

# Tikhonov 正则化在运行工况传递路径分析的应用<sup>\*</sup>

成 玮<sup>1,2</sup>, 卢英英<sup>2</sup>, 陆建涛<sup>2</sup>, 张周锁<sup>1,2</sup>

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安, 710049)

(2. 西安交通大学机械工程学院 西安, 710049)

**摘要** 针对传统运行工况传递路径分析 (operational transfer path analysis, 简称 OTPA) 存在的不足, 通过理论和试验分析, 提出基于 Tikhonov 正则化方法的 OTPA 反问题模型。首先, 分析 Tikhonov 正则化方法的理论优势, 给出 Tikhonov 正则化参数选择的依据, 同时调节电机转速获得不同运行工况数据, 利用奇异值分解方法研究壳体结构的振动传递路径, 分析传统 OTPA 算法总贡献量误差及路径贡献量估计精度; 其次, 分析运行工况数据是否满足 Picard 条件, 提出基于 Tikhonov 正则化方法的 OTPA 算法, 并分析 Tikhonov 正则化参数对所提出算法的影响。分析结果表明, 所提出的方法显著减小了总贡献量和路径贡献量误差以及路径误判现象。该研究可为振动噪声监控与减振降噪提供理论依据。

**关键词** 运行工况传递路径分析; Tikhonov 正则化; 奇异值分解; Picard 条件; 减振降噪

**中图分类号** TH128; TB535

## 引 言

水下航行器的声隐身性能是衡量其安全性和作战能力的重要指标<sup>[1]</sup>, 在低、中速航行时, 动力机械设备振动是产生辐射噪声的主要来源<sup>[2]</sup>。轿车和高速列车的振动噪声是评价车辆性能的重要指标<sup>[3]</sup>。因此, 机械设备振动噪声的有效监测与控制对于提高装备性能具有重要工程意义。

运行工况传递路径分析是一种用于识别和定量分析机械系统振动噪声传播路径的方法<sup>[4]</sup>。由于建模快速高效, OTPA 广泛应用于实际工程<sup>[5]</sup>。Ro-ozen 等<sup>[6]</sup>基于奇异值分解, 建立了齿轮箱的 OTPA 模型并研究了振动传递路径。Putner 等<sup>[7]</sup>利用 OTPA 成功估计了不同声源对车外噪声的贡献量。Yan 等<sup>[8]</sup>基于局部奇异值分解, 研究了板辐射噪声对车内噪声的影响。传统 OTPA 采用奇异值分解<sup>[9]</sup>, 获取求解传递率函数的主成分, 并建立传递路径模型<sup>[10]</sup>。由于系统模态会产生路径交叉耦合使系统病态, 外加测试噪声影响, 传统 OTPA 不可避免出现贡献量过估计现象和误判现象<sup>[11]</sup>。Tikhonov 正则化方法<sup>[12]</sup>充分考虑了不适定问题<sup>[13]</sup>求

解的不稳定性和噪声污染等因素, 广泛应用于反问题求解<sup>[14-15]</sup>。OTPA 模型属于反问题, 即通过运行工况数据识别系统的传递率函数矩阵。当前, 利用 Tikhonov 正则化的 OTPA 方法研究很少。

笔者提出了基于 Tikhonov 正则化的 OTPA 反问题模型。首先, 给出了传统 OTPA 和基于 Tikhonov 正则化 OTPA 的基本理论; 其次, 分析了加筋圆柱壳试验台 (用于模拟水下航行器的动态特性) 运行工况数据的相关性, 建立了试验台的传统 OTPA 模型并研究路径贡献量, 分析了奇异值和矩阵条件数对贡献量准确度的影响; 最后, 检验了 Picard 条件, 分析了正则化参数对基于 Tikhonov 正则化 OTPA 模型精度的影响。通过与传统 OTPA 模型比较, 验证了基于 Tikhonov 正则化 OTPA 模型在路径贡献量识别中具有更高的精度。

## 1 OTPA 基本理论

### 1.1 传统 OTPA

OTPA<sup>[4]</sup>线性系统为

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目 (51305329); 中国博士后科学基金资助项目 (2014T70911, 2013M532032); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目 (20130201120040); 陕西省博士后基金资助项目  
收稿日期: 2015-02-09; 修回日期: 2015-04-20

$$\begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{r1} & \cdots & y_{rn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{r1} & \cdots & x_{rm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} & \cdots & T_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ T_{m1} & \cdots & T_{mn} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{T} \quad (1)$$

其中： $\mathbf{T}$ 为未知传递率函数矩阵； $\mathbf{X}$ 为已知激励源参考点试验工况矩阵； $\mathbf{Y}$ 为已知目标点试验工况矩阵； $m$ 为参考点个数； $n$ 为目标点个数； $r$ 为试验工况个数。

由于 OTPA 通过试验工况响应信号估计传递率函数矩阵，因此对于式(1)：a. 为了保证参考点试验工况矩阵的可逆性，试验工况个数必须等于或大于参考点个数，即  $r \geq m$ ；b. 结构模态引起的激励在其他路径上产生响应（路径耦合），容易出现路径误判。

## 1.2 传统 OTPA 算法

传统 OTPA 方法通过求解最小二乘问题估计传递率函数矩阵，即

$$\min(\|\mathbf{X}\mathbf{T} - \mathbf{Y}\|) \quad (2)$$

具体算法如下：

1) 对  $\mathbf{X}$  奇异值分解

$$\mathbf{X}_{r \times m} = \mathbf{U}_{r \times r} \mathbf{\Sigma}_{r \times m} \mathbf{V}_{m \times m}^T \quad (3)$$

2) 确定  $\mathbf{X}$  截断奇异值

$$\mathbf{\Sigma}_{r \times m} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ & & \sigma_k & \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{r \times m} \quad (4)$$

假设  $\tau$  为奇异值累计贡献量阈值，若

$$\sum_{j=1}^l \sigma_j / \sum_{i=1}^k \sigma_i \geq \tau, (l \leq k), \text{ 则保留前 } l \text{ 个奇异值。}$$

3) 估计传递率函数矩阵

$$\begin{bmatrix} T_{11} & \cdots & T_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ T_{m1} & \cdots & T_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} = \mathbf{V}_{m \times l} \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & 0 \\ \vdots & \\ 0 & 1/\sigma_l \end{bmatrix}_{l \times l} \mathbf{U}_{r \times l}^T \begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{r1} & \cdots & y_{rn} \end{bmatrix}_{r \times n} \quad (5)$$

4) 分析传递路径

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{X}'\mathbf{T} \quad (6)$$

其中： $\mathbf{X}'$ 为参考点实际工况数据； $\mathbf{Y}'$ 为传统 OTPA 识别的目标点振动响应。

## 1.3 基于 Tikhonov 正则化的 OTPA

针对传统 OTPA 不足，式(2)仅考虑解的拟合程度。式(3)贡献量为工程经验值( $\tau \geq 85\%$ )。Tikhonov 正则化广泛应用于反问题研究<sup>[14-15]</sup>，对于线性系统

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (7)$$

其中： $\mathbf{A}_{m \times n}$  ( $m \geq n$ )为已知系数矩阵； $\mathbf{b}_{m \times 1}$ 为已知系数向量； $\mathbf{x}_{n \times 1}$ 为未知向量。

在实际工程中，噪声干扰会导致式(7)的解失去物理意义。Tikhonov 正则化通过修改系数矩阵或约束未知向量获得最优解。

$$\min(\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2 + \lambda^2 \|\mathbf{x}\|^2) \Leftrightarrow (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I})\mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (8)$$

其中： $\|\cdot\|$ 为 Euclidean 范数； $\lambda > 0$ 为正则化参数。

对比式(2)和式(8)，式(8)同时考虑解的拟合程度和稳定性，因此基于 Tikhonov 正则化的 OTPA 方法具有理论优势。

式(8)的解可表达为

$$\mathbf{x}_\lambda = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (9)$$

结合式(3)可得

$$\mathbf{x}_\lambda = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^n f_\lambda(\sigma_i) \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (10a)$$

$$f_\lambda(\sigma_i) = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \doteq \begin{cases} 1 & (\sigma_i \geq \lambda) \\ \sigma_i^2 / \lambda^2 & (\sigma_i \leq \lambda) \end{cases} \quad (10b)$$

其中： $\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )为离散傅里叶系数； $f_\lambda(\sigma_i)$ 为 Tikhonov 过滤因子。

离散傅里叶系数和奇异值是 Picard 条件的主要构成要素，且离散傅里叶系数比奇异值趋于零的速度快。若式(7)满足离散 Picard 条件<sup>[16]</sup>，则能够求其具有物理意义的正则逼近解。式(8)的关键是选择正则化参数  $\lambda$ ，即通过  $\lambda$  平衡解的拟合程度和稳定性，Tikhonov 正则化参数的选择方法主要有广义交叉验证 (generalized cross validation, 简称 GCV) 方法<sup>[17]</sup>和 L 曲线方法<sup>[18]</sup>。

GCV 通过求解式(11)极小值确定参数  $\lambda$ ，即

$$\text{GCV}(\lambda) = \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{x}_\lambda - \mathbf{b}\|_2^2}{m - n + \sum_{j=1}^n \left( \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \sigma_j^2} \right)} \quad (11)$$

L 曲线方法是通过曲线  $[\log(\|\mathbf{A}\mathbf{x}_\lambda - \mathbf{b}\|), \log(\|\mathbf{x}_\lambda\|)]$  的最大曲率确定参数  $\lambda$ ，即

$$k(\lambda) = 2 \frac{\hat{\rho}' \hat{\eta}'' - \hat{\rho}'' \hat{\eta}'}{[(\hat{\rho}')^2 + (\hat{\eta}')^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (12)$$

其中： $\hat{\rho} = \log(\|\mathbf{A}\mathbf{x}_\lambda - \mathbf{b}\|^2)$ ； $\hat{\eta} = \log(\|\mathbf{x}_\lambda\|^2)$ 。

根据式(11)和式(12),GCV 方法和 L 曲线方法的基本思想都是确定的参数  $\lambda$  使残量  $Ax_\lambda - b$  和解  $x_\lambda$  的范数同时保持在较小的水平上,即平衡解  $x_\lambda$  的拟合程度和稳定性。

由于 Tikhonov 正则化方法很少正式或系统地应用于 OTPA 方法中,本研究根据式(10)选取正则化参数  $\lambda$ ,即  $\lambda \in (\sigma_{\min}, \sigma_{\max})$ 。

### 1.4 基于 Tikhonov 正则化的 OTPA 算法

算法如下:

- 1) 融合式(7)和式(1),建立 OTPA 模型;
- 2) 融合式(3)和式(9),推导出式(10);
- 3) 由  $\lambda \in (\sigma_{\min}, \sigma_{\max})$ ,估计  $T_\lambda$ ;
- 4) 分析传递路径

$$Y' = X'T_\lambda \quad (13)$$

其中: $X'$ 为参考点实际工况数据; $Y'$ 为基于 Tikhonov 正则化 OTPA 识别的目标点振动响应。

## 2 传统 OTPA 试验研究

### 2.1 试验台及试验工况简介

根据某型号舰艇壳体结构,搭建了圆柱加筋壳体试验台,主要由薄壁圆柱壳体结构及 7 个均匀分布加强筋组成。远离加强筋一端布置有大小两台偏心振动电机模拟振源,通过壳体结构不同位置传感器获取结构振动加速度响应信号。试验台主要设备实物图与测点布置图分别如图 1 和图 2 所示。

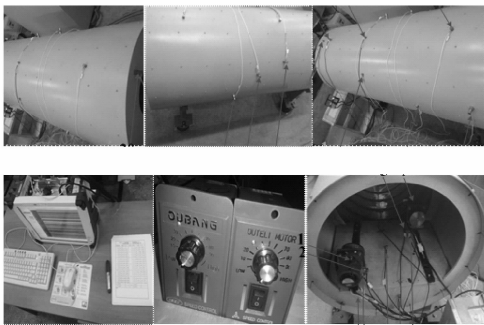


图 1 试验台及主要设备实物图

Fig. 1 The physical diagram of test bed and major equipments

大、小电机参考点分别为传感器 4 与传感器 1,目标点为传感器 13,电机不同转速下的运行工况数据如表 1 所示。

当试验运行工况数据相关性较大时,式(5)中小奇异值较多,导致传递率函数矩阵估计不准确,影响 OTPA 模型的精度。传感器 1 和 4 不同运行工况

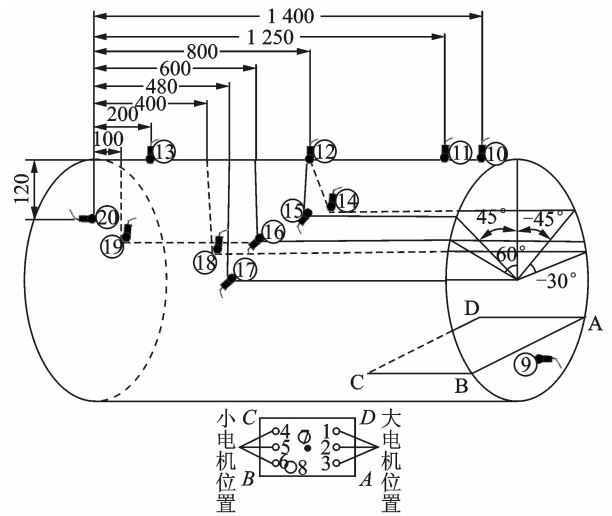


图 2 传感器空间位置示意图(单位:mm)  
Fig. 2 Positions of the sensors (unit: mm)

表 1 不同电机转速的运行工况

Tab. 1 Operating conditions under different motor speed

运行工况	小电机工作频率/Hz	大电机工作频率/Hz
1	5.6	3.6
2	9.2	7.3
3	12.5	11.8
4	15.2	14.8
5	17.8	17.4

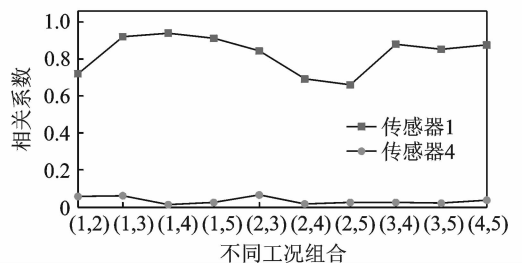


图 3 不同工况数据相关性

Fig. 3 The correlation of data in different operating conditions

数据的相关系数如图 3 所示。不同工况下传感器 1,4 和 13 的相关系数如图 4 所示。

由图 3 可得,传感器 4 不同工况的相关系数小于 0.1,表明参考点 4 不同工况的相关性很弱,可保证参考点试验运行工况矩阵阵逆良态。

由图 4 可得,不同工况下传感器 1 和 4 的相关系数约为 0.15~0.4,表明大小电机耦合较弱,参考点 1 和 4 分别表示小电机与大电机的振源特性。不

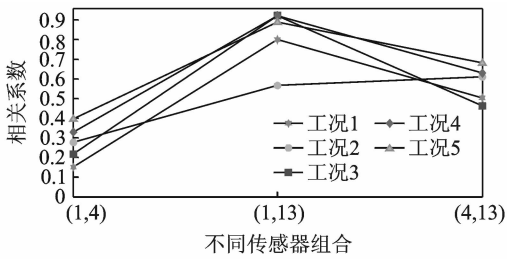


图 4 不同传感器数据相关性

Fig. 4 The correlation of data between different sensors

同工况下传感器 1 和 13 的相关系数大部分高于 0.80, 传感器 4 和 13 的相关系数约为 0.5~0.7, 表明传感器 13 的振动来源于小电机和大电机, 且与小电机相关性更高。

综上分析, 参考点 4 不同工况的相关性很弱, 可保证矩阵良态; 参考点 1 和 4 的相关系数较小, 表明振源耦合较弱。综合分析可得参考点和运行工况的选择较为合理, 可用于研究运行工况振动路径传递。

## 2.2 传统 OPA

OPA 基本思路: 利用已知运行工况数据识别传递率函数矩阵, 分析任意运行工况下振动噪声传递路径。利用表 1 的运行工况数据, 根据式(1)可得试验台 OPA 模型为

$$\begin{bmatrix} y_{113} \\ y_{213} \\ y_{313} \\ y_{413} \\ y_{513} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{14} \\ x_{21} & x_{24} \\ x_{31} & x_{34} \\ x_{41} & x_{44} \\ x_{51} & x_{54} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中:  $y_{i,13}$  ( $i=1,2,3,4,5$ ) 为传感器 13 不同工况数据;  $x_{i,1}$  ( $i=1,2,3,4,5$ ) 为参考点 1 不同工况数据;  $x_{i,4}$  ( $i=1,2,3,4,5$ ) 为参考点 4 不同工况数据;  $T_{11}$  为参考点 1 与传感器 13 传递率函数, 表示小电机与传感器 13 之间的能量传递关系;  $T_{21}$  为参考点 4 与传感器 13 传递率函数, 表示大电机与传感器 13 之间的能量传递关系。

用传统 OPA 算法计算的式(14)参考点矩阵奇异值和条件数分别如图 5 和图 6 所示。

图 5 表明试验台 OPA 模型有两个奇异值, 最大奇异值和最小奇异值分别为 0.02 和  $3.64 \times 10^{-19}$ , 前者代表小电机振动, 后者代表大电机振动, 即小电机振动强度较大, 与图 4 结论吻合。

图 6 表明试验台 OPA 模型矩阵条件数很大, 导致不同频率下试验台 OPA 模型不稳定。导致

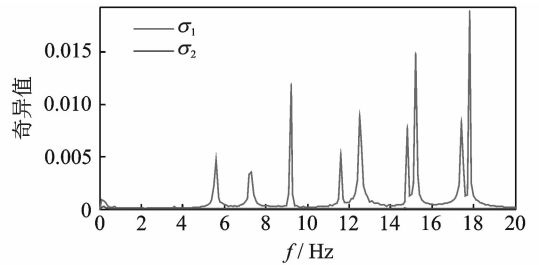


图 5 试验台 OPA 矩阵奇异值

Fig. 5 Matrix singular values of test bench OPA

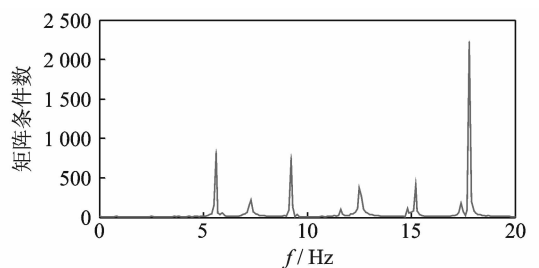


图 6 试验台 OPA 矩阵条件数

Fig. 6 Matrix condition number of test bench OPA

试验台 OPA 模型不稳定因素有: 测试噪声和图 3 所示参考点 1 不同工况相关性(相关系数约为 0.7~0.9, 即相关性很大)。

传统 OPA 计算传递率函数如图 7 所示。  $T_{11}$  为参考点 1 与传感器 13 的传递率函数,  $T_{12}$  为参考点 4 与传感器 13 的传递率函数。

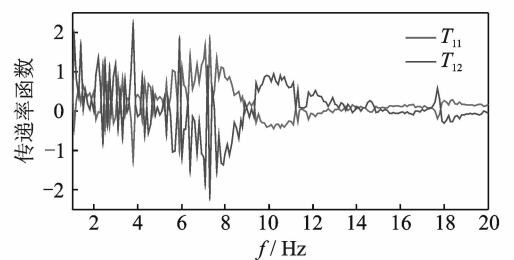


图 7 传统 OPA 传递率函数

Fig. 7 Traditional OPA transmissibility functions of the test bed

传统 OPA 算法识别的大小电机与目标点传递率函数波动较大, 小电机对应的传递率函数相比波动稍小。分析认为, 参考点不同工况的相关性和测试噪声导致矩阵条件数很大, 使试验台 OPA 模型不稳定, 最终导致传递率函数波动较大; 小电机对应的奇异值较大, 受噪声干扰较小, 因此小电机对应的传递率函数较稳定。因此, 图 7 与图 3~6 的结论一致。

假设实际工况为大小电机分别以工作频率 11.8 Hz 和 15.2 Hz 运行。传统 OTPA 算法计算式(14)传感器 13 的总贡献量、大电机路径贡献量和小电机路径贡献量分别如图 8~10 所示。

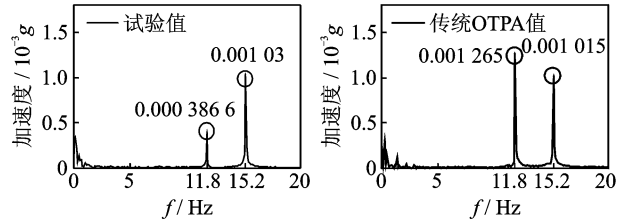


图 8 总贡献量(传统 OTPA)

Fig. 8 The total contributions (traditional OTPA)

由图 8 可知,15.2 Hz 时传统 OTPA 算法总贡献量与试验值一致,而 11.8 Hz 时相差较大。

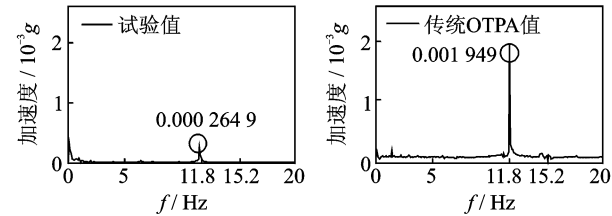


图 9 大电机路径贡献量(传统 OTPA)

Fig. 9 The big motor path contribution (traditional OTPA)

由图 9 可得,大电机贡献量试验值约为 0.0003g,而传统 OTPA 值约为 0.002g,即传统 OTPA 算法大电机路径贡献量误差很大。

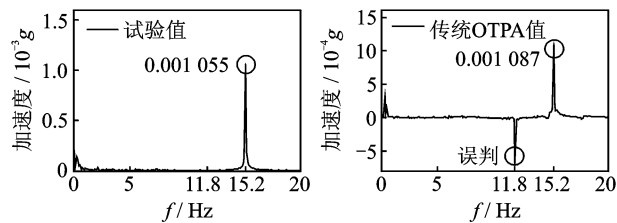


图 10 小电机路径贡献量(传统 OTPA)

Fig. 10 The small motor path contribution (traditional OTPA)

小电机工作频率为 15.2 Hz,由图 10 可得,11.8 Hz 时传统 OTPA 算法小电机路径贡献量较大,出现严重误判。由于小电机工作频率为 15.2 Hz,且小电机对应传递率函数较稳定,所以 15.2 Hz 时传感器 13 总贡献量和小电机路径贡献量均与试验值吻合较好。

通过以上分析,传统 OTPA 可定性识别振动传

递路径,即传感器 13 振动能量源于工作频率分别为 11.8 Hz 和 15.2 Hz 振源。稳定性较差的大电机传递率函数导致 11.8 Hz 时出现大电机路径贡献量误差很大(图 9)和小电机路径贡献量误判(图 10)。

传递率函数识别方法是 OTPA 模型的关键技术,但是容易受到参考点不同工况相关性和测试噪声影响。大小电机分别以工作频率 11.8 Hz 和 15.2 Hz 运行时,参考点和目标点信号相关系数如表 2 所示。传感器 1 和 4、1 和 13、4 和 13 的相关系数分别为 0.328,0.908 和 0.571,表明参考点 1 和 4 的相关性较弱,大小电机耦合较小,可分别表示振源特性;传感器 13 振动主要源于小电机;分析结论与图 3 和图 4 结论一致。

表 2 参考点和目标点的相关系数

Tab. 2 Coefficients between reference points and target points

相关系数	传感器 1	传感器 4	传感器 13
传感器 1	1	0.328	0.908
传感器 4	0.328	1	0.571
传感器 13	0.908	0.571	1

综上分析,噪声干扰和参考点不同工况的相关性导致传统 OTPA 算法精度较低,在与目标点相关性较弱振源对应频率下,总贡献量识别误差较大,路径贡献量失真较严重。

### 3 Tikhonov 正则化 OTPA 模型试验研究

#### 3.1 Picard 条件检验

Picard 条件是检验试验台 OTPA 模型是否具有物理意义 Tikhonov 正则化解的重要条件,试验台 OTPA 模型 Picard 条件如图 11 所示。奇异值 1 和 2 曲线分别位于对应离散傅里叶系数曲线的上方,表明试验台 OTPA 模型满足 Picard 条件,即可通过 Tikhonov 正则化方法求解其有物理意义的正则解。

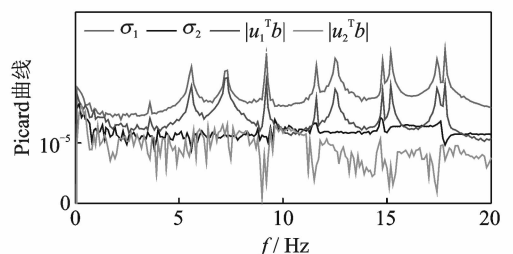


图 11 试验台 OTPA 模型的 Picard 条件

Fig. 11 Picard conditions of OTPA model for the test bed

### 3.2 基于 Tikhonov 正则化的 OTPA

通过式(10)中不同 Tikhonov 正则化参数  $\lambda$  识别试验台 OTPA 传递率函数如图 12 和图 13 所示。图 12 和图 13 表明传递率函数受正则化参数  $\lambda$  的影响较大。同时  $\lambda$  越小,传递率函数越接近传统 OTPA 算法识别的传递率函数; $\lambda$  越大,传递率函数出现明显峰值,且过滤掉表 1 大小电机工作频率以外其他频段的干扰噪声。

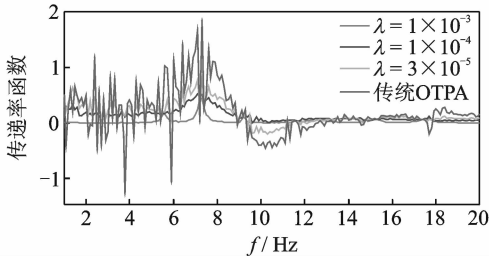


图 12  $\lambda$  对小电机相应传递率函数的影响

Fig. 12  $\lambda$  effects on transmissibility functions of small motor

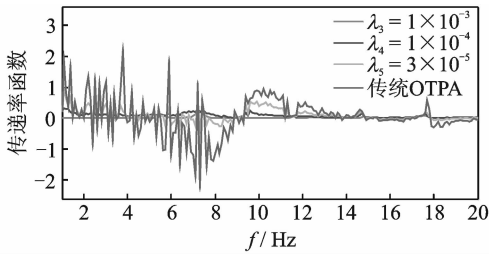


图 13  $\lambda$  对大电机传递率函数的影响

Fig. 13  $\lambda$  effects on transmissibility functions of big motor

基于 Tikhonov 正则化 OTPA 算法的分析结果如图 14~16 所示。

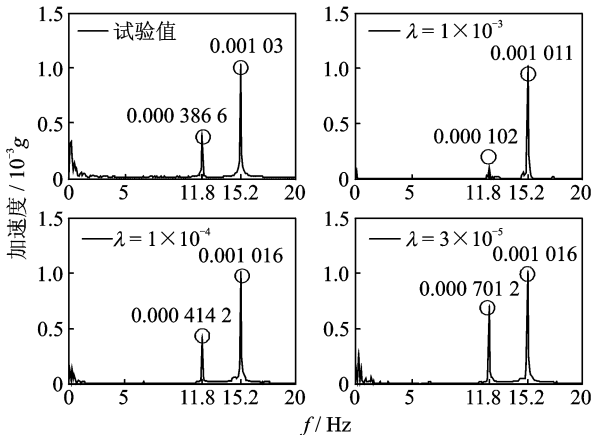


图 14  $\lambda$  对总贡献量的影响

Fig. 14  $\lambda$  effects on total contributions

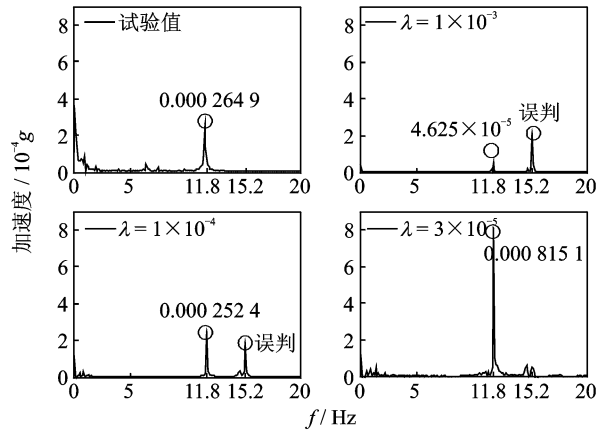


图 15  $\lambda$  对大电机路径贡献量的影响

Fig. 15  $\lambda$  effects on path contributions of big motor

图 14 为不同  $\lambda$  条件下总贡献量曲线。显然,  $\lambda$  对总贡献量影响很大。图 15 为不同  $\lambda$  条件下大电机路径贡献量曲线。当  $\lambda = 1 \times 10^{-3}$  和  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$  时,大电机路径贡献量出现误判,但当  $\lambda = 3 \times 10^{-5}$  时,路径误判消除。

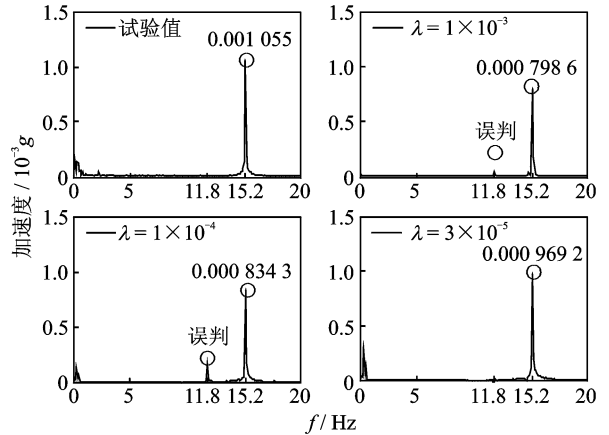


图 16  $\lambda$  对小电机路径贡献量的影响

Fig. 16  $\lambda$  effects on path contributions of small motor

图 16 为不同  $\lambda$  条件下小电机路径贡献量曲线,当  $\lambda = 1 \times 10^{-3}$  和  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$  时,小电机路径贡献量出现误判,但当  $\lambda = 3 \times 10^{-5}$  时,路径误判消失。

综上所述,应用 Tikhonov 正则化方法建立 OTPA 模型具有实用性和有效性;Tikhonov 正则化参数  $\lambda$  严重影响总贡献量和路径贡献量的分析结果;通过调节 Tikhonov 正则化参数  $\lambda$  可消除路径误判。

结合图 8~10,图 14~16,传统 OTPA 算法和基于 Tikhonov 正则化方法 OTPA 算法分析结果的相对误差对比如表 3 所示。

表 3 传统 OTPA 与 Tikhonov 正则化误差

Tab. 3 Errors of traditional OTPA and Tikhonov regularization

算法	相对误差/%			
	$f/\text{Hz}$	$f/\text{Hz}$	大电机 贡献量	小电机 贡献量
$\lambda=1\times 10^{-3}$	73.62	1.84	82.54 误判	24.3 误判
$\lambda=1\times 10^{-4}$	7.14	1.36	4.72 误判	20.92 误判
$\lambda=3\times 10^{-5}$	81.38	1.36	207.7	8.13
传统 OTPA	227.21	1.46	635.75	3.03 误判

表 3 中,当  $\lambda=1\times 10^{-4}$  时,与传统 OTPA 算法分析结果比较,Tikhonov 正则化方法将总贡献量相对误差分别从 227.3% 和 1.46% 减小到 7.14% 和 1.36%。因此,Tikhonov 正则化方法显著提高了试验台 OTPA 模型总贡献量识别精度(其中  $\lambda=1\times 10^{-4}$  最优)。当  $\lambda=3\times 10^{-5}$  时,与传统 OTPA 算法分析结果相比,Tikhonov 正则化方法将大电机路径贡献量相对误差从 635.75% 减小到 207.7%,同时消除小电机路径贡献量严重误判现象,且小电机路径贡献量相对误差为 8.13%。因此,Tikhonov 正则化方法很好地克服了传统 OTPA 路径贡献量误差过大缺点,与此同时很好地弥补了传统 OTPA 路径贡献量误判缺陷。

综上分析,Tikhonov 正则化方法同时考虑了试验台 OTPA 模型传递率函数矩阵的拟合程度和稳定性,显著提高了 OTPA 总贡献量和路径贡献量识别准确度,且抑制了 OTPA 路径贡献量误判缺陷。

## 4 结 论

1) 传统 OTPA 算法仅考虑拟合程度,工程经验值不足和测试噪声等因素易导致路径贡献量和总贡献量计算误差较大,难以定量识别振动传递路径。

2) 基于 Tikhonov 正则化方法 OTPA 同时考虑拟合程度和稳定性,显著提高了路径贡献量和总贡献量计算精度,同时有效克服了传统 OTPA 路径贡献量误判的不足。

3) 理论与试验分析表明,基于 Tikhonov 正则化 OTPA 优于传统 OTPA,可实现振动传递路径定量识别,为结构优化设计和减振降噪提供理论依据。

## 参 考 文 献

[1] 张磊,曹跃云,杨自春,等. 运行工况下舰船振动-声

传递路径分析及试验[J]. 华中科技大学学报:自然科学版, 2013, 41(2): 42-47.

Zhang Lei, Cao Yueyun, Yang Zichun, et al. Theoretical analysis and experimental validation of vibration-acoustic transferring paths of ships under operational conditions[J]. Journal of Huazhong University of Science & Technology: Natural Science Edition, 2013, 41(2):42-47. (in Chinese)

[2] 成玮,张周锁,何正嘉,等. 基于独立分量分析的潜艇振源贡献量定量计算方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(7): 83-87.

Cheng Wei, Zhang Zhousoo, He Zhengjia, et al. Quantitative calculation of vibration source contributions of submarines based on independent component analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(7):83-87. (in Chinese)

[3] Li W, Wang D F, Chen S M, et al. Transfer path analysis of power train vibration on driver's noise[C]// 7th International Conference on Natural Computation (ICNC). Shanghai: IEEE, 2011: 2353-2357.

[4] Yoshida J, Noumura K. Method of transfer path analysis for interior vehicle sound using principal component regression method[J]. Honda R&D Technical Review, 2006,18(1):136-141.

[5] Janssens K, Mas P, Gajdatsy P, et al. A novel path contribution analysis method for test-based NVH trouble shooting [C] // Proceedings of Acoustics 2008. Geelong, Victoria, Australia: [s. n.], 2008: 3673-3683.

[6] Roozen N B, Leclere Q, Sandier C. Operational transfer path analysis applied to a small gearbox test set-up [C]//Proceedings of Acoustics 2012. Nantes, France: [s. n.], 2012:3467-3473.

[7] Putner J, Lohrmann M, Fastl H. Contribution analysis of vehicle exterior noise with operational transfer path analysis[C]// Proceedings of Meetings on Acoustics. Montreal, Canada:[s. n.], 2013,19,040035(1-9).

[8] Yan Li, Jiang Weikang. Research on the procedure for analyzing the sound quality contribution of sound sources and its application [J]. Applied Acoustics, 2014, 79:75-80.

[9] 胥永刚,谢志聪,孟志鹏,等. 基于奇异值分解的磁记忆信号特征提取方法[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(6):1106-1109.

Xu Yonggang, Xie Zhicong, Meng Zhipeng, et al. The signal feature extraction method of magnetic memory based on singular value decomposition[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2014, 34(6):1106-1109. (in Chinese)

- [10] Klerk D, Ossipov A. Operational transfer path analysis: theory, guidelines and tire noise application[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(7): 1950-1962.
- [11] Peter G, Karl J, Ludo G. Critical assessment of operational path analysis: mathematical problems of transmissibility estimation[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2008, 123(5): 9359-9364.
- [12] Hadamard J. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique[R]. Bulletin: Princeton University, 1902.
- [13] Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solution of ill-posed problems [J]. Mathematics of Computation, 1978, 32(14): 491.
- [14] Tikhonov A. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method[J]. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1963, 151(3): 501-504.
- [15] 马超, 华宏星. 正则化技术在状态空间载荷识别中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(6): 1154-1158.  
Ma Chao, Hua Hongxing. The application of regularization technique for load identification in state space [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2014, 34(6): 1154-1158. (in Chinese)
- [16] Hansen P C. The discrete picard condition for ill-posed problems[J]. BIT Numerical Mathematics, 1990, 30(4): 658-672.
- [17] Golub G H, Heath M, Wahba G. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter [J]. Technometrics, 1979, 21(2): 215-223.
- [18] Hansen P C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the l-curve[J]. SIAM Review, 1992, 1(34): 561-580.



**第一作者简介:** 成玮, 男, 1983 年 6 月生, 副教授。主要研究方向为机械系统状态监测与故障诊断。曾发表《A comprehensive study of vibration signals for a thin shell structure using enhanced independent component analysis and experimental validation》(《Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of The ASME》2014, Vol. 136, No. 4) 等论文。

E-mail: chengw@mail.xjtu.edu.cn

## 欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管, 南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办, 是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献, 包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等, 不拘泥于行业和测试项目。

本刊为 EI Compendex 数据库收录期刊和中文核心期刊, 双月刊, 每逢双月末出版, 自 2017 年起每本定价 30 元, 全年 180 元。欢迎订阅和投稿, 欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址: 南京市御道街 29 号 邮政编码: 210016

电话: (025) 84893332

传真: (025) 84893332 E-mail: qchen@nuaa.edu.cn

网址: <http://zdc.nuaa.edu.cn>