Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2016.06.005

基于 Hilbert-Huang 变换与理想带通滤波器的系统识别

王其昂, 吴子燕, 刘 露

(西北工业大学力学与土木建筑学院 西安,710129)

摘要 针对经验模态分解存在模态混叠现象,提出基于 Hilbert-Huang 变换与理想带通滤波器的系统识别方法。 该方法利用傅里叶变换得到结构加速度响应频响函数,粗略估计固有频率范围,通过半功率带宽法设计理想带通 滤波器,定量化确定通带带宽,使信号在经过滤波器后频域内零相移,同时不改变其幅值谱。结构响应通过指定频 带的理想带通滤波器产生若干窄带信号,利用经验模态分解获取结构模态响应,经 Hilbert 变换构造模态响应解析 信号,并通过线性最小二乘拟合提取结构模态参数与物理参数。结果表明:半功率带宽法可实现带通滤波器频带 的定量化设计,理想带通滤波器的零相移特点较好契合 Hilbert-Huang 变换用于系统识别的要求,两者结合可有效 地解决模态混叠现象,减少虚假模态,大大提高结构系统识别精度。

关键词 系统识别; Hilbert-Huang 变换; 理想带通滤波器; 经验模态分解; 半功率带宽法; 模态响应 中图分类号 TB122; TB123

引 言

工程结构系统识别与损伤诊断是结构健康检测的核心技术,处于该学科研究前沿。其首要任务是 从测得数据中确定结构模态参数,从整体上描述系 统动力特性,进一步辨识结构物理参数,为故障诊 断、可靠性评估提供理论依据。

系统识别和损伤检测 Benchmark 模型在哥伦 比亚大学 UBC 实验室建立^[1],并发展了卡尔曼滤 波、小波变换、子空间识别等一系列方法[2-4]。小波 变换[5-6] 具有良好的时频分辨能力,避免傅里叶变换 的 Gibbs 效应,利用时域脉冲响应提取结构模态参 数,但其本质上为线性变换,不能有效处理非线性问 题。基于经验模态分解(empirical mode decomposition, 简称 EMD) 的希尔伯特黄变换(Hilbert-Huang transform, 简称 HHT)^[7-8],具有完全自适 应性,不受 Heisenberg 测不准原理制约等优点,能 处理非线性、非平稳信号。当结构两阶固有频率相 似,基于 Hilbert-Huang 变换的模态参数识别较小 波变换更为准确。但 EMD 方法存在模态混叠,限 制了它在实际中的应用,其他学者提出改进的 Hilbert-Huang 方法^[9-10],利用傅里叶变换,估计固有频 率范围,然后让信号通过指定频带的带通滤波器,改 善模态混叠,但未涉及滤波器带宽定量化设计。 Yang 等^[11]利用 Hilbert-Huang 变换识别多自由度 体系模态参数,并指出该方法用于系统识别中,带通 滤波器相移应尽可能小。

由此,笔者提出基于 Hilbert-Huang 变换与理 想带通滤波器的系统识别方法,利用傅里叶变换得 到结构加速度频响函数,估计固有频率范围。为避 免模态混叠,减少虚假模态响应,在使用 EMD 方法 进行模态分解前,使信号通过指定频带的理想带通 滤波器,将宽频信号分解为若干窄带信号。设计理 想带通滤波器,使结构响应经滤波器后频域内零相 移,同时不改变其幅值谱,并使用半功率带宽法定量 化设计频带范围,减少模态混叠,提高结构系统识别 精度。

1 脉冲激励下模态响应

多自由度系统外力作用下的动力学方程为

 $M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = p(t)$ (1) 其中:X(t) = [x₁, x₂, ..., x_n]^T为系统位移向量; M,C,K分别为质量、阻尼和刚度矩阵;p(t)为外部 激励。

通过模态变换,位移、加速度响应分解为 n 阶实 模态,考虑模态正交性可得

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51278420);博士创新基金资助项目(CX201408) 收稿日期:2015-06-08;修回日期:2015-07-13

 $\ddot{q}_{j}(t) + 2\zeta_{j}\omega_{j}\dot{q}_{j}(t) + \omega_{j}^{2}q_{j}(t) = \boldsymbol{\psi}_{j}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{p}(t)/m_{j}(2)$ 其中: $\boldsymbol{\psi}_{j}$ 为第 j 阶模态向量; $q_{j}(t)$ 为模态坐标; ω_{j},ζ_{j} 和 m_{i} 分别为第 j 阶模态频率、模态阳尼和模态质量。

若有以一激励作用在第r个自由度上,即当 j=r时, $p_r(t) = p_0\delta(t)$;当 $j \neq r$ 时, $p_j(t) = 0$ 。 $p_j(t)$ 为激励向量第j个元素。由此可知,第j个模 态坐标下加速度响应为

$$\ddot{q}_{j}(t) = \frac{p_{0}\psi_{rj}\omega_{j}}{m_{j}\sqrt{1-\zeta_{j}^{2}}}e^{-\zeta_{j}\omega_{j}t}\cos\left(\omega_{dj}t+\rho_{j}+\frac{\pi}{2}\right)$$
(3)

其中: ω_j 为第*j* 阶模态频率; ω_{dj} 为第*j* 阶阻尼模态 频率; ϕ_{rj} 为第*j* 阶模态向量的第*r* 个元素; $\rho_j = \sqrt{1-\alpha^2}$

$$\tan^{-1}\left[2\zeta_{j} \frac{\sqrt{1-\zeta_{j}}}{(1-2\zeta_{j}^{2})}\right]$$
为 *j* 阶模态相位延迟。

因此,结构在第 $s(s = 1, 2, \dots, n)$ 自由度上加速度脉冲响应可以表示为

$$\ddot{x}_{s}(t) = \sum_{j=1}^{n} \psi_{j} \ddot{q}_{j}(t) = \sum_{j=1}^{n} \ddot{x}_{sj}(t)$$
(4)

其中: $\ddot{x}_{sj}(t)$ 为第j阶加速度模态响应。

$$\ddot{x}_{sj}(t) = \gamma_{sj,r} e^{-\zeta_j \omega_j t} \cos\left(\omega_{dj}t + \rho_j + \frac{\pi}{2} + \varphi_{sj,r}\right)$$
(5)
$$\gamma_{sj,r} = \frac{p_0 |\psi_{sj}| |\psi_{rj}| \omega_j}{m_j \sqrt{1 - \zeta_j^2}}$$
(6)

其中: $\varphi_{ij,r}$ 为第*j*阶模态向量第*s*,*r*个元素相位差。 实模态情况下, $\varphi_{ij,r}$ 为± $2k\pi$ 或± $(2k+1)\pi$,

k为整数。由式(7)确定模态向量元素符号

$$\begin{cases} \psi_{sj}/\psi_{rj} > 0 & \text{(if } \varphi_{sj,r} = \pm 2k\pi) \\ \psi_{sj}/\psi_{rj} < 0 & \text{(if } \varphi_{sj,r} = \pm (2k+1)\pi) \end{cases}$$
(7)

2 结构响应 Hilbert-Huang 变换

Hilbert-Huang 变换^[7]由 EMD 方法和 Hilbert 变换组成,其核心思想是将时间序列通过 EMD 分 解成数个本征模函数(intrinsic mode function,简 称 IMF),之后利用 Hilbert 变换构造解析信号,计 算得到信号瞬时频率和振幅。

2.1 EMD 概述

EMD 将一个复杂的信号分解为若干个 IMF 之 和,每一个 IMF 均具有相同极值点与过零点数目, 相邻零点之间仅一个极值点,且上下包络线关于时 间轴对称。对于给定的信号 x(t)(如加速度响应), EMD 基本步骤^[7]如下:a.确定信号所有局部极值 点;b.用三次样条曲线构造信号上(极大值点)、下 (极小值点)包络线,分别为 u(t)和 l(t);c. 计算上下 包络线的平均值,记为 $m_1(t)$,求出 $x(t) - m_1(t) =$ $h_1(t)$,若 $h_1(t)$ 满足 IMF 特性,即为第1个 IMF 分量;d.若 $h_1(t)$ 不满足 IMF 的条件,则将其视为原始数据,重复步骤 a~c,得到上下包络线平均值 $m_{11}(t)$,判断 $h_{11}(t) = h_1(t) - m_{11}(t)$ 是否满足 IMF 的条件,如不满足,则循环 k 次,得到 $h_{1k}(t) = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t)$,使得 $h_{1k}(t)$ 满足 IMF 的条件, 记 $c_1(t) = h_{1k}(t)$,使得 $h_{1k}(t)$ 满足 IMF 的条件, 记 $c_1(t) = h_{1k}(t)$,为信号x(t)的第1个 IMF 分量; e.将 $c_1(t)$ 从x(t)中分离,得到 $r_1(t) = x(t) - c_1(t)$,将 $r_1(t)$ 作为原始数据重复以上过程,直至分离出全部 IMF,将x(t)分解为n个 IMF 与残余分量之和

$$x(t) = \sum_{j=1}^{n} c_j(t) + r_n(t)$$
(8)

2.2 半功率带宽法设计理想带通滤波器

为减少虚假模态,在使用 EMD 方法进行模态 分解前,首先使信号通过不同频段的带通滤波器,将 宽频信号分解为若干窄带信号。笔者设计了理想带 通滤波器,使结构响应经滤波器后频域内零相移,同 时不改变其幅值谱,提高模态参数识别精度。

理想带通滤波器具有完全平坦的通带,通带内 没有放大或衰减,通带外频率被完全衰减,且通带外 的转换在极小频率范围完成。具体设计思路如下: 将加速度响应通过傅里叶变换得频响函数,通带范 围内频响函数数据不变,通带外变为零,再通过逆傅 里叶变换转化为时域数据,获得窄带加速度响应。 根据半功率带宽法,保留信号峰值处多数能量,理想 带通滤波器上、下限截止频率设计为幅值谱半功率 点处,其带宽的功率谱密度比峰值低 3 dB。

2.3 模态响应 Hilbert 变换及其解析信号

EMD 分解后的各本征模函数是单组份信号分量,其特性比较适合做 Hilbert 变换,进而得出瞬时 频率。Hilbert 变换为原始信号与 1/t 的卷积,对任 意 IMF $c_i(t)$ 分别进行 Hilbert 变换,其 Hilbert 变换 $\hat{c}_i(t)$ 定义^[12]为

$$\hat{c}_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c_j(\tau) / [(t-\tau)\pi] \mathrm{d} \tau \qquad (9)$$

对于 $c_j(t)$ 的解析信号 $z_j(t)$ 为

$$z_{j}(t) = c_{j}(t) + \hat{i}c_{j}(t) = A_{j}(t)e^{i\theta_{j}(t)}$$
(10)

其中: $A_j(t)$ 和 $\theta_j(t)$ 分别为 IMF 的瞬时振幅和瞬时相位。

$$A_{j}(t) = \sqrt{c_{j}(t)^{2} + \hat{c}_{j}(t)^{2}}$$
(11)

$$\theta_j(t) = \arctan(\hat{c}_j(t)/c_j(t))$$
 (12)

由瞬时相位计算信号瞬时频率

$$\omega_j(t) = \mathrm{d}\theta_j(t)/\mathrm{d}t \tag{13}$$

信号瞬时振幅和瞬时相位均为时间函数。测量 数据 x(t)首先应用 EMD 分解成单一频率或窄带信 号 IMF,经 Hilbert 变换可得到有意义的结果,在任 意时刻 t 仅有单一频率,使得瞬时频率具有实际物 理意义。对于常规信号,瞬时频率随时间改变而非 单一频率。

加速度模态响应由式(5)获得,其 Hilbert 变换 可由 Bedrosian 定理计算

$$\widetilde{\widetilde{x}}_{sj}(t) = \gamma_{sj,r} \left[\eta_{LP,j}(t) \sin\left(\omega_{dj}t + \rho_j + \frac{\pi}{2} + \varphi_{sj,r}\right) + \eta_{HP,j}(t) \cos\left(\omega_{dj}t + \rho_j + \frac{\pi}{2} + \varphi_{sj,r}\right) \right]$$
(14)

其中

$$\eta_{LP,j}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\omega_{dj}} \frac{2\zeta_{j}\omega_{j}}{\zeta_{j}^{2}\omega_{j}^{2} + \omega^{2}} \cos(\omega t) d\omega \quad (15)$$

$$\eta_{HP,j}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_{dj}}^{\infty} \frac{2\zeta_j \omega_j}{\zeta_j^2 \omega_j^2 + \omega^2} \sin(\omega t) d\omega \quad (16)$$

由式(10)得模态响应解析信号为

$$z_{sj}(t) = \ddot{x}_{sj}(t) + i \ddot{x}_{sj}(t) = A_{sj}(t) e^{i\theta_{sj}(t)}$$
(17)

若阻尼较小、固有频率较大,模态响应 Hilbert 变换式(14)简化为

$$\hat{x}_{sj}(t) = \gamma_{sj,r} e^{-\zeta_{j}\omega_{j}t} \sin\left(\omega_{dj}t + \rho_{j} + \frac{\pi}{2} + \varphi_{sj,r}\right) \quad (18)$$

瞬时幅值、瞬时相位公式简化为

$$A_{sj}(t) = \gamma_{sj,r} \mathrm{e}^{-\zeta_j \omega_j t} \tag{19}$$

$$\theta_{ij}(t) = \omega_{dj}t + \rho_j + \frac{\pi}{2} + \varphi_{ij,r}$$
(20)

3 系统识别

3.1 固有频率与阻尼比的识别

实测加速度响应,经理想带通滤波器预处理,利 用 EMD 与 Hilbert 变换获取模态响应解析信号,计 算分析瞬时振幅和瞬时相位时程曲线。通常用线性 最小二乘拟合估算多自由度系统固有频率 ω_j 和阻 尼比 ζ_j ,具体方法^[11]如下:a.对 ln $A_{ij}(t)$ 时程曲线 用最 小二乘方法进行线性拟合,斜率为 $\epsilon_1 = -\zeta_j(t)\omega_j(t)$;b.对相位时程曲线用最小二乘方法 进行线性拟合,斜率为 $\epsilon_2 = \omega_{dj}(t)$;c.由此得到固有 频率 $\omega_j = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}$,阻尼比 $\zeta_j = -\frac{\epsilon_1}{\sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}}$;d.当阻 尼比较大(如 $\zeta_j > 10\%$)时, ln $A_{jj}(t)$ 时程曲线波动 较大,拟合斜率受所选时间间隔影响大。此时对

lnA_{pi}(t)进行EMD分解,得到反应均值变化趋势的

余项,进行最小二乘拟合斜率得 – $\zeta_{j\omega_j}$ 。

3.2 模态振型及物理参数识别

理论上固有频率、阻尼比的识别,仅需获取某一 自由度上加速度响应,但对于模态振型、质量、刚度 和阻尼矩阵的识别则需测得所有自由度上的响应。 由式(6)可得到模态元素绝对值之比

$$\left|\frac{\psi_{ij}}{\psi_{ij}}\right| = \exp[A'_{ij}(t_0) - A'_{ij}(t_0)] \qquad (21)$$

其中: $A'_{sj}(t_0)$, $A'_{rj}(t_0)$ 分别为衰减幅值 $\ln A_{sj}(t)$, $\ln A_{rj}(t)$ 的最小二乘拟合直线在 $t = t_0$ 时刻的值。

两模态元素相位差通过式(22)可得到

$$\varphi_{sj,r} = \theta'_{sj}(t_0) - \theta'_{rj}(t_0) \qquad (22)$$

其中: $\theta'_{ij}(t_0)$ 和 $\theta'_{ij}(t_0)$ 分别代表对于相位角 θ_{ij} 和 θ_{ij} 的最小二乘拟合在 $t = t_0$ 时刻得到的值。

从式(21)和式(22)可以看出,将 t_0 作为所取时 间段的中间某点,得到 θ_{ij} 和 θ_{rj} 在 t_0 处的拟合值,进 而可以确定 φ_{ij} 相对于 φ_{rj} 的相位。根据式(7),确定 φ_{ij} 相对于 φ_{rj} 符号(正或负)。由此,在 j 阶模态向 量中的所有元素相对于某一特定元素的绝对值及符 号都可确定。

得到模态参数后,结构质量、刚度和阻尼矩阵便 可得到。将式(19)、式(20)带入式(6)中,第 *j* 阶模 态质量为

$$m_{j} = \frac{p_{0} | \psi_{sj} | | \psi_{rj} | \omega_{j}}{\exp[A'_{sj}(0)] \sqrt{1 - \zeta_{j}^{2}}}$$
(23)

其中:p。为可测冲击力荷载。

模态刚度 ki、阻尼 ci 为

$$\begin{cases} k_j = m_j \omega_j^2 \\ c_j = 2\zeta_j m_j \omega_j \end{cases}$$
(24)

根据模态正交性得结构质量、刚度及阻尼阵为

$$\begin{cases} \boldsymbol{M} = \boldsymbol{\Phi}^{-\mathrm{T}} \operatorname{diag}[m_{j}] \boldsymbol{\Phi}^{-1} \\ \boldsymbol{K} = \boldsymbol{\Phi}^{-\mathrm{T}} \operatorname{diag}[k_{j}] \boldsymbol{\Phi}^{-1} \\ \boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Phi}^{-\mathrm{T}} \operatorname{diag}[c_{j}] \boldsymbol{\Phi}^{-1} \end{cases}$$
(25)

其中:力模态向量矩阵。

4 算例分析

笔者以某 4 层剪切梁模型为算例,进行实验模态分析,并与理论分析结果作对比,以验证上述系统 识别方法的有效性及准确性。具体流程见图 1。4 层剪切梁模型见图 2,楼层质量均为 4.989 5 kg,楼 层刚度 k_1, k_2, k_3 与 k_4 分别为 1 401,1 576,1 226 与 1 051 N/m,阻尼类型为瑞利阻尼。由质量矩阵和 刚度矩阵按比例组合构造而成,质量比例系数 Al-



图 1 结构系统识别流程图





Fig. 2 Four degrees of freedom shear-beam structure

pha 为一0.001 6,刚度比例系数 Beta 为 3.918 8 × 10⁻⁴。在第 4 楼层施加单位脉冲激励,构造系统状态空间函数公式。利用 Matlab 系统仿真获取各楼层加速度,而实际上任何实测数据都不可避免受到噪声信号的影响,因此本研究在响应信号中添加相同长度的高斯白噪声,信噪比为 26.02 dB。

该系统 4 阶自振频率及对应阻尼比均可由任一楼 层加速度脉冲响应获取。图 3 为频域内加速度脉冲响 应幅值谱,响应中主要包含 4 阶模态的振动成分,固有 频率大致在 0.925,2.475,3.85 和 4.95 Hz 左右。

分别获得各层加速度响应的幅值谱,确定峰值 处幅值,并根据半功率带宽法,确定理想带通滤波器 上、下限截止频率设计为幅值谱半功率点处,即为峰 值 1/√2 处,定量化设计理想带通滤波器频带。出 于保守设计,各模态带通频带选取较宽的,设计带宽 分别取为[0.9 1.0],[2.4 2.6],[3.75 3.925]和 [4.9 5.0]Hz。楼层加速度通过带通滤波器,如图 4 所示。Butterworth带通滤波器有明显相移现象,理





想带通滤波器无相移,与原始数据相位图重叠。各 层单位脉冲响应通过理想带通滤波器获得窄带信 号,分别通过 EMD 提取 4 阶模态响应,以楼层 4 加 速度响应为例,分解为 4 阶模态响应(见图 5)。模



图 4 带通滤波器相移图





态响应经 Hilbert 变换,构建解析信号,获得相位、 幅值函数,利用线性最小二乘拟合相位、lnA_i(t)时 程曲线。以1层响应第1阶模态响应为例,分别得 到解析信号相位、幅值最小二乘拟合结果,如图6、 图7所示。相位图拟合结果与原始曲线基本重叠, 幅值图较相位图波动较大。







由固有频率和阻尼比识别步骤3得第1阶模态 频率、阻尼。同时,对于其余3层响应可得第1阶模 态响应,通过 Hilbert-Huang 变换理论计算可得第 1阶模态参数,取均值得第1阶固有频率、阻尼比。 重复同样步骤得其余3阶模态频率、阻尼比,并与 Butterworth 滤波器识别结果相比较,结果如表1 所示,由式(7)、式(21)确定模态向量。

表 1 结构模态参数识别结果 Tab. 1 Structural modal parameter identification results

模态	理想滤波器识别结果		Butterworth 滤波器结果		理论值		振型 MAC 值	
	模态频率/ Hz	模态阻尼/ %	模态频率/ Hz	模态阻尼/ %	模态频率/ Hz	模态阻尼/ %	理想滤 波器	Butterworth 滤波器
1	0.925	0.123	0.921	0.11	0.923	0.100	1	1
2	2.478	0.300	2.477	0.32	2.478	0.300	1	1
3	3.846	0.481	3.842	0.41	3.844	0.470	1	1
4	4.948	0.523	4.936	0.78	4.946	0.606	0.999 7	0.996 5

模态频率识别,两种滤波器估算结果一致,最大 误差均小于 0.2%。模态阻尼识别对数值误差较敏 感,尚缺乏较为理想的识别方法,理想带通滤波器 (最大误差 23%)略优于 Butterworth 滤波器(最大 误差 28%)。模态向量识别结果与理论值相比得模 态置信度(modal assurance criterion,简称 MAC)值 (见表 1)。4 阶 MAC 值均大于 0.99(实践中,两模 态向量 MAC 值大于 0.9 时为强相关),基于理想带 通滤波器的识别结果与理论振型基本重合,模态向 量识别精度高。

与常规 Butterworth 带通滤波器相比,理想带 通滤波略提高模态参数识别精度。由于误差累积效 应,这一提高对于结构物理参数的识别至关重要。 1~4楼层质量识别结果分别为 4.941,5.047,4.892 和 4.999kg,最大误差为 1.95%,而 Butterworth 滤 波器最大误差为 11.83%。1~4楼层刚度识别结果 分别为 1 323.1,1 654.0,1 166.4 和 1 037.1,最大 误差为 5.56%, Butterworth 滤波器最大误差为 19.31%。阻尼矩阵主对角元素识别结果分别为 $C_d(1,1)=1.08, C_d(2,2)=0.98, C_d(3,3)=0.84,$ $C_d(4,4)=0.41, 最大误差为10%,常规滤波器识别$ 结果误差为43.1%。为验证该方法识别灵敏度,在原有算例基础上分别修改质量、刚度矩阵。楼层质量修改为5.2 kg,以刚度识别结果为例,理想带通滤波器最大误差为3.7%,而Butterworth滤波器识别结果最大误差为11.4%。修改1~4楼层刚度,理想带通滤波器识别结果同样优于常规滤波器。由此,对于结构物理参数识别,理想带通滤波器处理后有明显优势,大大提高了识别精度。

5 结 论

 1) 笔者提出基于改进的 Hilbert-Huang 变换 的系统识别方法,利用傅里叶变换得到结构加速度 频响函数,粗略估计固有频率范围。为减少虚假模态,使用 EMD 模态分解前,使信号通过指定频带的 理想带通滤波器,将宽频信号分解为若干窄带信号,构造模态响应解析信号,提取模态参数与物理参数。

2)理想带通滤波器的零相移特点较好契合 Hilbert-Huang变换用于系统识别的要求,两者结 合有效地解决了 EMD 中模态混叠问题。

 3)获取加速度响应幅值谱,由半功率带宽法, 确定理想带通滤波器上、下限截止频率为幅值谱半 功率点处,实现频带定量化设计。

4) 与常规 Butterworth 带通滤波器相比,理想 带通滤波略微提高模态参数识别精度。但由于误差 累积效应,这一提高对于结构物理参数的识别至关 重要,大大提高了结构质量、刚度及阻尼矩阵的识别 精度。

参考文献

- [1] Black C J, Ventura C E. Blind test on damage detection of a steel frame structure [C] // Proceedings of SPIE. Santa Barbara CA: Society for Experimental Mechanics, 1998: 623-629.
- [2] 任宜春,易伟建. 结构物理参数识别的多尺度参数卡尔曼滤波方法[J]. 工程力学,2008,25(5):1-5.
 Ren Yichun, Yi Weijian. Identification of physical parameters by multi-scale parameter Kalman filter[J].
 Engineering Mechanics, 2008, 25(5): 1-5. (in Chinese)
- [3] 史治宇,沈林. 基于小波方法的时变动力系统参数识别[J]. 振动、测试与诊断,2008,28(2):108-112.
 Shi Zhiyu, Shen Lin. Parameter identification of linear time-varying dynamical system based on wavelet method[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(2):108-112. (in Chinese)
- [4] 徐良,江见鲸,过静珺.随机子空间识别在悬索桥实验 模态分析中的应用[J].工程力学,2002,19(4):46-49.

Xu Liang, Jiang Jianjing, Guo Jingjun. Application of stochastic subspace method to experimental modal analysis of suspension bridges[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(4): 46-49. (in Chinese)

- [5] Vafaei M, Alih S C, Abd Rahman A B, et al. A wavelet-based technique for damage quantification via mode shape decomposition [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2015, 11(7): 869-883.
- [6] Dziedziech K, Staszewski W J, Uhl T. Wavelet-based modal analysis for time-variant systems[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 50-51: 323-337.

- Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Oyal Society of London Proceedings, 1998, 454 (1971): 903-995.
- [8] Lee J, Hussain S H, Wang S, et al. Enhanced method to reconstruct mode shapes of continuous scanning measurements using the Hilbert Huang transform and the modal analysis method[J]. Review of Scientific Instruments, 2014, 85(9): 1-11.
- [9] 付春,姜绍飞. 基于改进 EMD-ICA 的结构模态参数识别研究[J]. 工程力学,2013,30(10):199-204.
 Fu Chun, Jiang Shaofei. Study on the modal parameter identification based on improved EMD and independent component analysis[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(10): 199-204. (in Chinese)
- [10] 秦毅,秦树人,毛永芳.改进的 Hilbert-Huang 变换在 信号瞬态特征提取中的应用[J].振动与冲击,2008, 27(11):129-133.

Qin Yi, Qin Shuren, Mao Yongfang. Application of improved Hilbert-Huang transform in transient feature extraction[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(11): 129-133. (in Chinese)

- [11] Yang J N, Lei Ying, Pan Shuwen, et al. System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis. part 1: normal modes[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2003, 32 (9): 1443-1467.
- [12] Shi Z Y, Law S S, Xua X. Identification of linear time-varying mdof dynamic systems from forced excitation using Hilbert transform and EMD method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 321(3-5): 572-589.



第一作者简介:王其昂,男,1986 年 8 月 生,博士生。主要研究方向为结构健康 检测、系统识别及可靠性评估。曾发表 《Seismic fragility analysis of highway bridges considering multi-dimensional performance limit state》(《Earthquake Engineering and Engineering Vibration》 2012, Vol. 11, No. 2)等论文。

E-mail:qawang@mail.nwpu.edu.cn