

# 螺栓松动损伤的亚谐波共振识别方法<sup>\*</sup>

屈文忠, 张梦阳, 周俊宇, 肖黎

(武汉大学工程力学系 武汉, 430072)

**摘要** 螺栓松动将导致结构完整性的破坏, 螺栓连接状态的实时有效监测和评估具有重大意义。提出了一种基于亚谐波共振分析的螺栓松动识别方法。针对螺栓连接结构简化的单自由度非线性模型, 采用多尺度方法分析了亚谐波共振现象, 定性模拟了螺栓松动损伤亚谐波激励条件。以铝梁螺栓搭接结构为实验对象, 利用粘贴在铝梁表面的压电作动/传感单元, 采用不同频率的激励信号作用在作动片上, 传感片接收响应信号, 对其进行频谱分析, 通过提取响应频谱中的亚谐波成分进行螺栓松动损伤识别。仿真与实验结果表明, 亚谐波产生所需激励频率在两倍固有频率附近, 使用亚谐波检测方法能有效识别螺栓松动。

**关键词** 螺栓松动; 损伤识别; 多尺度方法; 亚谐波

**中图分类号** TH113.1

## 引言

螺栓连接广泛应用于工程结构中, 其松动损伤是导致结构完整性破坏的主要原因之一, 对螺栓连接状态的实时有效监测和评估具有重大意义。

国内外学者在螺栓连接状态识别领域做了大量的研究。董广明等<sup>[1]</sup>应用小波包结合神经网络方法对支撑座联接螺栓进行了松动识别。Argatov 等<sup>[2]</sup>根据螺栓接头在不同扭矩下电阻率的变化进行螺栓松动检测。Jaques 等<sup>[3]</sup>利用低频冲击激励与高频导波激励调制的方法对卫星螺栓连接结构进行健康监测实验。一般来说, 结构的低阶固有频率和低频段传递特性等特征量对螺栓连接损伤的灵敏度较低<sup>[4]</sup>, 为了提高损伤特征参量的灵敏度, 必须在高频段准确测量和识别动力学响应<sup>[5]</sup>。在实际实验过程中, 高频段信号容易受到传感器、功率放大器和其他测量设备引起的非线性因素影响, 这些成分作为背景噪声掩盖了损伤信号, 降低了信噪比。而非线性超声的亚谐波成分只在固体界面处的冲击碰撞与振动接触时并在特定激励条件下才能产生, 与测试环节无关, 使得亚谐波更适合于螺栓松动损伤识别。在利用亚谐波进行损伤检测方面, Sijl 等<sup>[6]</sup>模拟气泡振荡得出亚谐波共振发生在两倍的气泡固有频率附近; Yamanaka 等<sup>[7]</sup>引入呼吸裂纹模型进行了亚谐波阵列的裂纹检测实验; Johnson 等<sup>[8]</sup>建立了裂纹梁

的单自由度双刚度模型, 并进行了相关有限元分析。

迄今为止, 很少研究将亚谐波共振现象应用于螺栓松动检测。正是利用亚谐波对设备噪声良好的抗干扰能力, 笔者发展了一种基于亚谐波共振分析的螺栓松动识别方法, 以铝制梁搭接的螺栓结构为实验对象, 验证了该方法识别螺栓松动的适用性。

## 1 理论分析

### 1.1 亚谐波共振分析

在构建螺栓松动损伤亚谐波共振现象的理论模型时, 将主要讨论螺栓松动损伤时激励频率满足一定条件下产生亚谐波的共振现象, 揭示其机理, 而不着重考虑理论模型对于板件、杆件等受剪螺栓连接结构和法兰等受拉螺栓连接结构状态模拟的相似性。如图 1 所示, 笔者将螺栓连接结构简化为单自由度非线性刚度模型。振子由一个附着在集中质量块上的非线性弹簧  $K_N$  和线性阻尼构成, 施加幅值为  $F$  频率为  $\omega$  持续激励。模型运动方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1x + k_2x^2 = F\cos(\omega t)$$

其中:  $m$  为质量;  $c$  为系统阻尼;  $k_1$  为系统线性刚度;  $k_2$  为平方非线性刚度。

引入参数:  $2\epsilon\mu = \frac{c}{m}$ ,  $\frac{k_1}{m} = \omega_0^2$ ,  $\epsilon\alpha = \frac{k_2}{m}$ ,  $f = \frac{F}{m}$ , 其

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51378402)

收稿日期: 2015-01-30; 修回日期: 2015-06-17

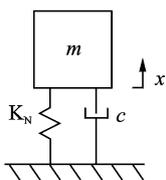


图1 单自由度非线性模型

Fig. 1 Nonlinear single degree of freedom system

中： $\mu$ 为粘性阻尼系数； $\omega_0$ 为线性系统固有频率； $\alpha$ 为非线性项系数； $\epsilon \ll 1$ 为小参数； $f$ 为激励幅值。则式(1)表示为

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -2\epsilon\mu\dot{x} - \epsilon\alpha x^2 + f\cos(\omega t) \quad (2)$$

利用多尺度法<sup>[9]</sup>对式(2)求解,设一次近似解得

$$x(t, \epsilon) = x_0(T_0, T_1) + \epsilon x_1(T_0, T_1) \quad (3)$$

其中： $T_0 = t$ ； $T_1 = \epsilon t$ 。

带入式(2),分别令 $\epsilon^0$ 和 $\epsilon^1$ 的系数相等,得到

$$D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = f\cos(\omega T_0) \quad (4)$$

$$D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = -2D_0 D_1 x_0 - 2\mu D_0 x_0 - \alpha x_0^2 \quad (5)$$

其中： $D_0 = \frac{d(\cdot)}{dT_0}$ ； $D_1 = \frac{d(\cdot)}{dT_1}$ 。

式(4)的通解为

$$x_0 = A_{(T_1)} \cos[\omega_0 T_0 + \varphi_{(T_1)}] + \Delta \cos(\omega T_0) \quad (6)$$

其中： $\Delta = \frac{f}{2(\omega_0^2 - \omega^2)}$ 。

将式(6)带入式(5)得到

$$\begin{aligned} D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & \sin\psi(2A'\omega_0 + 2\mu A\omega_0) + 2A\omega_0\varphi'\cos\psi + \\ & 2\mu\Delta\omega\sin(\omega T_0) - \frac{\alpha}{2}(A^2 + \Delta^2) - \frac{1}{2}\alpha A^2\cos(2\psi) - \\ & \frac{1}{2}\alpha\Delta^2\cos(2\omega T_0) - \alpha A\Delta^2\cos[(\omega + \omega_0)T_0 + \varphi] - \\ & \alpha A\Delta^2\cos[(\omega - \omega_0)T_0 - \varphi] \end{aligned} \quad (7)$$

其中： $\psi = \omega_0 T_0 + \varphi_{(T_1)}$ ； $A' = \frac{dA}{dT_1}$ ； $\varphi' = \frac{d\varphi}{dT_1}$ 。

式(7)中, $\alpha A\Delta^2\cos[(\omega - \omega_0)T_0 - \varphi]$ 即为亚谐波共振项,通过消除 $x_1$ 中的久期项 $\sin\psi$ 和 $\cos\psi$ ,得到亚谐波响应幅值系数为 $\frac{2\bar{A}\alpha\Delta}{(\omega - \omega_0)^2 - \omega_0^2}$ ,其中 $\bar{A}$ 为 $A$ 的复共轭。当激励信号频率 $\omega$ 接近 $2\omega_0$ 时,响应频谱中出现亚谐波共振。当 $k_2$ 达到了一定大小,即螺栓结构出现松动损伤时,在一定幅值激励下,将激励频率调整到两倍的固有频率,频谱图中 $\frac{1}{2}\omega$ 处会出现亚谐波成分。这为以下的仿真和实验提供了理论依据。

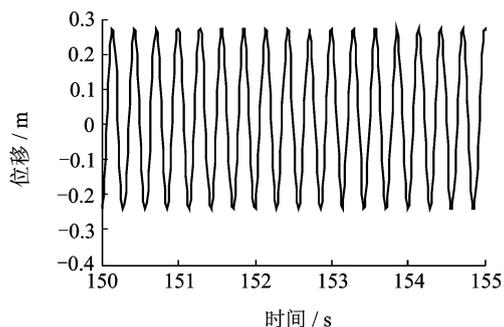
## 1.2 亚谐波的数值求解

为验证亚谐波产生机理,利用 Matlab 求解上述

单自由度非线性模型。Peng 等<sup>[10]</sup>比较了非线性刚度与线性刚度的比值与结构损伤的关系。本仿真中模拟螺栓松动损伤时,着重探讨非线性系统受迫振动过程中亚谐波共振的激励频率条件。为避免仿真结果中出现分岔、混沌<sup>[11]</sup>等复杂非线性现象,模型中各参数定性取 $m = 1 \text{ kg}$ , $c = 0.8$ , $k_1 = 100 \text{ N/m}$ , $k_2 = -50 \text{ N/m}^2$ ,以突出亚谐波损伤特征信号的表现。采样频率 40 Hz,计算时长 200 s。由于螺栓结构非线性特性对系统刚度的影响,导致固有频率不能通过质量与刚度直接计算得出,对该模型进行扫频激励,得到其固有频率为 1.58 Hz。

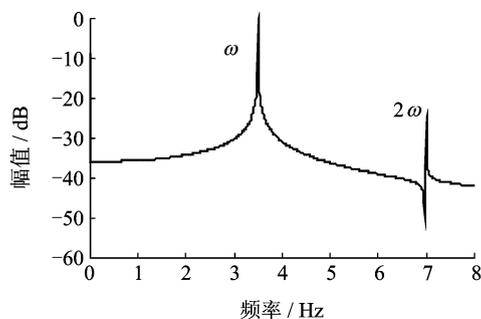
任取激励频率 $\omega$ 为 3.50 Hz,激励幅值 $F$ 为 100 N,得到图 2 所示时域和频域图。由图 2 可以看出响应信号中出现了 2 阶超谐波成分,说明系统呈现非线性特征。

取激励频率 $\omega$ 为两倍固有频率 3.16 Hz,激励幅值 $F$ 为 100 N,得到图 3 所示时域和频域图。由图 3 可以看出,时域图中响应波形出现了一定程度的扭曲失真,频域图中明显出现了 1/2 激励频率处(1.58 Hz)的亚谐波与 3/2 激励频率处(4.74 Hz)的超亚谐波成分。通过图 2 和图 3 的结果比较可以



(a) 时域信号

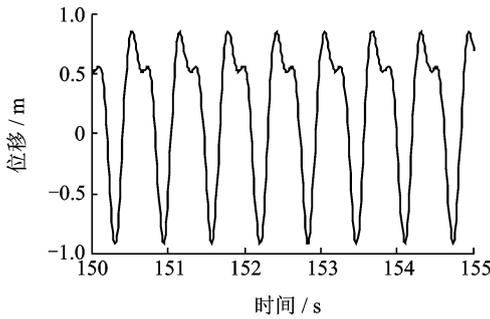
(a) Time-domain of response signal



(b) 频域信号

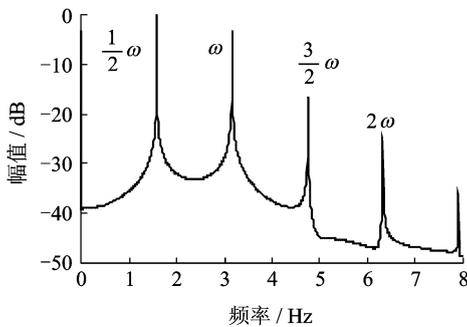
(b) Frequency-domain of response signal

图2 激励频率为 3.50 Hz、激励幅值为 100 N 的响应信号  
Fig. 2 The response signal with excitation frequency 3.50 Hz and excitation amplitude 100 N



(a) 时域信号

(a) Time-domain of response signal



(b) 频域信号

(b) Frequency-domain of response signal

图3 激励频率为 3.16 Hz、激励幅值为 100 N 的响应信号

Fig. 3 The response signal with excitation frequency 3.16 Hz and excitation amplitude 100 N

得出,两种激励下频域中均出现倍频成分,说明系统呈现非线性特征,可以模拟螺栓松动损伤。在一定的幅值激励下,当激励频率接近两倍系统固有频率时,频域中出现的亚谐波成分是非线性项即螺栓松动造成的,故亚谐波的检测方法理论上能识别螺栓松动。其他条件不变时,仅改变激励频率使之远离两倍系统固有频率,频域中只出现倍频成分,因此,激励频率接近两倍的系统固有频率是非线性系统中产生亚谐波的重要条件之一,这与 1.1 节推导结果是相符的。

## 2 螺栓松动识别实验

### 2.1 实验装置

仿真和分析的结果证明了在结构出现非线性损伤时,作用一定频率和幅值的激励信号,频谱中会出现亚谐波成分。为了进一步验证亚谐波损伤识别方法的有效性,进行了螺栓松动识别实验。实验装置如图 4 所示。本实验所采用 2 块 400 mm ×

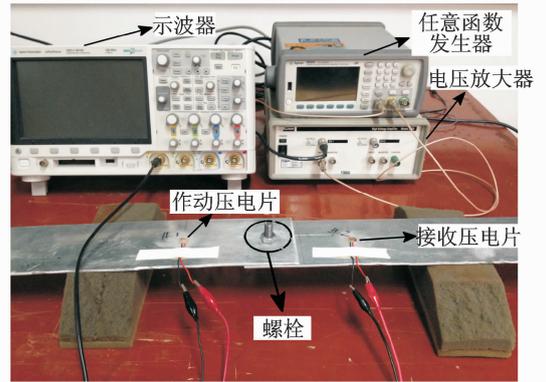


图4 实验装置

Fig. 4 Experimental setup

90 mm × 2 mm 的铝梁,在距端部 30 mm 处由直径 9 mm 的螺栓搭接而成。在铝梁表面粘贴两个压电片 (APC850),压电片直径为 6.35 mm,厚 0.25 mm,两个压电片之间间隔 240 mm。螺栓结构处于两个压电片正中。梁两端放置海绵模拟自由边界,采用任意函数发生器 (Agilent 33522A) 输出正弦信号,输出的信号通过电压放大器 (TEGAM 2350) 放大后施加给一个压电片上,用示波器 (Agilent D50-X3014A) 从另一个压电片采集响应数据进行分析。

### 2.2 实验过程

将实验装置中的螺栓拧至 4 N · m (松动),信号发生器输出频率 20 到 40 kHz 的线性扫频激励,通过示波器信号频域峰值确定试件的固有频率,得到螺栓连接结构的某阶纵向固有频率约 35 kHz。将激励幅值设定为峰峰电压值 50 V,以 70 kHz 为中心,0.1 kHz 为步长,逐步增加频率至 72 kHz,逐步降低频率至 68 kHz,得到 68~72 kHz 范围内亚谐波成分最明显的激励频率为 71.8 kHz。根据理论推导可知,当激励幅值达到一定程度时,激励频率越接近两倍的固有频率响应信号中亚谐波的成分越明显。实验中分别用 4, 24 N · m 模拟螺栓松动和全紧两种工况,在相同幅值的条件激励下结构的固有频率变化微小,不影响亚谐波共振频率的选择,故选取 71.8 kHz 作为亚谐波共振的激励频率。为验证亚谐波损伤识别方法能有效识别螺栓松动,做了以下 3 组对比实验。

保持螺栓扭矩为 4 N · m,取激励频率为 71.8 kHz 峰峰电压值为 50 V 的正弦激励信号作用在作动压电片上,考虑到实验过程中会受到环境噪声等因素干扰,不能确保单次实验中满足该激励条

件情况下响应信号中会出现亚谐波成分,故对采集的信号经过多次平均后作快速傅里叶变换,并提取0~300 kHz 频率范围得到如图5所示频谱图。

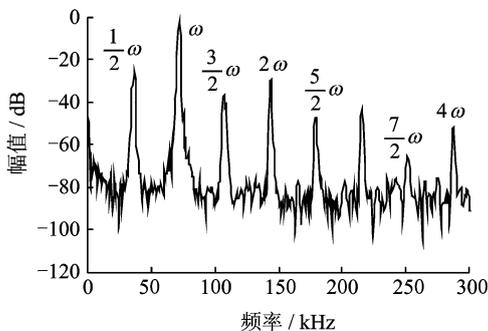


图5 松动状态响应频谱(激励频率为71.8 kHz,激励幅值为50 V)

Fig. 5 Spectrum of loose bolted joint (excitation frequency 71.8 kHz and excitation amplitude 50 V)

从图5可以看出明显的超谐波和亚谐波成分。由于螺栓处于松动状态,接头连接处的非线性特征明显。可以认为结构非线性是频谱中出现的 $2\omega$ ,  $3\omega$ ,  $4\omega$ 等倍频信号的原因之一。在 $(1/2)\omega$ ,  $(3/2)\omega$ ,  $(5/2)\omega$ ,  $(7/2)\omega$ 处出现了亚谐波、超亚谐波成分。这与图3数值仿真结果是相符的。

保持螺栓扭矩为 $4\text{ N}\cdot\text{m}$ ,任选取激励频率50 kHz峰峰电压值为50 V的正弦激励作用在作动压电片上,得到如图6所示的响应频谱图。

从图6看出,螺栓松动时,在50 kHz的激励下响应频谱中仅出现了 $2\omega$ ,  $3\omega$ ,  $4\omega$ 等倍频信号,而在 $(1/2)\omega$ 处没有出现亚谐波成分。说明亚谐波的出现需要特定的激励条件。

将螺栓拧至 $24\text{ N}\cdot\text{m}$ (全紧),取激励频率71.8 kHz峰峰电压值为50 V的正弦激励作用在作

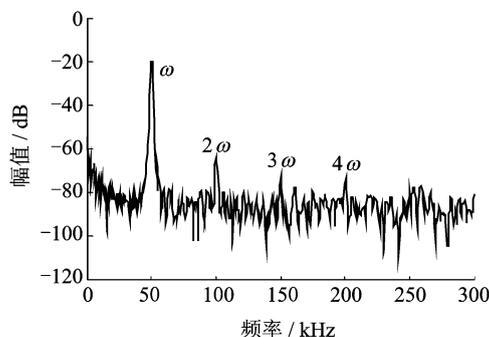


图6 松动状态响应频谱(激励频率为50 kHz,激励幅值为50 V)

Fig. 6 Spectrum of loose bolted joint (excitation frequency 50 kHz and excitation amplitude 50 V)

动压电片上,得到如图7所示的响应频谱图。

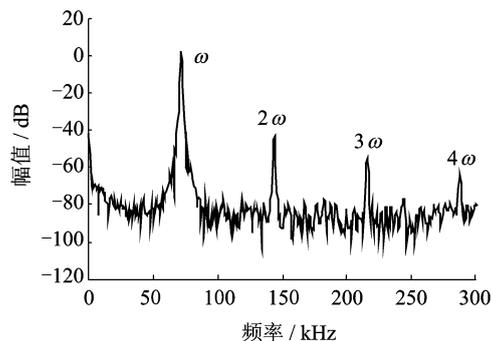


图7 全紧状态响应频谱(激励频率为71.8 kHz,激励幅值为50 V)

Fig. 7 Spectrum of tight bolted joint (excitation frequency 71.8 kHz and excitation amplitude 50 V)

从图7可以看出,尽管在螺栓拧紧时即线性结构(无损伤)状态下,理论上响应频谱中应不会出现谐波成分,但由于测量环节的影响,实验结果中的 $2\omega$ ,  $3\omega$ ,  $4\omega$ 等倍频信号的出现说明了实际检测中非线性不完全由螺栓松动等损伤产生。由亚谐波成分判断损伤出现与否更有说服力。

对比三组实验结果可以发现,螺栓连接结构在全紧、松动状态下响应频谱中均出现超谐波成分,说明超谐波检测方法受到测量设备环节非线性的影响,易产生损伤识别的误报,不能准确地反映螺栓松动产生的非线性。对比图5、图7可以发现,在完全相同的激励条件下,全紧螺栓结构响应频谱中没有出现亚谐波成分,而松动螺栓结构响应频谱中出现了亚谐波成分,可以认为结构非线性损伤是产生亚谐波的内在因素。对比图5、图6可以发现,在螺栓连接结构出现松动损伤时,特定的外界激励才能产生亚谐波。这一特定激励被认为是频率为两倍的固有频率附近,当激励频率远离两倍固有频率时,则不会出现亚谐波共振现象,这与1.2节的仿真结果是吻合的。可以认为激励条件为两倍的固有频率是产生亚谐波的外在因素。实验中将激励幅值设为50 V,是考虑到小幅值激励时连接界面在螺栓的预紧力作用下保持闭合从而结构整体呈现线性特征,只有在激励幅值达到某一定值时响应信号中才会出现亚谐波成分。当拧紧力达到某个阈值时,螺栓连接结构近似为线性系统,响应信号中不会出现超谐波及亚谐波等非线性结构特有的现象。亚谐波的产生需要特定条件,使得亚谐波损伤识别方法更适用于螺栓松动损伤的检测,不受测量设备环节非线性的影响,克服了超谐波损伤识别方法的局限性。实

际结构中可能存在结构本身非线性刚度和非线性边界等情况,本研究主要针对螺栓连接状态的改变所导致的非线性刚度进行损伤识别,目前方法无法区分结构本身、边界条件和连接状态改变的非线性刚度对响应信号中亚谐波成分的影响,这有待进一步深入研究。

### 3 结束语

笔者建立了螺栓连接结构的单自由度非线性模型,推导了单频激励下系统的亚谐波共振条件,得到了产生亚谐波共振的外界激励频率条件。仿真和实验中激励幅值是在确保足以达到亚谐波阈值情况下设定的。结果表明,只有当激励频率在两倍固有频率附近时,螺栓松动响应信号中才会出现亚谐波。亚谐波的产生不受测量设备环节的非线性因素影响,可作为识别螺栓连接结构松动非线性损伤的有效手段。

#### 参 考 文 献

- [1] 董广明,陈进,雷宣扬,等. 导弹支撑座连接螺栓松动故障诊断的实验研究[J]. 振动、测试与诊断, 2005, 25(3): 174-178.
- Dong Guangming, Chen Jin, Lei Xuanyang, et al. Study on diagnosing attachment bolt looseness in missile clamping support [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(3): 174-178. (in Chinese)
- [2] Argatov I, Sevostianov I. Health monitoring of bolted joints via electrical conductivity measurements [J]. International Journal of Engineering Science, 2010, 48(10): 874-887.
- [3] Jaques J, Adams D. Using impact modulation to detect loose bolts in a satellite[C]// Topics in Nonlinear Dynamics. Bethel, America: The Society for Experimental Mechanics, 2012:39-43.
- [4] Todd M D, Nichols J M, Nichols C J, et al. An assessment of modal property effectiveness in detecting bolted joint degradation: theory and experiment [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275(3): 1113-1126.
- [5] 徐超,周帮友,刘信恩,等. 机械螺栓连接状态监测和辨识方法研究进展[J]. 强度与环境, 2009, 36(2): 28-36.
- Xu Chao, Zhou Bangyou, Liu Xinen, et al. a review of vibration-based condition monitoring and identification for mechanical bolted joints[J]. Structure & Environment Engineering, 2009,36(2):28-36. (in Chinese)
- [6] Sijl J, Dollet B, Overvelde M, et al. Subharmonic behavior of phospholipid-coated ultrasound contrast agent microbubbles [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2010, 128(5): 3239-3252.
- [7] Yamanaka K, Ohara Y, Mihara T, et al. Ultrasonic evaluation of closed cracks using subharmonic phased array[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2008, 47(47):3908-3915.
- [8] Johnson D R, Wang K W, Kim J S. Investigation of the threshold behavior of subharmonics for damage detection of a structure with a breathing crack [C] // Health Monitoring of Structural and Biological Systems. San Diego, America: The International Society for Optical Engineering, 2010:704-712.
- [9] Nayfeh A H, Mook D T. Nonlinear oscillations[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 1979: 61-63.
- [10] Peng Z K, Lang Z Q, Billings S A, et al. Analysis of bilinear oscillators under harmonic loading using nonlinear output frequency response functions[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2007, 49(11): 1213-1225.
- [11] 刘臻,闫云聚,常晓通,等. Duffing 振子与响应灵敏度结合的结构损伤检测方法[J]. 振动、测试与诊断, 2014,34(3):473-478.
- Liu Liu, Yan Yunju, Chang Xiaotong, et al. Damage detection method of multi-dof structure based on Duffing oscillator and response sensitivity[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2014, 34(3): 473-478. (in Chinese)



**第一作者简介:**屈文忠,男,1968年8月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为振动工程、结构健康监测等。曾发表《Lamb wave damage detection using time reversal DORT method》(《Smart Materials and Structures》2013, Vol. 22, No. 4)等论文。

E-mail: qwz@whu.edu.cn

