 & 0.000 3 \\ -0.008 4 & 0.130 1 & -0.024 4 \\ 0.000 3 & -0.024 4 & 0.077 2 \end{bmatrix}$$

其中: $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$ 分别为系统的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵。

虽然不是比例阻尼,但由于 $\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$ 为对称阵,因此阻尼矩阵可被振型对角化。位移初始条件为 $[1, 0, 0]^T$, 速度初始条件为 $[0, 0, 0]^T$ 。采样频率为 10 Hz, 对系统振动的位移响应 x_1, x_2, x_3 进行采样, 取前 2 000 个点, 其时域与频域分布如图 2 所示。

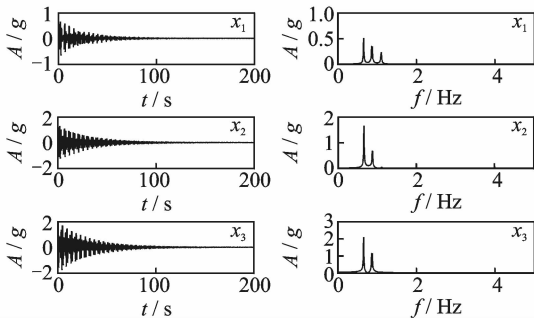


图 2 观测信号 x_1, x_2, x_3

Fig. 2 Measuring signals x_1, x_2, x_3

采用模态置信准则 (modal assurance criterion, 简称 MAC) 度量振型识别的准确性。模态置信系数为

$$MAC_i = \frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^T \bar{\boldsymbol{\varphi}}_i)^2}{(\boldsymbol{\varphi}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i)(\bar{\boldsymbol{\varphi}}_i^T \bar{\boldsymbol{\varphi}}_i)} \quad (12)$$

其中: $\boldsymbol{\varphi}_i^T, \bar{\boldsymbol{\varphi}}_i$ 分别为振型的理论值与识别值; $0 \leq MAC \leq 1$, 其值越接近于 1, 说明识别振型的准确性越高。

为了说明本研究方法在欠定情况下的模态参数估计能力, 取 x_2, x_3 作为两通道的观测信号。利用短时傅里叶变换将 x_2, x_3 变换到时频域中, 窗函数选择矩形窗, 长度为 1 000, 帧信号之间的混叠为 998, 即每次移动 2 个数据点截断信号。图 3 为观测信号 x_2, x_3 的实部散点图。可以看出, 有 3 条明显的聚类直线, 说明存在有 3 阶模态。

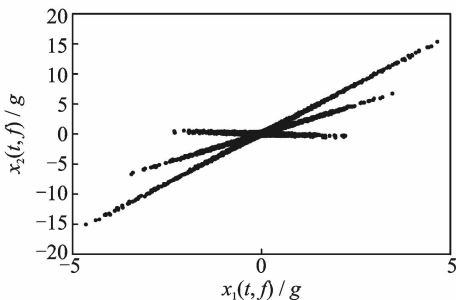


图 3 观测信号 x_2, x_3 实部散点图

Fig. 3 The scatter plot of measuring signals x_2, x_3

根据式(10)计算两通道在各频率点处的能量和, 利用峰值检测法得到各峰值频点, 如图 4 所示。图 5 为 3 个峰值频点处对应的实部散点图。对各散点集进行归一化处理, 映射到单位圆上, 再利用模糊 C 均值算法得到 6 个聚类中心。每一个散点集得到 2 个对称于原点的聚类中心, 只取其中 1 个即可, 最终估计的混合矩阵为 $\begin{bmatrix} -0.6161 & -0.5007 & -0.9273 \\ -0.7828 & 0.844 & 0.3455 \end{bmatrix}$ 。由于传统聚类方法是一次性计算所有的点, 信号需要计算 1×10^6 个点, 而本研究方法仅需计算 3×10^3 个点, 较大程度减少了计算负担, 同时提高了聚类精度。

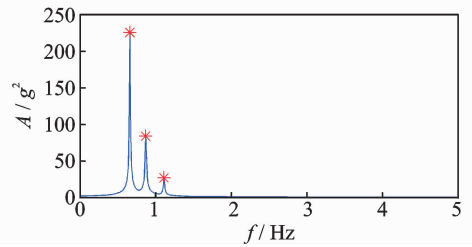


图 4 频域能量峰值图

Fig. 4 The peak plot in frequency domain

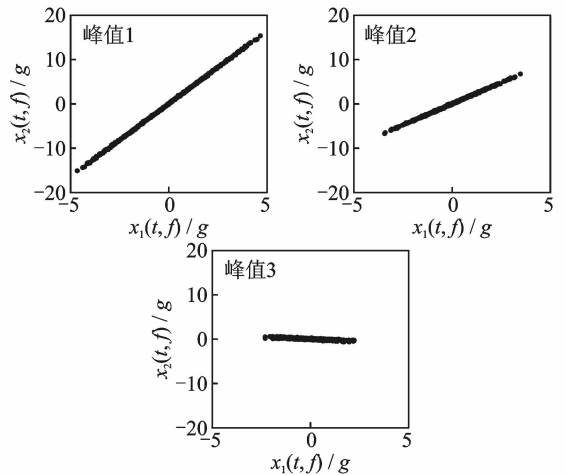


图 5 3 个峰值对应的散点图

Fig. 5 The scatter plot corresponding to three peak frequency bins

图 6 为利用 L_1 范数最小化方法得到的 3 个源信号, 每个分离源都为单频衰减信号, 说明各阶模态信号均实现了有效分离。盲源分离方法存在分离源信号排列次序不确定的问题。本研究方法通过检测峰值得到的各点频率是按照从低到高的顺序, 使最终估计出的振型矩阵与各阶模态响应都是按照从低

阶到高阶的顺序排列,有效解决了分离信号的重排问题。

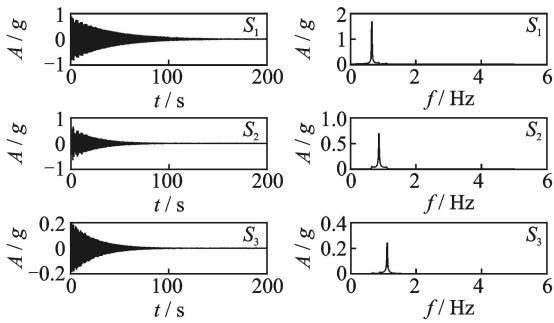


图6 3个分离信号时频域图

Fig. 6 Three separating signals in time/frequency domain

利用单模态参数识别方法得到的模态频率、阻尼比以及振型与理论值对比如表1所示。可以看出,本研究对于无噪声信号具有很高的识别精度。在振动响应中加入不同信噪比的高斯白噪声,各阶振型的模态置信系数如表2所示。在混入信噪比较低的噪声时,各阶MAC均受到一定影响,最小值依然大于0.99。随着信噪比的增加,各阶MAC趋近于1,说明笔者提出的振型矩阵估计方法对白噪声不敏感,具有很好的噪声鲁棒性。

表1 模态参数识别结果

Tab. 1 The estimated results of modal parameters

模态	本研究方法	理论值	本研究方法	理论值	本研究 方法 MAC
	f/Hz		阻尼比/%		
1阶	0.649 5	0.658 7	0.61	0.64	1.000 0
2阶	0.862 6	0.884 5	0.79	0.79	1.000 0
3阶	1.101 2	1.147 6	0.61	0.63	1.000 0

表2 不同信噪比下的MAC识别结果

Tab. 2 MAC value under SNR cases

SNR	MAC ₁	MAC ₂	MAC ₃
5	1.000 0	0.993 9	0.992 6
10	0.999 9	0.995 2	0.995 6
15	0.999 9	0.995 3	0.997 9
20	0.999 7	0.998 8	0.996 8
25	1.000 0	1.000 0	0.997 4
30	0.999 9	0.999 9	0.999 6
35	1.000 0	1.000 0	1.000 0
40	1.000 0	1.000 0	1.000 0

5 实验

5.1 实测数据分析

实测数据来自文献[15]中的悬臂梁锤击测试方

案,梁上布置有3个测点。采样频率为2 560 Hz,取0.5 s的数据。图7为测点1,2,3信号的时域与频域分布。图8(a)为三通道测量信号 x_1, x_2, x_3 经短时傅里叶变换后的实部散点图。可以看出有明显的5条聚类直线,说明有5阶模态被激发出来。根据式(10)得到三通道在频域上的能量分布,如图8(b)所示。利用聚类方法得到5个归一化的聚类中心,即为各阶模态响应在3个测点的振型向量

$$\begin{bmatrix} -0.796 5 & 0.877 5 & 0.741 5 & 0.595 3 & 0.473 1 \\ -0.591 & 0.066 1 & 0.022 3 & -0.354 2 & -0.600 7 \\ 0.009 7 & -0.466 7 & 0.655 2 & 0.643 1 & -0.619 9 \end{bmatrix}$$

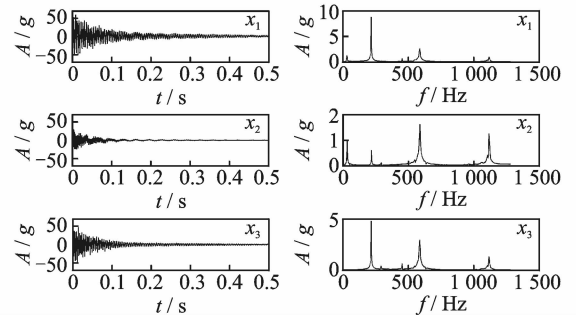
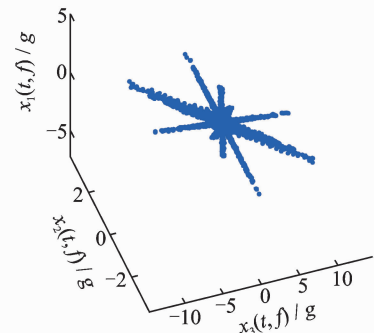


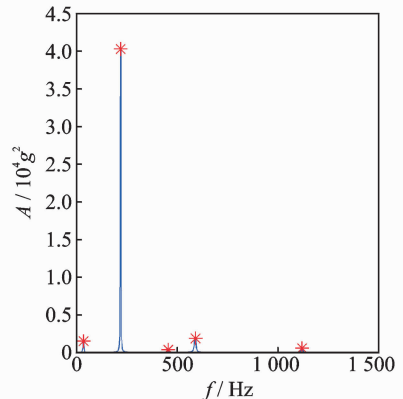
图7 3个测量信号时域与频域分布

Fig. 7 Three measuring signals in time and frequency domain



(a) 3个测量信号的实部散点图

(a) The scatter plot of three measuring signals



(b) 频域能量峰值图

(b) The peak plot in frequency domain

图8 实测信号处理结果

Fig. 8 The processing result of measurement signal

利用 L_1 范数最小化方法恢复出各阶模态响应信号,如图 9 所示。可以看出,各阶信号都为单频衰减信号,利用单模态参数识别方法得到各阶模态响应的频率与阻尼参数。文献[15]中的方法仅识别出了 4 阶模态,第 3 阶模态由于幅值较小而被忽略。表 3 为本研究方法所得参数与文献[15]方法的对比。可以看出,本研究方法能够准确识别出各阶模态参数,同时对小幅值振动也有较好的识别效果。

5.2 算法对比分析

对于正定 BSS 算法,测量通道的减少会直接影响到分离结果的准确性,从而无法对结构模态进行有效辨识。图 10 为分别利用 SOBI 与 ICA 算法对

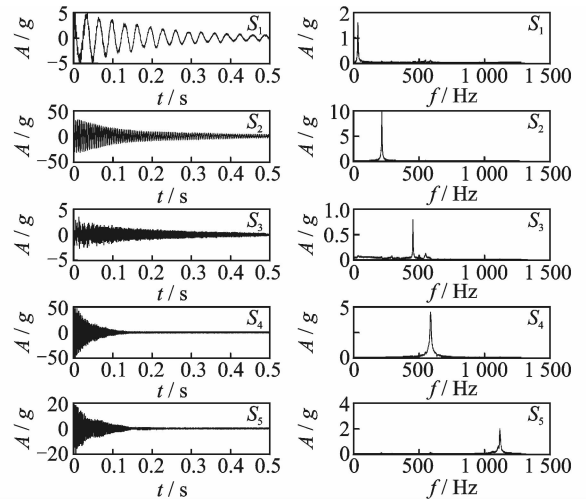


图 9 5 个单模态分离信号

Fig. 9 Five separating signals

表 3 模态参数识别结果

Tab. 3 The estimated results of modal parameters

模态	本研究方法		误差/%	文献[15]方法		误差/%	MAC
	f/Hz	阻尼比/%		f/Hz	阻尼比/%		
1 阶	30.71	2.353 3	1.81	31.28	2.361	0.32	0.999 7
2 阶	216.6	0.509 4	0.04	216.5	0.511	0.31	1.000 0
3 阶	452.3	0.111 9	—	—	—	—	—
4 阶	585.9	0.603	0.15	586.8	0.601	0.33	1.000 0
5 阶	1 115	0.233 7	0	1 115	0.242	3.42	0.999 9

三通道数据进行处理后的结果。可以看出,各分离信号中均包含了多个模态频率,说明这两种算法都没有正确地分离出单模态信号。

为了说明本研究方法不受测量通道数目的影响,仅利用测量数据 x_1, x_2 进行分析,对应的散点图及分离结果如图 11 所示。从图 11(a)可以看出,散点图中有 4 条明显的聚类直线,第 3 阶模态对应的聚类直线因为幅值较小而未显示出来。从图 11(b)可以看出,5 阶单模态信号均得到了有效分离,说明本研究方法在测量通道数目明显少于源信号的情况下,也可以准确分离出源信号。

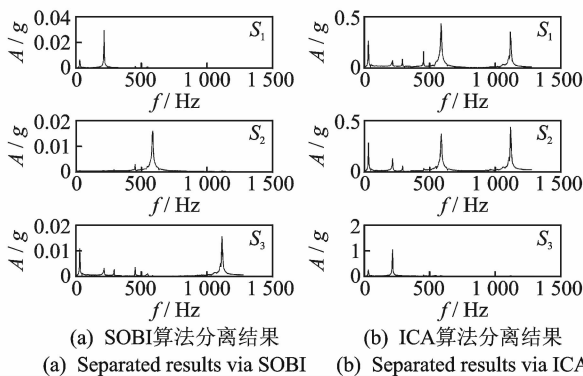


图 10 其他方法分离结果

Fig. 10 The separated results by other BSS methods

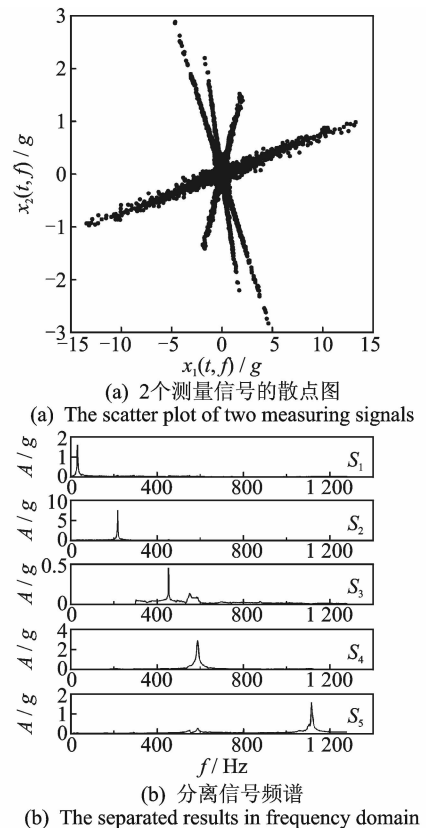


图 11 两通道测试信号处理结果

Fig. 11 The separated results using two-dimensional channel

6 结束语

对于模态阶数大于传感器数目的情况,传统的盲分离方法无法得到有效的单模态信号,从而无法正确识别模态参数。笔者将测量信号变换到时频域,利用能量峰值频点处的散点集估计各阶模态振型,通过 L_1 范数最小化方法分离出多个单模态响应信号。最后,利用单模态参数识别方法提取出模态频率与阻尼比。仿真与实验结果可以看出,本研究方法都能得到精确的结果,同时对噪声不敏感,具有较好的噪声鲁棒性,为欠定情况下的模态参数识别问题提供了一种新的思路。

参 考 文 献

- [1] Kerschen G, Poncelet F, Golinval J C. Physical interpretation of independent component analysis in structural dynamics [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(4): 1561-1575.
- [2] Zhou W, Chelidze D. Blind source separation based vibration mode identification [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(8): 3072-3087.
- [3] Poncelet F, Kerschen G, Golinval J C, et al. Output-only modal analysis using blind source separation techniques [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(6): 2335-2358.
- [4] 付志超,程伟,徐成. 基于 R-SOBI 的结构模态参数辨识方法 [J]. *振动与冲击*, 2010 (1): 108-111.
Fu Zhichao, Cheng Wei, Xu Cheng. Modal parameter identification via robust second-order blind identification method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010 (1): 108-111. (in Chinese)
- [5] 张晓丹,姚谦峰. 基于盲源分离的结构模态参数识别 [J]. *振动与冲击*, 2010, 29(3): 150-153.
Zhang Xiaodan, Yao Qianfeng. Method of modal parameters identification based on blind sources separation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29 (3): 150-153. (in Chinese)
- [6] 姚谦峰,张晓丹. 二阶统计量盲辨识在模态参数识别中的应用 [J]. *工程力学*, 2011, 28(10): 72-77.
Yao Qianfeng, Zhang Xiaodan. Application of second-order statistics blind identification of identifying modal parameters [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28 (10): 72-77. (in Chinese)
- [7] 刘晓伟,李舜酩,张袁元. 基于 SONS 的结构模态参数识别研究 [J]. *中国机械工程*, 2011, 22(12): 1454-1458.
Liu Xiaowei, Li Shunming, Zhang Yuanyuan. A study of Structure modal parameter identification based on second order non-stationary source separation [J]. *China Mechanical Engineering*, 2011, 22 (12): 1454-1458. (in Chinese)
- [8] 曹军宏,韦灼彬,刘树勇. 改进型盲源分离在结构模态识别中的应用 [J]. *振动、测试与诊断*, 2013, 33

(4): 689-693.

Cao Junhong, Wei Zhuobin, Liu Shuyong. Application of improved blind source separation in modal parameter identification [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2013, 33(4): 689-693. (in Chinese)

- [9] 杨彦龙,程伟. 基于 R-TPBSS 的结构模态参数识别方法 [J]. *振动与冲击*, 2012, 31(10): 9-12.
Yang Yanlong, Cheng Wei. Modal parameter identification based on robust blind source separation using temporal predictability [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(10): 9-12. (in Chinese)
- [10] 续秀忠,华宏星,陈兆能. 基于环境激励的模态参数辨识方法综述 [J]. *振动与冲击*, 2002, 21(3): 1-5.
Xu Xiuzhong, Hua Hongxing, Chen Zhaoneng. Review of modal identification method based on ambient excitation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2002, 21(3): 1-5. (in Chinese)
- [11] Hazra B, Sadhu A, Roffel A J, et al. Underdetermined blind identification of structures by using the modified cross-correlation method [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2011, 138(4): 327-337.
- [12] Abazarsa F, Ghahari S F, Nateghi F, et al. Response only modal identification of structures using limited sensors [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2013, 20(6): 987-1006.
- [13] Sadhu A, Hazra B, Narasimhan S, et al. Decentralized modal identification using sparse blind source separation [J]. *Smart Materials and Structures*, 2011, 20 (12): 1-15.
- [14] Yang Y, Nagarajaiah S. Output-only modal identification with limited sensors using sparse component analysis [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332 (19): 4741-4765.
- [15] Yu K, Yang K, Bai Y. Estimation of modal parameters using the sparse component analysis based underdetermined blind source separation [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2014, 45 (2): 302-316.
- [16] Donoho D L. For most large underdetermined systems of linear equations the minimal L_1 - norm solution is also the sparsest solution [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(6): 797-829.
- [17] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations [J]. *Signal Processing*, 2001, 81(11): 2353-2362.
- [18] Li Y, Cichocki A, Amari S. Analysis of sparse representation and blind source separation [J]. *Neural Computation*, 2004, 16(6): 1193-1234.



第一作者简介:于刚,男,1987年12月生,博士生。主要研究方向为信号处理、模态分析及振动噪声控制。
E-mail: yugang2010@163.com