Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2017.01.022

# 基于改进 MF-DFA 的液压泵退化特征提取方法

田再克, 李洪儒, 孙 健, 许葆华

(军械工程学院导弹工程系 石家庄,050003)

**摘要** 针对液压泵振动信号通常具有非线性强和信噪比低的特点,提出了一种基于改进多重分形去趋势波动分析 (multi-fractal detrended fluctuation analysis,简称 MF-DFA)的液压泵性能退化特征提取方法。首先,引入滑动窗 口技术改进传统 MF-DFA 方法在时间序列数据分割过程中存在的不足,提高了 MF-DFA 方法的计算精度;然后, 利用改进的 MF-DFA 方法计算液压泵多重分形谱参数,分析了不同分形谱参数对液压泵退化状态的反映能力,选 取奇异指数 α<sub>0</sub> 和多重分形谱宽度 Δα 作为退化特征量;最后,以液压泵不同退化状态下的实测数据为例验证了该 算法的有效性。试验结果表明,该方法能够准确提取液压泵退化特征,提高了退化状态识别的准确率。

关键词 退化特征提取;去趋势波动法;多重分形;液压泵 中图分类号 TH212;TH213.3

# 引 言

液压泵是整个液压系统的"心脏",其性能好坏 不仅直接影响液压系统的可靠性,甚至对整个系统 的安全运行产生决定性的影响<sup>[1]</sup>。退化特征提取是 实现液压泵故障预测的关键。由于液压泵振动信号 受到流体的压缩性、泵源与伺服系统的流固耦合作 用以及自身具有的大幅固有机械振动的影响,呈现 出非线性、非平稳和非高斯的特点,使传统线性信号 处理方法很难准确提取液压泵的退化特征<sup>[2-3]</sup>。因 此,有必要寻求一种有效的液压泵退化特征提取方 法,以满足液压泵故障预测的需要。

分形理论是非线性学科中一个重要分支,适合于 非线性振动信号的分析和处理,近年来,它在故障预 测领域的研究中取得了一定的进展<sup>[4-6]</sup>。文献[7-8] 利用基于配分函数的广义维数和多重分形谱参数作 为特征量实现了对机械设备故障特征的提取,取得了 一定效果。以上研究多是采用单分形方法描述振动 信号的分形特征,它侧重从整体上反映非线性振动信 号的内在复杂性。但影响液压泵振动信号的因素往 往比较复杂,仅采用单分形方法难以准确反映液压泵 振动信号的内在非线性动力学特性<sup>[9]</sup>。Kantelhardt 等<sup>[10]</sup>在单分形的基础上,提出了多重分形去趋势波 动分析方法,它不仅可以从整体上反映非线性信号的 分形特性,而且能够准确描述振动信号的局部动力学 特性,具有较强的局部分析能力。目前,MF-DFA方 法已经在振动信号分析处理领域得到了一定程度的 应用<sup>[11-13]</sup>。文献[11]将 MF-DFA方法应用到心音信 号的分类识别中,取得了不错的效果。文献[12]提取 多重分形谱参数作为滚动轴承故障特征,分析了不同 故障类型的多重分形谱特点。文献[13]利用 MF-DFA方法估计多重分形谱参数作为齿轮箱退化特征 量,实现了其退化状态识别。

针对液压泵振动信号通常具有非线性强和信噪 比低的特点,笔者提出了一种基于改进 MF-DFA 方 法的液压泵性能退化特征提取方法。首先,针对传 统 MF-DFA 方法在数据分割过程中存在的不足,引 入滑动窗口技术解决传统分割方法容易造成数据间 断的问题,提升了 MF-DFA 方法的计算精度;然后, 对液压泵不同退化状态下的多重分形谱特征参数进 行对比分析,选择反映退化状态最灵敏的多重分形 谱参数  $\Delta \alpha \ n \alpha_0$  作为液压泵性能退化特征量;最后, 通过对液压泵不同松靴程度下的实测振动信号分析 验证了所提方法的有效性。

# 1 基于 MF-DFA 的多重分形谱分析

#### 1.1 MF-DFA 理论

MF-DFA 方法是在去趋势波动法(detrended fluctuations analysis, 简称 DFA)的基础上提出的

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51275524) 收稿日期:2015-11-11;修回日期:2016-01-04

一种非平稳时间序列多重分形特征分析方法。该方 法利用一个去波动过程消除时间序列非平稳趋势的 影响,通过计算不同阶次的波动函数来精细地刻画 时间序列在不同维度上的分形结构<sup>[14]</sup>。相较于 DFA 方法,MF-DFA 方法避免了人为因素的影响, 能够更准确地刻画隐藏在非平稳时间序列中的多重 分形特征<sup>[15]</sup>。对于长度为 N 的时间序列 x (n),其 MF-DFA 的步骤<sup>[16]</sup>如下。

1) 计算序列 x(n)其偏离均值的累积离差 y(n)

$$y(n) = \sum_{i=1}^{n} (x(i) - \bar{x}) \qquad (n = 1, 2, \dots, N) (1)$$

其中:x(n)为原始序列; $\overline{x}$ 为信号的均值。

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x(i)$$

2) 将累积离差序列 y(n)平均分割为 m(m= int(N/s))个互不重叠的等长序列,每个子序列数据 长度为 s。当 N 不能整除 s 时,为避免数据剩余,则 从序列 y(n)尾部重新分割一遍,最终得到 2m 个等 长子序列。

3)利用最小二乘法拟合每个子序列的局部趋势函数 y<sub>v</sub>(n)

$$y_{v}(n) = a_{0} + a_{1}n + a_{2}n^{2} + \dots + a_{k}n^{k}$$
  
(n = 1, 2, \dots, 2m; k = 1, 2, \dots) (2)

其中;ak 为多项式拟合的系数;k 为多项式拟合阶数。

4) 计算均方误差函数
 当 v=1,2,...,m时,有

$$F^{2}(s,v) = \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{s} \{y[(v-1)s+n] - y_{v}(n)\}^{2} \quad (3)$$
  

$$\stackrel{\text{d}}{=} v = m+1, m+2, \cdots, 2m \text{ fb}, \text{ fb}$$

$$F^{2}(s,v) = \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} \{y [N - (v-1)s + n] - y_{v}(n)\}^{2}$$
(4)

5) 对于 2m 个子序列,计算其 q 阶波动函数 F(q,s)

$$F(q,s) = \begin{cases} \{\frac{1}{2m} \sum_{v=1}^{2m} [F^{2}(s,v)]^{\frac{q}{2}}\}^{\frac{1}{q}} & (q \neq 0) \\ \exp\{\frac{1}{4m} \sum_{v=1}^{4m} \ln [F^{2}(s,v)]\} & (q=0) \end{cases}$$
(5)

式(5)中参数 q 的取值反映了不同大小的波动 对波动函数 F(q,s)的影响。当  $q \leq 0$  且  $|q| \geq 1$  时, 函数 F(q,s)的取值主要受小波动的均方误差  $F^2(s, v)$ 的影响;当 q > 0 且  $|q| \geq 1$  时,函数 F(q,s)的取值 主要受大波动的均方误差  $F^2(s,v)$ 的影响。当 q = 2 时,MD-DFA 多重分形退化为单分形 DFA。

6) 波动函数 F(q,s)为关于数据长度 q 和子序 列数据长度 s 的函数,其与 s 存在如下关系

$$F(q,s) \propto s^{h(q)}$$
 (6)

通常情况下,波动函数 F(q,s)是关于子序列长 度 s 的增函数,通过拟合函数 log(F(q,s))和 log(s) 的双对数曲线斜率得到标度指数 h(q),h(q)为 q 阶 广义 Hurst 指数。当标度指数 h(q)的大小与阶数 q 的取值无关时,则认为序列 x(n)为单分形过程;当 标度指数 h(q)的大小与阶数 q 呈非线性关系时,则 认为序列 x(n)为多重分形过程。

#### 1.2 改进 MF-DFA 方法

由于传统 MF-DFA 方法采用等分序列分割法, 导致子序列分割点处的数据不连续,产生新的伪波 动误差,且在构造子序列的过程中存在丢失序列末 段数据或打乱原始序列顺序的风险,造成估计标度 指数 *h*(*q*)的失真。为克服传统 MF-DFA 方法存在 的不足,笔者引入滑动窗口技术对 MF-DFA 的序列 分割方法进行改进,滑动窗分割法原理如图 1 所示。



采用滑动窗重叠分割法代替传统 MF-DFA 方 法中的不重叠等分分割法,会导致分割子序列数量 的增加(由 *m* 或 2*m* 个增加到 N-s+1,步长取 r=1),步骤 5 中 F(q,s)的表达式也相应变化,即 F(q,s) =

$$\begin{cases} \left\{ \frac{1}{N-s+1} \sum_{v=1}^{N-s+1} \left[ F^{2}(s,v) \right]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} & (q \neq 0) \\ \exp\left\{ \frac{1}{2(N-s+1)} \sum_{v=1}^{N-s+1} \ln \left[ F^{2}(s,v) \right] \right\} & (q=0) \end{cases}$$
(7)

为确保波动函数 F(q,s)有较高的稳定性,固定 窗口长度取值为  $2k+2 \leq s < int(N)(k$  为多项式拟 合阶数)。

#### 1.3 估计多重分形谱特征参数

通过 MF-DFA 方法得到广义 Hurst 指数 h(q) 与标度指数  $\tau(q)$ 的关系为

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \tag{8}$$

式(8)两边同时对q进行求导,得到

$$\frac{\mathrm{d}\tau(q)}{\mathrm{d}q} = h(q) + qh'(q) \tag{9}$$

通过 Legendre 变换式得到多重分形谱 f(a)、 奇异指数 a 和标度指数  $\tau(q)$ 3 者之间的关系<sup>[17]</sup>为

$$\begin{cases} a = \frac{\mathrm{d}\tau(q)}{\mathrm{d}q} & (10) \\ f(a) = aq - \tau(q) & \\ & \\ \# \mathfrak{Z}(9) \# \mathfrak{Z}\mathfrak{Z}(10), \# \mathfrak{Y} \\ & \\ \begin{cases} a = h(q) + qh'(q) \\ f(a) = q[a - h(q)] + 1 & \\ \end{cases}$$

$$(11)$$

由多重分形谱 f(a)和奇异指数 a 得到多重分 形谱的 4 个重要参数为  $\Delta_{\alpha}, \alpha_0, \Delta f$  和  $|B|^{[18]}$ 。多重 分形谱宽度  $\Delta \alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$ ,为信号最强、最弱奇异 点之间的差,反映了振动信号多重分形特性的强弱, 多重分形特征越强, $\Delta \alpha$ 的值越大。极值点对应的奇 异指数  $\alpha_0(f_{\text{max}} = f(\alpha_0))$ 反映了振动信号的随机性, 随机性越大, $\alpha_0$  越大,反之亦然。对称性参数 |B| 表 示曲线的对称度,值大于0,表明曲线左倾,对应的 振动信号更为光滑,反之亦然。最大最小概率子集 分形维数的差  $\Delta f = f(\alpha_{max}) - f(\alpha_{min})$ 反映了振动信 号最大峰值与最小峰值出现频率的变化,值小于 0, 表明概率最大子集数目大干概率最小子集数目,反 之亦然。由以上分析可知,多重分形谱参数能够定 量反映液压泵在不同退化状态下振动信号的内在波 动程度及振动剧烈程度,因此笔者选用4个特征参 数作为液压泵退化状态识别特征参数。

# 2 液压泵退化状态识别策略

液压泵的退化状态识别包括两个环节:退化特 征提取和退化状态识别。由分析可知,多重分形谱 参数作为振动信号的非线性指标能够很好地反映振 动信号随机性和复杂度的变化情况,因此笔者采用 多重分形谱参数作为描述液压泵性能退化的特征参 量,并基于退化特征和支持向量机(support vector machine,简称 SVM)实现液压泵的退化状态识别。

#### 2.1 二叉树支持向量机算法原理

SVM 通过在高维特征空间建立一个最优超平面来区分不同样本类别,具有良好的泛化能力。由于普通 SVM 只能解决二分类问题,因此需要对它进行扩展处理多类样本的分类问题<sup>[19]</sup>。笔者选择二叉树支持向量机(binary tree support vector machine,简称 BT-SVM)对液压泵不同退化状态进行分类识别。BT-SVM 算法如图 1 所示,不断将类别划分为两个子类,直到最后每个节点只有一个类别。对于 K 类样本,只需要建立 K-1 个二值分类器,因此 BT-SVM 具有计算时间短和分类精度高的特点。图 5 为 4 种类别样本分类器的结构。

选择合适的核函数是构建 BT-SVM 模型的关键,笔者选取高斯径向基核函数作为 BT-SVM 分类



器的核函数。为了得到更好的分类效果,采用10折 交叉验证法确定分类器的两个关键参数核参数 γ和 惩罚因子 C 的取值<sup>[20]</sup>。将试验样本随机分成10 组,用其中9组作为训练样本训练 SVM 模型,并用 所有10组样本进行测试,计算10个模型测试结果 的平均值,取平均值最大时对应的参数作为最优参 数。试验结果表明,(γ,C)取值为(2,2)时的分类准 确率最高达到96.31%。

#### 2.2 退化状态识别策略

将 BT-SVM 算法应用于液压泵退化状态识别 中,如图 3 所示。首先,对训练样本集振动信号做降 噪处理并提取多重分形谱参数作为液压泵退化特征 向量;然后,用得到的退化特征集训练 SVM 模型, 得到液压泵退化状态识别模型;最后,对测试集振动 信号分析并提取退化特征向量用于验证所建立的退 化状态识别模型的有效性。



Fig. 3 The degradation state identification strategy of hydraulic pump

### 3 试验验证

#### 3.1 数据来源及分析

将提出的特征提取方法用于液压泵退化状态识 别中以检验方法的有效性和实用性。实测液压泵振 动信号采自液压泵试验台,如图 4 所示。液压泵型 号为 SY-0MCY14-1EL,共有 7 个柱塞(每次选用试 验柱塞更换其中 1 个柱塞),电机型号为 Y132M-4, 额定转速为 1 480 r/min,泵出口油压为 10 MPa。 选用 CA-YD-139 型压电式加速度传感器与液压泵 端盖刚性连接,采样频率为 12 kHz,采样时间为 10 s。用 5 种不同故障程度的液压泵松靴故障近似 模拟柱塞由正常状态逐渐经历一系列不同的退化状 态直至完全失效的性能退化过程。性能退化程度通 过松靴间隙的距离大小来描述,分别以正常、松靴间 隙分别为 0.15,0.24,0.38 和 0.57 mm 5 种柱塞模 拟液压泵正常状态、轻微故障、轻度故障、中度故障 和重度故障 5 种退化状态,如图 5 所示。



图 4 液压泵试验台 Fig. 4 Test bench of hydraulic pump



图 5 试验柱塞 Fig.5 Fault of loose slipper

试验选取液压泵 5 种退化状态下的振动数据, 每种状态选取 60 组数据(其中 20 组为训练样本,40 组为测试样本),每组样本数据长度为 1 024。图 6 为液压泵在正常和 4 种退化状态下的振动信号时域 波形图。可以看出,不同退化状态下液压泵振动信 号在时域结构上具有较为明显的差异。当液压泵处 于正常工作状态时,振动信号的分布随机性较强,不 确定因素最高。随着退化程度的不断加深,信号的 周期性明显增强,振动幅值也逐渐增大。

#### 3.2 液压泵振动信号的多重分析

为了比较传统 MF-DFA 方法和滑动窗口 MF-DFA 方法分析结果的差异,分别对液压泵 5 种不同 退化状态下的振动信号进行多重分形谱分析。其 中,多项式拟合阶数  $k \in [1,4]$ ,步长 r 为 3,窗口长





度  $s \in [10, 100], q = [-10, -8, \dots, 8, 10](q \neq 0)$ 。 由于篇幅有限,图 7 仅给出了液压泵轻度故障状态 下振动信号的广义 Hurst 指数 h(q)与 q 的拟合关 系图。从图 7 可以看出:

1) 无论传统 MF-DFA 方法还是滑动窗口 MF-DFA 方法,液压泵轻度故障下振动信号的广义 Hurst 指数 *h*(*q*)随着 *q* 的增大而减小,呈非线性递



减关系,表明液压泵振动信号具有不同的内在动力 学特性,存在不规则多重分形特征。

2) 当q < 0 时,滑动窗口 MF-DFA 方法的 h(q)值较传统方法偏小,当q > 0 时,滑动窗口 MF-DFA 方法的 h(q)值较传统方法偏大,这说明滑动窗口 MF-DFA 方法能够有效减小因时间序列分割点处 不连续造成的伪随机波动误差,同时避免了传统方 法丢失尾段数据或序列重构造成的误差,能够更准 确地刻画振动信号的内在多重分形特征。

3) 当 q=2 时,广义 Hurst 指数 h(q)等价于经 典 Hurst 指数,对于任意阶数 k,h(2)的值均大于 0.5,说明液压泵振动信号具有长程分形特征。当 k=2时,h(2)的值最小,说明在不增加波动特征的 情况下,2 阶拟合多项式能够较稳定地反映液压泵 的退化状态。

同理,对其他4种退化状态下振动信号进行 MF-DFA分析也能得出相同结论。因此,采用二阶 多项式拟合的滑动窗口MF-DFA方法对液压泵5 种退化状态进行多重分形谱分析。

#### 3.3 多重分形谱特征参数分析

利用滑动窗口 MF-DFA 方法分别计算液压泵 5 种退化状态下振动信号的多重分形谱参数的平均 值,如表 1 所示。可知: $\Delta \alpha$  随着退化程度的加深而 递增,表明退化程度越严重,振动的波动程度越大, 整个分形结构上概率测度越不均匀; $\alpha_0$  的变化与  $\Delta \alpha$ 相反,说明退化程度越深,振动信号的多重分形特征 越显著;不同退化状态下振动信号的多重分形特征 越显著;不同退化状态下振动信号的  $\Delta f$  的值均大 于 0,表明概率最小子集的数量较多,且重度退化状 态下  $\Delta f$  最大,说明振动的剧烈程度最大;|B|的值 随退化状态的加深而逐渐增大,说明正常状态下振 动信号的对称性最小、随机性最大,随着故障程度的 加深,受故障冲击信号的影响,振动信号的对称性增 大、随机性减小。

表 1 不同退化状态的分形谱参数分布

Tab. 1 The Multi-fractal spectrum parameters of different degradation states

退化状态	$\Delta \alpha$	$\alpha_0$	$\Delta f$	B
正常状态	0.106 3	1.393 6	0.103 6	0.6597
轻微故障	0.429 1	0.827 4	0.446 9	0.891 4
轻度故障	0.564 8	0.769 3	0.480 4	1.080 6
中度故障	0.832 9	0.699 1	0.561 2	1.129 6
重度故障	0.938 1	0.578 3	0.604 1	1.206 8

为进一步分析不同分形谱参数反映液压泵退化 状态的敏感度,图 8~11 分别为特征参数  $\Delta \alpha$ , $\alpha_0$ , $\Delta f$ 和|B|在液压泵不同退化状态下的分布。由图可 知:对于 5 种退化状态, $\Delta \alpha$  能准确区分不同退化状 态;对于不同退化状态下  $\alpha_0$  的分布,只有轻微故障 和轻度故障存在少许交叉外,其他退化状态基本可 以清晰地区分开; $\Delta f$  和|B|存在严重的状态混跌现 象且波动较大,难以区分不同的退化状态。综上所 述,笔者选择多重分形谱参数  $\Delta \alpha$  和奇异指数  $\alpha_0$  作 为二维退化特征量。



图 8 振动信号的  $\Delta \alpha$  分布图 Fig. 8 The distribution of the vibration signal  $\Delta \alpha$ 

#### 3.4 退化状态识别

为验证提出的退化特征提取方法的有效性,对 采集的 300 组振动信号按照训练集与测试集为 1: 2 的比例进行试验,即 100 组样本为训练样本,200 组样本为测试样本(5 种退化状态各 60 组样本)。 为验证基于滑动窗口 MF-DFA 方法的有效性,分别 用两种方法提取多重分形谱参数 Δα 和 α。作为液压 泵退化特征量输入 BT-SVM 中进行识别比较。



图 9 振动信号的 α<sub>0</sub> 分布图

Fig. 9 The distribution of the vibration signal  $\alpha_0$ 



图 10 振动信号的  $\Delta f$  分布图 Fig. 10 The distribution of the vibration signal  $\Delta f$ 



图 11 振动信号的 | B | 分布图

Fig. 11 The distribution of the vibration signal |B|

表 2 为液压泵性能退化状态识别的结果。其 中,准确率为正常状态和不同退化状态被正确识别 出的比例。从表 2 可以看出,用 BT-SVM 对液压泵 5 种退化状态的多重分形谱参数 Δα 和奇异指数 α<sub>0</sub> 退化特征进行识别,得到了很好的识别结果。其中,

表 2 识别结果 Tab 2 The recognition results

		8		
坦西主法	训练	测试	正确识	识别准确
<b>定</b> 取 刀 伝	样本	样本	别样本	率/%
传统 MF-DFA 方法	100	200	163	81.5
滑动窗口 MF-DFA 方法	100	200	187	93.5

基于滑动窗口 MF-DFA 方法的识别准确率更高,说 明改进 MF-DFA 方法比传统方法可以更好地反映 不同退化状态下振动信号的多重分形特性。

# 4 结 论

1)利用滑动窗口技术对传统 MF-DFA 方法进行改进,能够有效减少因子序列分割点处不连续造成的伪波动误差,提高了 MF-DFA 方法的计算精度。

2)利用改进的 MF-DFA 方法对液压泵不同退 化状态下的振动信号进行分析,结果表明振动信号 具有明显的多重分形特性,且多重分形谱参数 Δα 和奇异指数α。对液压泵退化状态的反映敏感度最高,能够有效区分液压泵不同退化状态。

3)通过液压泵实测信号的分析结果证明了基 于改进MF-DFA方法提取的多重分形谱特征能够 很好地反映液压泵不同退化状态,验证了该退化特 征提取方法的有效性,为实现液压泵故障预测打下 基础。

参考文献

- [1] Du Jun, Wang Shaoping, Zhang Haiyan. Layered clustering multi-fault diagnosis for hydraulic piston pump[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013,36(2):487-504.
- [2] Zhao Zhen, Jia Mingxing, Wang Fuli, et al. Intermittent chaos and sliding window symbol sequence statistics-based early fault diagnosis for hydraulic pump on hydraulic tube tester[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009,23(5):1573-1585.
- [3] 李洪儒,许葆华.某型导弹发射装置液压泵故障预测研究[J]. 兵工学报,2009,30(7):900-906.
  Li Hongru, Xu Baohua. Fault prognosis of hydraulic pump in the missile launcher[J]. Acta Armamentrii, 2009,30(7):900-906. (in Chinese)
- [4] 杜必强,唐贵基,贾子文.振动信号扩展广义多重分形 维数算法[J].振动、测试与诊断,2013,36(6):1076-1080.

Du Biqiang, Tang Guiji, Jia Ziwen. Extended generalized multi-fractal dimensions algorithm for vibration signal[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 36(6):1076-1080. (in Chinese)

[5] 苑宇,赵兴,赵玉龙.基于时频维数的轴承故障诊断方法[J].振动、测试与诊断,2013,33(1):154-157.
Yuan Yu, Zhao Xing, Zhao Yulong. Study on fault diagnosis of rolling bearing based on time-frequency gen-

eralized dimension[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(1): 154-157. (in Chinese)

- [6] Wang Yukui, Li Hongru, Ye Peng. Fault feature extraction of hydraulic pump based on CNC de-noising and HHT[J]. Journal of Failure Analysis & Prevention, 2015,15(1):139-151.
- Yu Yuan, Li Baoliang, Shang Jingshan, et al. The application of vibration signal multi-fractal in fault diagnosis
   [C] // Second International Conference on Future Networks. Sanya: IEEE Computer society, 2010:164-167.
- [8] DeMoura E P, Vieira A P, Irmao M A S, et al. Applications of detrended fluctuation analysis to gearbox fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009,23(3):682-689.
- [9] Tang Jingyuan, Shi Yibing, Zhou Longfu, et al. Nonlinear analog circuit fault leaders multi-fractal analysis method[J]. Control and Decision, 2010, 25(4): 605-609.
- [10] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series [J]. Physica A, 2002, 316 (1):87-114.
- [11] 郭兴明,张文英,袁志会,等. 基于 EMD 关联维数和多 重分形谱的心音识别[J]. 仪器仪表学报,2014,35(4): 827-833.

Guo Xingming, Zhang Wenying, Yuan Zhihui, et al. Heart sound recognition based on EMD correlation dimension and multi-fractals pectrum[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014,35(4):827-833. (in Chinese)

[12] 李兆飞,柴毅,李华峰. 多重分形去趋势波动分析的振动信号故障诊断[J].华中科技大学学报:自然科学版, 2012,40(12):5-9.

Li Zhaofei, Chai Yi, Li Huafeng. Diagnosing faults in vibration signals by multi-fractal detrended fluctuation analysis[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2012, 40(12):5-9. (in Chinese)

[13] 林近山,陈前.基于多重分形去趋势波动分析的齿轮箱 故障特征提取方法[J].振动与冲击,2013,33(2):97-101.

Lin Jinshang, Chen Qian. Fault feature extraction of gearboxes based on multi-fractal detrended fluctuation analysis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013,33 (2):97-101. (in Chinese)

[14] 李兵,张培林,米双山,等.齿轮故障信号多重分形维数 的形态学计算方法[J].振动、测试与诊断,2011,31 (4):450-454. Li Bing, Zhang Peilin, Mi Shuangshan, et al. Mathematical morphology based on multifractal dimensions for gear fault diagnosis [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011,31(4):450-454. (in Chinese)

- [15] 熊杰,陈绍宽,韦伟,等.基于多重分形去趋势波动分析 法的交通流多重分形无标度区间自动识别方法[J].物 理学报,2014,63(20):200504. Xiong Jie, Chen Shaokuan, Wei Wei, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis algorithm based identification method of scale-less range for multi-fractal charateristics of traffic flow[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(20):200504. (in Chinese)
- [16] Lin Jinshan, Chen Qian. Fault diagnosis of rolling bearings based on multifractal detrended fluctuation analysis and Mahalanobis distance criterion [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013,2(38): 515-533.
- [17] Lim J H, Khang E J, Lee T H, et al. Detrended fluctuation analysis and Kolmogorov-Sinai entropy of electroencephalogram signals [J]. Physics Letters A, 2013,38(377):2542-2545.
- [18] Bolgorian M, Raei R. A multifractal detrended fluctuation analysis of trading behavior of individual and institutional traders in Tehran stock market[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2011, 390(21-22):3815-3825.
- [19] Du Peijun, Tan Kun, Xing Xiaoshi. A novel binary tree support vector machine for hyperspectral remote sensing image classification [J]. Optics Communications, 2012,285(13):3054-3060.
- [20] 罗颂荣,程军圣,郑近德.基于 ITD 分形模糊熵的轴承 早期故障诊断[J].振动、测试与诊断,2013,33(4): 706-712.

Luo Songrong, Cheng Junsheng, Zheng Jinde. Incipient fault diagnosis based on ITD fractal dimension and fuzzy entropy for bearing [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013,33(4):706-712. (in Chinese)



**第一作者简介:**田再克,男,1987年11 月生,博士生。主要研究方向为信号处 理与故障预测。曾发表《基于改进 MF-DFA 和 SSM-FCM 的液压泵退化状态 识别方法》(《仪器仪表学报》2016年第 37卷第8期)等论文。 E-mail: 812421069@qq.com

通信作者简介:李洪儒,男,1963 年 1 月 生,教授、博士生导师。主要研究方向为 装备状态监测与故障预测。 E-mail: lihr168@sohu.com