doi:10.16450/j. cnki. issn. 1004-6801. 2017. 01. 022

# 基于改进 MF-DFA 的液压泵退化特征提取方法

田再克, 李洪儒, 孙 健, 许葆华 (军械工程学院导弹工程系 石家庄,050003)

摘要 针对液压泵振动信号通常具有非线性强和信噪比低的特点,提出了一种基于改进多重分形去趋势波动分析 (multi-fractal detrended fluctuation analysis,简称 MF-DFA)的液压泵性能退化特征提取方法。首先,引入滑动窗口技术改进传统 MF-DFA 方法在时间序列数据分割过程中存在的不足,提高了 MF-DFA 方法的计算精度;然后,利用改进的 MF-DFA 方法计算液压泵多重分形谱参数,分析了不同分形谱参数对液压泵退化状态的反映能力,选取奇异指数  $\alpha_0$  和多重分形谱宽度  $\Delta \alpha$  作为退化特征量;最后,以液压泵不同退化状态下的实测数据为例验证了该算法的有效性。试验结果表明,该方法能够准确提取液压泵退化特征,提高了退化状态识别的准确率。

关键词 退化特征提取;去趋势波动法;多重分形;液压泵中图分类号 TH212; TH213.3

# 引言

液压泵是整个液压系统的"心脏",其性能好坏不仅直接影响液压系统的可靠性,甚至对整个系统的安全运行产生决定性的影响[1]。退化特征提取是实现液压泵故障预测的关键。由于液压泵振动信号受到流体的压缩性、泵源与伺服系统的流固耦合作用以及自身具有的大幅固有机械振动的影响,呈现出非线性、非平稳和非高斯的特点,使传统线性信号处理方法很难准确提取液压泵的退化特征[2-3]。因此,有必要寻求一种有效的液压泵退化特征提取方法,以满足液压泵故障预测的需要。

分形理论是非线性学科中一个重要分支,适合于非线性振动信号的分析和处理,近年来,它在故障预测领域的研究中取得了一定的进展<sup>[4-6]</sup>。文献[7-8]利用基于配分函数的广义维数和多重分形谱参数作为特征量实现了对机械设备故障特征的提取,取得了一定效果。以上研究多是采用单分形方法描述振动信号的分形特征,它侧重从整体上反映非线性振动信号的内在复杂性。但影响液压泵振动信号的因素往往比较复杂,仅采用单分形方法难以准确反映液压泵振动信号的内在非线性动力学特性<sup>[9]</sup>。Kantelhardt等<sup>[10]</sup>在单分形的基础上,提出了多重分形去趋势波动分析方法,它不仅可以从整体上反映非线性信号的分形特性,而且能够准确描述振动信号的局部动力学

特性,具有较强的局部分析能力。目前,MF-DFA 方法已经在振动信号分析处理领域得到了一定程度的应用<sup>[11-13]</sup>。文献[11]将 MF-DFA 方法应用到心音信号的分类识别中,取得了不错的效果。文献[12]提取多重分形谱参数作为滚动轴承故障特征,分析了不同故障类型的多重分形谱特点。文献[13]利用 MF-DFA 方法估计多重分形谱参数作为齿轮箱退化特征量,实现了其退化状态识别。

针对液压泵振动信号通常具有非线性强和信噪比低的特点,笔者提出了一种基于改进 MF-DFA 方法的液压泵性能退化特征提取方法。首先,针对传统 MF-DFA 方法在数据分割过程中存在的不足,引入滑动窗口技术解决传统分割方法容易造成数据间断的问题,提升了 MF-DFA 方法的计算精度;然后,对液压泵不同退化状态下的多重分形谱特征参数进行对比分析,选择反映退化状态最灵敏的多重分形谱参数  $\Delta \alpha$  和 $\alpha$ 。作为液压泵性能退化特征量;最后,通过对液压泵不同松靴程度下的实测振动信号分析验证了所提方法的有效性。

# 1 基于 MF-DFA 的多重分形谱分析

# 1.1 MF-DFA 理论

MF-DFA 方法是在去趋势波动法(detrended fluctuations analysis, 简称 DFA)的基础上提出的

一种非平稳时间序列多重分形特征分析方法。该方法利用一个去波动过程消除时间序列非平稳趋势的影响,通过计算不同阶次的波动函数来精细地刻画时间序列在不同维度上的分形结构<sup>[14]</sup>。相较于DFA方法,MF-DFA方法避免了人为因素的影响,能够更准确地刻画隐藏在非平稳时间序列中的多重分形特征<sup>[15]</sup>。对于长度为N的时间序列x(n),其MF-DFA的步骤<sup>[16]</sup>如下。

1) 计算序列 x(n)其偏离均值的累积离差 y(n)

$$y(n) = \sum_{i=1}^{n} (x(i) - \bar{x}) \qquad (n = 1, 2, \dots, N) (1)$$

其中:x(n)为原始序列; $\bar{x}$ 为信号的均值。

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x(i)$$

- 2) 将累积离差序列 y(n) 平均分割为 m(m=int(N/s)) 个互不重叠的等长序列,每个子序列数据长度为 s。当 N 不能整除 s 时,为避免数据剩余,则从序列 y(n) 尾部重新分割一遍,最终得到 2m 个等长子序列。
- 3) 利用最小二乘法拟合每个子序列的局部趋势函数  $y_v(n)$

$$y_v(n) = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_k n^k$$

$$(n = 1, 2, \dots, 2m; k = 1, 2, \dots)$$
(2)

其中;а, 为多项式拟合的系数; k 为多项式拟合阶数。

4) 计算均方误差函数

当  $v=1,2,\dots,m$  时,有

$$F^{2}(s,v) = \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{s} \{ y [(v-1)s + n] - y_{v}(n) \}^{2}$$
 (3)

当  $v=m+1, m+2, \cdots, 2m$  时,有

$$F^{2}(s,v) = \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{s} \{y[N - (v-1)s + n] - y_{v}(n)\}^{2}$$

5) 对于 2m 个子序列,计算其 q 阶波动函数 F(q,s)

$$F(q,s) = \begin{cases} \{\frac{1}{2m} \sum_{v=1}^{2m} \left[ F^{2}(s,v) \right]^{\frac{q}{2}} \}^{\frac{1}{q}} & (q \neq 0) \\ \exp\{\frac{1}{4m} \sum_{v=1}^{4m} \ln \left[ F^{2}(s,v) \right] \} & (q = 0) \end{cases}$$
 (5)

式(5)中参数 q 的取值反映了不同大小的波动对波动函数 F(q,s)的影响。当  $q \le 0$  且  $|q| \ge 1$  时,函数 F(q,s)的取值主要受小波动的均方误差  $F^2(s,v)$ 的影响;当 q > 0 且  $|q| \ge 1$  时,函数 F(q,s)的取值主要受大波动的均方误差  $F^2(s,v)$ 的影响。当 q = 2 时,MD-DFA 多重分形退化为单分形 DFA。

6) 波动函数 F(q,s) 为关于数据长度 q 和子序列数据长度 s 的函数,其与 s 存在如下关系

$$F(q,s) \propto s^{h(q)}$$
 (6)

通常情况下,波动函数 F(q,s)是关于子序列长度 s 的增函数,通过拟合函数  $\log(F(q,s))$ 和  $\log(s)$  的双对数曲线斜率得到标度指数 h(q),h(q)为 q 阶广义 Hurst 指数。当标度指数 h(q)的大小与阶数 q 的取值无关时,则认为序列 x(n)为单分形过程;当标度指数 h(q)的大小与阶数 q 呈非线性关系时,则认为序列 x(n)为多重分形过程。

# 1.2 改进 MF-DFA 方法

由于传统 MF-DFA 方法采用等分序列分割法,导致子序列分割点处的数据不连续,产生新的伪波动误差,且在构造子序列的过程中存在丢失序列末段数据或打乱原始序列顺序的风险,造成估计标度指数 h(q)的失真。为克服传统 MF-DFA 方法存在的不足,笔者引入滑动窗口技术对 MF-DFA 的序列分割方法进行改进,滑动窗分割法原理如图 1 所示。



图 1 滑动窗原理图

Fig. 1 The principle figure of sliding window

采用滑动窗重叠分割法代替传统 MF-DFA 方法中的不重叠等分分割法,会导致分割子序列数量的增加(由 m 或 2m 个增加到 N-s+1,步长取 r=1),步骤 5 中 F(q,s)的表达式也相应变化,即 F(q,s)=

$$\begin{cases} \left\{ \frac{1}{N-s+1} \sum_{v=1}^{N-s+1} \left[ F^{2}(s,v) \right]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} & (q \neq 0) \\ \exp\left\{ \frac{1}{2(N-s+1)} \sum_{v=1}^{N-s+1} \ln \left[ F^{2}(s,v) \right] \right\} & (q = 0) \end{cases}$$
(7)

为确保波动函数 F(q,s)有较高的稳定性,固定窗口长度取值为  $2k+2 \le s < \text{int}(N)(k)$  为多项式拟合阶数)。

# 1.3 估计多重分形谱特征参数

通过 MF-DFA 方法得到广义 Hurst 指数 h(q) 与标度指数  $\tau(q)$ 的关系为

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \tag{8}$$

式(8)两边同时对q进行求导,得到

$$\frac{\mathrm{d}\tau(q)}{\mathrm{d}q} = h(q) + qh'(q) \tag{9}$$

通过 Legendre 变换式得到多重分形谱 f(a)、 奇异指数 a 和标度指数  $\tau(q)$ 3 者之间的关系  $\tau(q)$ 1 为

$$\begin{cases} a = \frac{\mathrm{d}\tau(q)}{\mathrm{d}q} \\ f(a) = aq - \tau(q) \end{cases}$$
 (10)

将式(9)带入式(10),得到

$$\begin{cases} a = h(q) + qh'(q) \\ f(a) = q\lceil a - h(q) \rceil + 1 \end{cases}$$
 (11)

由多重分形谱 f(a)和奇异指数 a 得到多重分 形谱的 4 个重要参数为  $\Delta\alpha,\alpha_0,\Delta f$  和  $|B|^{[18]}$ 。多重 分形谱宽度  $\Delta \alpha = \alpha_{\text{max}} - \alpha_{\text{min}}$ ,为信号最强、最弱奇异 点之间的差,反映了振动信号多重分形特性的强弱, 多重分形特征越强, $\Delta \alpha$  的值越大。极值点对应的奇 异指数  $\alpha_0(f_{\text{max}} = f(\alpha_0))$  反映了振动信号的随机性, 随机性越大, $\alpha$ 。越大,反之亦然。对称性参数|B|表 示曲线的对称度,值大于0,表明曲线左倾,对应的 振动信号更为光滑,反之亦然。最大最小概率子集 分形维数的差  $\Delta f = f(\alpha_{\text{max}}) - f(\alpha_{\text{min}})$  反映了振动信 号最大峰值与最小峰值出现频率的变化,值小于0, 表明概率最大子集数目大干概率最小子集数目,反 之亦然。由以上分析可知,多重分形谱参数能够定 量反映液压泵在不同退化状态下振动信号的内在波 动程度及振动剧烈程度,因此笔者选用4个特征参 数作为液压泵退化状态识别特征参数。

#### 液压泵退化状态识别策略 2

液压泵的退化状态识别包括两个环节:退化特 征提取和退化状态识别。由分析可知,多重分形谱 参数作为振动信号的非线性指标能够很好地反映振 动信号随机性和复杂度的变化情况,因此笔者采用 多重分形谱参数作为描述液压泵性能退化的特征参 量,并基于退化特征和支持向量机(support vector machine, 简称 SVM) 实现液压泵的退化状态识别。

# 2.1 二叉树支持向量机算法原理

SVM 通过在高维特征空间建立一个最优超平 面来区分不同样本类别,具有良好的泛化能力。由 于普通 SVM 只能解决二分类问题,因此需要对它 进行扩展处理多类样本的分类问题[19]。笔者选择 二叉树支持向量机(binary tree support vector machine, 简称 BT-SVM) 对液压泵不同退化状态进行 分类识别。BT-SVM 算法如图 1 所示,不断将类别 划分为两个子类,直到最后每个节点只有一个类别。 对于 K 类样本,只需要建立 K-1 个二值分类器,因 此 BT-SVM 具有计算时间短和分类精度高的特点。 图 5 为 4 种类别样本分类器的结构。

选择合适的核函数是构建 BT-SVM 模型的关 键,笔者选取高斯径向基核函数作为BT-SVM分类

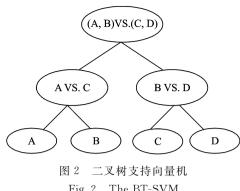
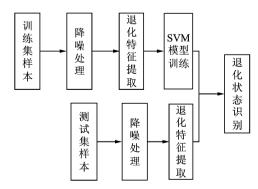


Fig. 2 The BT-SVM

器的核函数。为了得到更好的分类效果,采用10折 交叉验证法确定分类器的两个关键参数核参数 γ 和 惩罚因子 C 的取值[20]。将试验样本随机分成 10 组,用其中9组作为训练样本训练 SVM 模型,并用 所有 10 组样本进行测试,计算 10 个模型测试结果 的平均值,取平均值最大时对应的参数作为最优参 数。试验结果表明, $(\gamma,C)$ 取值为(2,2)时的分类准 确率最高达到 96.31%。

# 2.2 退化状态识别策略

将 BT-SVM 算法应用于液压泵退化状态识别 中,如图 3 所示。首先,对训练样本集振动信号做降 噪处理并提取多重分形谱参数作为液压泵退化特征 向量;然后,用得到的退化特征集训练 SVM 模型, 得到液压泵退化状态识别模型;最后,对测试集振动 信号分析并提取退化特征向量用于验证所建立的退 化状态识别模型的有效性。



液压泵退化状态识别策略

The degradation state identification strategy of Fig. 3 hydraulic pump

### 3 试验验证

#### 数据来源及分析 3.1

将提出的特征提取方法用于液压泵退化状态识 别中以检验方法的有效性和实用性。实测液压泵振 动信号采自液压泵试验台,如图 4 所示。液压泵型号为 SY-0MCY14-1EL,共有 7 个柱塞(每次选用试验柱塞更换其中 1 个柱塞),电机型号为 Y132M-4,额定转速为 1 480 r/min,泵出口油压为 10 MPa。选用 CA-YD-139 型压电式加速度传感器与液压泵端盖刚性连接,采样频率为 12 kHz,采样时间为 10 s。用 5 种不同故障程度的液压泵松靴故障近似模拟柱塞由正常状态逐渐经历一系列不同的退化状态直至完全失效的性能退化过程。性能退化程度通过松靴间隙的距离大小来描述,分别以正常、松靴间隙分别为 0.15,0.24,0.38 和 0.57 mm 5 种柱塞模拟液压泵正常状态、轻微故障、轻度故障、中度故障和重度故障 5 种退化状态,如图 5 所示。



图 4 液压泵试验台 Fig. 4 Test bench of hydraulic pump

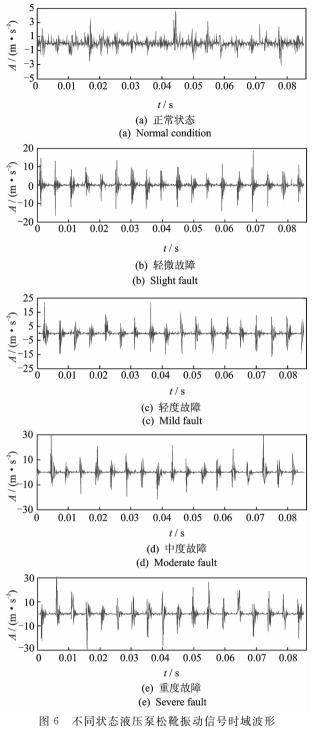


图 5 试验柱塞 Fig. 5 Fault of loose slipper

试验选取液压泵5种退化状态下的振动数据,每种状态选取60组数据(其中20组为训练样本,40组为测试样本),每组样本数据长度为1024。图6为液压泵在正常和4种退化状态下的振动信号时域波形图。可以看出,不同退化状态下液压泵振动信号在时域结构上具有较为明显的差异。当液压泵处于正常工作状态时,振动信号的分布随机性较强,不确定因素最高。随着退化程度的不断加深,信号的周期性明显增强,振动幅值也逐渐增大。

### 3.2 液压泵振动信号的多重分析

为了比较传统 MF-DFA 方法和滑动窗口 MF-DFA 方法分析结果的差异,分别对液压泵 5 种不同退化状态下的振动信号进行多重分形谱分析。其中,多项式拟合阶数  $k \in [1,4]$ ,步长 r 为 3,窗口长



ig. 6 Curve in time domain for hydraulic pump in dif-

ferent status

度  $s \in [10,100], q = [-10,-8,\cdots,8,10] (q \neq 0)$ 。由于篇幅有限,图 7 仅给出了液压泵轻度故障状态下振动信号的广义 Hurst 指数 h(q)与 q 的拟合关系图。从图 7 可以看出:

1) 无论传统 MF-DFA 方法还是滑动窗口 MF-DFA 方法,液压泵 轻度故障下振动信号的广义 Hurst 指数 h(q)随着 q 的增大而减小,呈非线性递

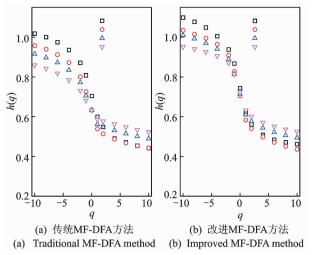


图 7 轻度故障状态下 h(q)与 q 的拟合关系图 Fig. 7 The plot of h(q) versus q of slight fault state

减关系,表明液压泵振动信号具有不同的内在动力 学特性,存在不规则多重分形特征。

- 2) 当 q<0 时,滑动窗口 MF-DFA 方法的 h(q) 值较传统方法偏小,当 q>0 时,滑动窗口 MF-DFA 方法的 h(q) 值较传统方法偏大,这说明滑动窗口 MF-DFA 方法能够有效减小因时间序列分割点处不连续造成的伪随机波动误差,同时避免了传统方法丢失尾段数据或序列重构造成的误差,能够更准确地刻画振动信号的内在多重分形特征。
- 3) 当 q=2 时,广义 Hurst 指数 h(q)等价于经典 Hurst 指数,对于任意阶数 k,h(2) 的值均大于 0.5,说明液压泵振动信号具有长程分形特征。当 k=2时,h(2) 的值最小,说明在不增加波动特征的情况下,2 阶拟合多项式能够较稳定地反映液压泵的退化状态。

同理,对其他 4 种退化状态下振动信号进行 MF-DFA 分析也能得出相同结论。因此,采用二阶 多项式拟合的滑动窗口 MF-DFA 方法对液压泵 5 种退化状态进行多重分形谱分析。

# 3.3 多重分形谱特征参数分析

利用滑动窗口 MF-DFA 方法分别计算液压泵 5 种退化状态下振动信号的多重分形谱参数的平均值,如表 1 所示。可知:  $\Delta\alpha$  随着退化程度的加深而递增,表明退化程度越严重,振动的波动程度越大,整个分形结构上概率测度越不均匀; $\alpha$ 。的变化与  $\Delta\alpha$  相反,说明退化程度越深,振动信号的多重分形特征越显著;不同退化状态下振动信号的  $\Delta f$  的值均大于 0,表明概率最小子集的数量较多,且重度退化状态下  $\Delta f$  最大,说明振动的剧烈程度最大; |B| 的值 随退化状态的加深而逐渐增大,说明正常状态下振

动信号的对称性最小、随机性最大,随着故障程度的加深,受故障冲击信号的影响,振动信号的对称性增大、随机性减小。

表 1 不同退化状态的分形谱参数分布
Tab. 1 The Multi-fractal spectrum parameters of different degradation states

退化状态	$\Delta \alpha$	$\alpha_0$	$\Delta f$	B
正常状态	0.106 3	1.393 6	0.103 6	0.659 7
轻微故障	0.429 1	0.827 4	0.446 9	0.8914
轻度故障	0.5648	0.769 3	0.480 4	1.080 6
中度故障	0.832 9	0.699 1	0.561 2	1.129 6
重度故障	0.938 1	0.5783	0.604 1	1.206 8

为进一步分析不同分形谱参数反映液压泵退化状态的敏感度,图 8~11 分别为特征参数  $\Delta\alpha$ , $\alpha$ , $\Delta f$  和 B | 在液压泵不同退化状态下的分布。由图可知:对于 5 种退化状态, $\Delta\alpha$  能准确区分不同退化状态;对于不同退化状态下 $\alpha$ 。的分布,只有轻微故障和轻度故障存在少许交叉外,其他退化状态基本可以清晰地区分开; $\Delta f$  和 B | 存在严重的状态混跌现象且波动较大,难以区分不同的退化状态。综上所述,笔者选择多重分形谱参数  $\Delta\alpha$  和奇异指数  $\alpha$ 。作为二维退化特征量。

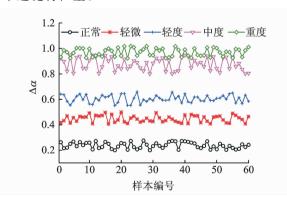


图 8 振动信号的  $\Delta \alpha$  分布图 The distribution of the vibration signal  $\Delta \alpha$ 

# 3.4 退化状态识别

为验证提出的退化特征提取方法的有效性,对 采集的 300 组振动信号按照训练集与测试集为 1: 2 的比例进行试验,即 100 组样本为训练样本,200 组样本为测试样本(5 种退化状态各 60 组样本)。 为验证基于滑动窗口 MF-DFA 方法的有效性,分别 用两种方法提取多重分形谱参数 Δα 和 α。作为液压 泵退化特征量输入 BT-SVM 中进行识别比较。

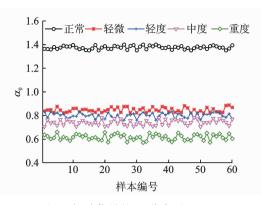


图 9 振动信号的 α₀ 分布图

Fig. 9 The distribution of the vibration signal  $\alpha_0$ 

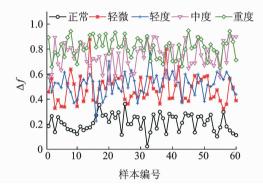


图 10 振动信号的  $\Delta f$  分布图

Fig. 10 The distribution of the vibration signal  $\Delta f$ 

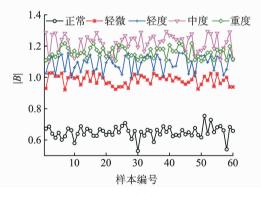


图 11 振动信号的 | B | 分布图

Fig. 11 The distribution of the vibration signal |B|

表 2 为液压泵性能退化状态识别的结果。其中,准确率为正常状态和不同退化状态被正确识别出的比例。从表 2 可以看出,用 BT-SVM 对液压泵 5 种退化状态的多重分形谱参数  $\Delta\alpha$  和奇异指数  $\alpha$ 0 退化特征进行识别,得到了很好的识别结果。其中,

表 2 识别结果

Tab. 2 The recognition results

提取方法	训练 样本	测试 样本	正确识 别样本	识别准确 率/%
传统 MF-DFA 方法	100	200	163	81.5
滑动窗口 MF-DFA 方法	100	200	187	93.5

基于滑动窗口 MF-DFA 方法的识别准确率更高,说明改进 MF-DFA 方法比传统方法可以更好地反映不同退化状态下振动信号的多重分形特性。

# 4 结 论

- 1) 利用滑动窗口技术对传统 MF-DFA 方法进行改进,能够有效减少因子序列分割点处不连续造成的伪波动误差,提高了 MF-DFA 方法的计算精度。
- 2) 利用改进的 MF-DFA 方法对液压泵不同退化状态下的振动信号进行分析,结果表明振动信号 具有明显的多重分形特性,且多重分形谱参数  $\Delta\alpha$  和奇异指数  $\alpha$ 。对液压泵退化状态的反映敏感度最高,能够有效区分液压泵不同退化状态。
- 3)通过液压泵实测信号的分析结果证明了基于改进 MF-DFA 方法提取的多重分形谱特征能够很好地反映液压泵不同退化状态,验证了该退化特征提取方法的有效性,为实现液压泵故障预测打下基础。

# 参 考 文 献

- [1] Du Jun, Wang Shaoping, Zhang Haiyan. Layered clustering multi-fault diagnosis for hydraulic piston pump[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013,36(2):487-504.
- [2] Zhao Zhen, Jia Mingxing, Wang Fuli, et al. Intermittent chaos and sliding window symbol sequence statistics-based early fault diagnosis for hydraulic pump on hydraulic tube tester[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009,23(5):1573-1585.
- [3] 李洪儒,许葆华. 某型导弹发射装置液压泵故障预测研究[J]. 兵工学报,2009,30(7):900-906.

  Li Hongru, Xu Baohua. Fault prognosis of hydraulic pump in the missile launcher[J]. Acta Armamentrii, 2009,30(7):900-906. (in Chinese)
- [4] 杜必强, 唐贵基, 贾子文. 振动信号扩展广义多重分形 维数算法[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 36(6): 1076-1080.
  - Du Biqiang, Tang Guiji, Jia Ziwen. Extended generalized multi-fractal dimensions algorithm for vibration signal[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 36(6):1076-1080. (in Chinese)
- [5] 苑宇,赵兴,赵玉龙.基于时频维数的轴承故障诊断方法[J].振动、测试与诊断,2013,33(1):154-157. Yuan Yu, Zhao Xing, Zhao Yulong. Study on fault di-

agnosis of rolling bearing based on time-frequency gen-

- eralized dimension[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(1): 154-157. (in Chinese)
- [6] Wang Yukui, Li Hongru, Ye Peng. Fault feature extraction of hydraulic pump based on CNC de-noising and HHT[J]. Journal of Failure Analysis & Prevention, 2015,15(1):139-151.
- [7] Yu Yuan, Li Baoliang, Shang Jingshan, et al. The application of vibration signal multi-fractal in fault diagnosis
  [C] // Second International Conference on Future Networks. Sanya; IEEE Computer society, 2010;164-167.
- [8] DeMoura E P, Vieira A P, Irmao M A S, et al. Applications of detrended fluctuation analysis to gearbox fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009,23(3):682-689.
- [9] Tang Jingyuan, Shi Yibing, Zhou Longfu, et al. Non-linear analog circuit fault leaders multi-fractal analysis method[J]. Control and Decision, 2010, 25(4): 605-609.
- [10] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series [J]. Physica A, 2002, 316 (1):87-114.
- [11] 郭兴明,张文英,袁志会,等. 基于 EMD 关联维数和多重分形谱的心音识别[J]. 仪器仪表学报,2014,35(4):827-833.
  - Guo Xingming, Zhang Wenying, Yuan Zhihui, et al. Heart sound recognition based on EMD correlation dimension and multi-fractals pectrum[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014,35(4):827-833. (in Chinese)
- [12] 李兆飞,柴毅,李华峰. 多重分形去趋势波动分析的振动信号故障诊断[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2012,40(12):5-9.
  - Li Zhaofei, Chai Yi, Li Huafeng. Diagnosing faults in vibration signals by multi-fractal detrended fluctuation analysis [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2012, 40(12):5-9. (in Chinese)
- [13] 林近山,陈前.基于多重分形去趋势波动分析的齿轮箱 故障特征提取方法[J].振动与冲击,2013,33(2):97-101.
  - Lin Jinshang, Chen Qian. Fault feature extraction of gearboxes based on multi-fractal detrended fluctuation analysis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 33 (2):97-101. (in Chinese)
- [14] 李兵,张培林,米双山,等. 齿轮故障信号多重分形维数的形态学计算方法[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(4):450-454.

- Li Bing, Zhang Peilin, Mi Shuangshan, et al. Mathematical morphology based on multifractal dimensions for gear fault diagnosis [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011,31(4):450-454. (in Chinese)
- [15] 熊杰,陈绍宽,韦伟,等.基于多重分形去趋势波动分析 法的交通流多重分形无标度区间自动识别方法[J].物 理学报,2014,63(20):200504.
  - Xiong Jie, Chen Shaokuan, Wei Wei, et al. Multi-fractal detrended fluctuation analysis algorithm based identification method of scale-less range for multi-fractal charateristics of traffic flow[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(20):200504. (in Chinese)
- [16] Lin Jinshan, Chen Qian. Fault diagnosis of rolling bearings based on multifractal detrended fluctuation analysis and Mahalanobis distance criterion [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013,2(38): 515-533.
- [17] Lim J H, Khang E J, Lee T H, et al. Detrended fluctuation analysis and Kolmogorov-Sinai entropy of electroencephalogram signals [J]. Physics Letters A, 2013,38(377):2542-2545.
- [18] Bolgorian M, Raei R. A multifractal detrended fluctuation analysis of trading behavior of individual and institutional traders in Tehran stock market[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2011, 390(21-22):3815-3825.
- [19] Du Peijun, Tan Kun, Xing Xiaoshi. A novel binary tree support vector machine for hyperspectral remote sensing image classification [J]. Optics Communications, 2012,285(13):3054-3060.
- [20] 罗颂荣,程军圣,郑近德.基于 ITD 分形模糊熵的轴承早期故障诊断[J].振动、测试与诊断,2013,33(4):706-712.
  - Luo Songrong, Cheng Junsheng, Zheng Jinde. Incipient fault diagnosis based on ITD fractal dimension and fuzzy entropy for bearing [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013,33(4):706-712. (in Chinese)



第一作者简介:田再克,男,1987年11月生,博士生。主要研究方向为信号处理与故障预测。曾发表《基于改进 MF-DFA和 SSM-FCM 的液压泵退化状态识别方法》(《仪器仪表学报》2016年第37卷第8期)等论文。

E-mail: 812421069@qq.com

E-mail: lihr168@sohu.com

通信作者简介:李洪儒,男,1963年1月 生,教授、博士生导师。主要研究方向为 装备状态监测与故障预测。