

发动机配气机构传动系统的频率可靠性分析*

杨 周, 刘 洋, 张义民

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

摘要 根据发动机配气机构传动系统的固有频率与凸轮激振频率的差绝对值不超过规定阈值的准则, 定义了配气机构传动系统共振的准失效状态, 同时根据摄动理论和可靠性技术推导出参数为正态随机变量时的准失效概率表达式, 提出了减小振动的可靠性分析方法。在此基础上, 以发动机配气机构振动简化模型为例, 分别以所提方法和可靠性分析的 Monte Carlo 法计算该系统的共振可靠度, 数值结果进一步证明了所提方法的实用性。该方法可用于分析振动影响程度, 以避免配气机构的共振失效。

关键词 配气机构; 振动与冲击; 传动系统; 频率分析; 可靠度

中图分类号 TB123; TB114.3; TH136

引 言

配气机构是车用内燃机的重要部件之一, 它的功能^[1]是通过改变气缸的工作顺序来实现气门的开启和关闭, 使新鲜空气能进入气缸, 燃烧废气能得以排除。所设计的配气机构的性能好坏将会直接影响内燃机的各项性能指标, 性能不好会导致其不能完成预定的功能而失效, 因此开展配气机构传动系统的失效问题分析具有十分重要的意义。

目前, 关于随机振动系统的失效问题分析主要有以下两个方面^[2-3]: a. 考虑是否发生共振而引起系统疲劳为度量的可靠性分析; b. 以强迫振动而引起系统响应为度量的可靠性分析。虽然这两种方法已被广泛应用到工程实际中, 但由于设计参数的不确定性会使随机系统振动问题的失效分析更加有难度, 这种参数的不确定性对随机振动系统的可靠度是不容忽视的。

为了提高发动机配气机构传动系统的工作性能, 降低工作中的振动, 防止共振失效。笔者基于^[4-6]随机动态结构的频率分析理论, 根据凸轮激振频率与配气机构固有频率差的关系定义配气机构传动系统共振的准失效状态方程, 同时用摄动理论^[7-11]和可靠性技术推导出参数为正态随机变量时

的准失效概率表达式。在此基础上, 以配气机构传动系统^[12]为研究对象, 分别以所提方法和可靠性分析的 Monte Carlo 法计算该系统的共振可靠度, 数值结果进一步证明了所提方法的实用性。该方法可用于分析振动影响程度, 以避免配气机构的共振失效。

1 特征值的随机摄动技术

一般在概率密度函数或联合概率密度函数已知的条件下可以求得系统的可靠度或失效概率, 但在实际的应用中确定它们很不容易。而如果能以一定的资料确定随机变量的均值和方差, 可借助于摄动技术来求得可靠度和失效概率。因此, 借助于特征值问题和正则化方法有

$$(\mathbf{K} - \omega_r^2 \mathbf{M}) \mathbf{y}_r = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_r^T \mathbf{M} \mathbf{y}_r = 1 \quad (2)$$

其中: \mathbf{K} 为整体刚度矩阵; \mathbf{M} 为整体质量矩阵; ω_r 为第 r 阶固有频率; \mathbf{y}_r 为对应特征值 ω_r^2 的特征向量(振型向量); 系统随机参数 $\mathbf{K}, \mathbf{M}, \omega_r, \mathbf{y}_r$ 均为随机参数矩阵 $\mathbf{a} = (a_{ij})$ 的函数。

现根据摄动法把 $\mathbf{K}, \mathbf{M}, \omega_r$ 和 \mathbf{y}_r 分别分解为确定均值部分与不确定随机部分之和, 有

* 国家自然科学基金资助项目(51135003, 51205050, U1234208); "高档数控机床与基础制造装备"重大专项资金资助项目(2013ZX04011011); 教育部新教师基金资助项目(20110042120020); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N130503002); 机械系统与振动国家重点实验室开放课题资金资助项目(MSV201402); 辽宁省高等学校优秀人才支持计划资助项目(LJQ2014030)

收稿日期: 2015-02-06; 修回日期: 2015-07-20

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_u + \Delta\mathbf{K} \quad (3)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_u + \Delta\mathbf{M} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\omega}_r = \boldsymbol{\omega}_u + \Delta\boldsymbol{\omega}_r \quad (5)$$

$$\mathbf{y}_r = \mathbf{y}_u + \Delta\mathbf{y}_r \quad (6)$$

将式(3)~(6)代入式(1)和式(2)中,经推导整理就可获得一次摄动结果,有

$$(\mathbf{K}_u - \boldsymbol{\omega}_u^2 \mathbf{M}_u) \mathbf{y}_u = 0 \quad (7)$$

$$\mathbf{y}_u^T \mathbf{M}_u \mathbf{y}_u = 1 \quad (8)$$

$$(\mathbf{K}_u - \boldsymbol{\omega}_u^2 \mathbf{M}_u) \Delta\mathbf{y}_r = -\Delta\mathbf{K} \mathbf{y}_u + \boldsymbol{\omega}_u^2 \Delta\mathbf{M} \mathbf{y}_u + 2\boldsymbol{\omega}_u \Delta\boldsymbol{\omega}_r \mathbf{M}_u \mathbf{y}_u \quad (9)$$

$$\mathbf{y}_u^T \mathbf{M}_u \Delta\mathbf{y}_r = -\frac{1}{2} \mathbf{y}_u^T \Delta\mathbf{M} \mathbf{y}_u \quad (10)$$

将式(9)两边同时乘以特征向量 \mathbf{y}_u 的转置,有

$$\Delta\boldsymbol{\omega}_r = \frac{1}{2\boldsymbol{\omega}_u} [\mathbf{y}_u^T (\Delta\mathbf{K} - \boldsymbol{\omega}_u^2 \Delta\mathbf{M}) \mathbf{y}_u] \quad (11)$$

现通过对向量值和矩阵值函数的 Taylor 展开,当随机变量的确定部分远远大于其随机部分时,把 $\Delta\mathbf{K}, \Delta\mathbf{M}$ 和 $\Delta\boldsymbol{\omega}_r$ 在随机参数均值 $\bar{\mathbf{a}}_i = E(\mathbf{a}_i)$ 附近展开到一阶为止,有

$$\Delta\mathbf{K} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial \mathbf{a}_i} (\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}}_i) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial \mathbf{a}_i} \Delta \mathbf{a}_i \quad (12)$$

$$\Delta\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{\mathbf{M}}}{\partial \mathbf{a}_i} (\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}}_i) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{\mathbf{M}}}{\partial \mathbf{a}_i} \Delta \mathbf{a}_i \quad (13)$$

$$\Delta\boldsymbol{\omega}_r = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_r}{\partial \mathbf{a}_i} (\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}}_i) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_r}{\partial \mathbf{a}_i} \Delta \mathbf{a}_i \quad (14)$$

把式(12)~(14)代入式(11),经整理推导可求出系统的固有频率的协方差

$$\text{Cov}(\boldsymbol{\omega}_r, \boldsymbol{\omega}_q) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_r}{\partial \mathbf{a}_i} \right) \left(\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_q}{\partial \mathbf{a}_j} \right) \text{Cov}(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j) \quad (15)$$

和固有频率的均值对随机变量的导数

$$\frac{\partial \bar{\boldsymbol{\omega}}_r}{\partial \mathbf{a}_i} = \frac{1}{2\boldsymbol{\omega}_u} \left[\mathbf{y}_u^T \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{K}}}{\partial \mathbf{a}_i} - \boldsymbol{\omega}_u^2 \frac{\partial \bar{\mathbf{M}}}{\partial \mathbf{a}_i} \right) \mathbf{y}_u \right] \quad (16)$$

2 随机变量的二阶矩技术

二阶矩技术是本研究所涉及频率可靠性计算的数学基础。设随机向量 $\mathbf{S} = (\mathbf{S}_i)_{n \times 1}$ 定义为随机参数向量 $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_i)_{n \times 1}$ 的函数向量,则随机函数向量 \mathbf{S} 的均值

$$E(\mathbf{S}) = \bar{\mathbf{S}} = E(\mathbf{X}) \quad (17)$$

随机函数向量 \mathbf{S} 的协方差

$$\text{Cov}(\mathbf{S}_i, \mathbf{S}_j) = E[(\mathbf{S}_i - \bar{\mathbf{S}}_i)(\mathbf{S}_j - \bar{\mathbf{S}}_j)] \quad (18)$$

把 $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{X})$ 在 $E(\mathbf{X}) = \bar{\mathbf{X}}$ 处展开成二阶泰勒式

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{X}}) + \sum_{i=1}^r \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}}{\partial \mathbf{X}_i} (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_i) +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{S}}}{\partial \mathbf{X}_i \partial \mathbf{X}_j} (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_i) (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}}_j) \quad (19)$$

则 \mathbf{S} 的一阶矩、二阶矩分别为

$$E(\mathbf{S}_m) = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{X}}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{S}}_m}{\partial \mathbf{X}_i \partial \mathbf{X}_j} \text{Cov}(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) \quad (20)$$

$$\text{Cov}(\mathbf{S}_m, \mathbf{S}_n) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_m}{\partial \mathbf{X}_i} \right) \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_n}{\partial \mathbf{X}_j} \right) \text{Cov}(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) \quad (21)$$

当 $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_i)$ 中各随机参数相互独立时,则有

$$\mu_{s_m} = E(\mathbf{S}_m) = \mathbf{S}_m(\bar{\mathbf{X}}) \quad (22)$$

$$\sigma_{s_m}^2 = \text{Var}(\mathbf{S}_m) = \sum_{i=1}^r \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_m}{\partial \mathbf{X}_i} \right)^2 \text{Var}(\mathbf{X}_i) \quad (23)$$

3 共振失效特性的频率可靠性

当系统发生共振失效情况时,其存在一个显著的特点是大量未超过阈值的响应导致系统失效,或者使系统处于准失效的状态。可靠性分析的主要问题就是处理随机信息以确定系统的失效概率。

为了以最优的概率避免系统共振,根据系统的功能要求,即动态结构系统的激振频率 p_j 和固有频率 $\boldsymbol{\omega}_i$ 的绝对值之差小于等于规定阈值的准则,借助于可靠性的干涉理论,对随机系统的状态函数进行了定义,并确定了系统发生共振的准失效状态

$$\mathbf{G}_{ij}(p_j, \boldsymbol{\omega}_i) = p_j - \boldsymbol{\omega}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m) \quad (24)$$

其中: p_j 为外载荷的第 j 个激振频率。

依据摄动理论可得 \mathbf{G}_{ij} 的均值和方差

$$\mu_{G_{ij}} = E(\mathbf{G}_{ij}) = E(p_j) - E(\boldsymbol{\omega}_i) = \mu_{p_j} - \mu_{\boldsymbol{\omega}_i} \quad (25)$$

$$\sigma_{G_{ij}}^2 = \text{Var}(\mathbf{G}_{ij}) = \text{Var}(p_j) + \text{Var}(\boldsymbol{\omega}_i) = \sigma_{p_j}^2 + \sigma_{\boldsymbol{\omega}_i}^2 \quad (26)$$

根据可靠性理论推导出系统的准失效概率,也就是系统产生共振的概率

$$P_j^i = P^i(|p_j - \boldsymbol{\omega}_i| \leq \gamma) \quad (27)$$

根据经验,特定区间 γ 一般取频率均值的 15%。因为 p_j 和 $\boldsymbol{\omega}_i$ 的精确分布是由大量试验统计得出的,为了能简便地对系统的可靠性进行分析与设计,同时也因正态分布是工程概率分析的首选分布,现假设 p_j 和 $\boldsymbol{\omega}_i$ 分别独立地服从正态分布,得可靠度的一阶估计量

$$R = \Phi(\beta) \quad (28)$$

其中： β 为可靠性指标。

由此得出准失效概率

$$P_f^{ij} = \Phi\left(\frac{\gamma - \mu_{G_{ij}}}{\sigma_{G_{ij}}}\right) - \Phi\left(\frac{-\gamma - \mu_{G_{ij}}}{\sigma_{G_{ij}}}\right) \quad (29)$$

其中： $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。

多失效模式是当系统有多个极限状态方程时，而系统失效与模式失效具有一定的逻辑关系。对于此多失效模式系统，一旦有一个 p_j 和 ω_i 近似相等，系统就会发生共振，因此系统失效与模式失效是串联关系。那么可以推算出多失效模式下整个系统的准失效概率

$$P_f = 1 - \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m (1 - P_f^{ij}) \quad (30)$$

和可靠度

$$R = 1 - P_f = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m (1 - P_f^{ij}) \quad (31)$$

4 配气机构系统的实例分析

如图 1 右侧所示为一发动机配气机构系统简图，左侧为将其简化的单自由度系统。

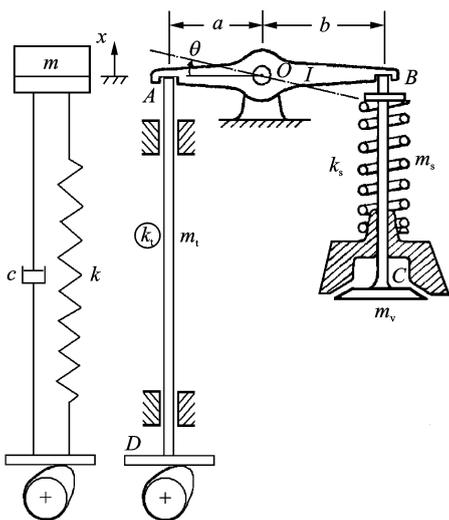


图 1 配气机构的振动模型

Fig. 1 The vibration model of valve train

图 1 中： m_t, m_v, m_s 分别为挺柱 AD、气门 BC 和气门弹簧的质量； I, θ 分别为摇臂 AB 对转轴 O 的转动惯量和转动角度； a, b 分别为挺柱、气门到摇臂轴中心的距离； k_s 为阀簧的刚度。通常，实际应用中的材料特性和几何尺寸多数都是服从正态分布的随机变量。由模态理论可知，阻尼系数 c 对系统的固有频率影响不大，一般可以不对其进行考虑。

现对此配气机构系统的固有特性和准失效概率进行分析计算。

已知转速 $N = 1\ 200$ r/min，简化挺柱为一刚杆，则刚度系数 $k_t = 0$ 。按文献[13]给出的估算原则得到各参数的均值和标准差如表 1 所示。

表 1 随机参数的均值和标准差

Tab. 1 The mean and standard deviation of the random parameters

参数	均值	标准差
a/mm	40	0.2
b/mm	64	0.32
$k_s/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	266	13.3
$I/(\text{kg} \cdot \text{mm}^2)$	99	4.95
m_t/kg	0.2	0.01
m_v/kg	0.155	0.007 5
m_s/kg	0.092	0.004 6

根据瑞利法和振动系统的能量法可知

$$T = \frac{1}{2} I (\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2} m_t (a\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} m_v (b\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_s}{3}\right) (b\dot{\theta})^2 \quad (32)$$

$$U = \frac{1}{2} k_t (a\theta)^2 + \frac{1}{2} k_s (b\theta)^2 = \frac{1}{2} (k_t a^2 + k_s b^2) \theta^2 \quad (33)$$

其中： T, U 分别代表振动系统的动能与势能。

根据机械能守恒，对时间 t 求导可得

$$\frac{d}{dt} (T + U) = \left(I + m_t a^2 + m_v b^2 + \frac{1}{3} m_s b^2 \right) \ddot{\theta} + (k_t a^2 + k_s b^2) \dot{\theta} = 0 \quad (34)$$

经推导整理得系统的固有频率为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k_t a^2 + k_s b^2}{I + m_t a^2 + m_v b^2 + \frac{1}{3} m_s b^2}} \quad (35)$$

这里随机参数向量及其均值和方差为

$$\mathbf{X} = [k_s m_t, m_v, m_s, I a b]^T \quad (36)$$

$$E(\mathbf{X}) = (\mu_{k_s}, \mu_{m_t}, \mu_{m_v}, \mu_{m_s}, \mu_I \mu_a \mu_b)^T \quad (37)$$

$$\text{Var}(\mathbf{X}) = \text{dig}(\sigma_{k_s}^2, \sigma_{m_t}^2, \sigma_{m_v}^2, \sigma_{m_s}^2, \sigma_I^2 \sigma_a^2 \sigma_b^2)^T \quad (38)$$

根据公式 $f = \frac{N}{60} \times \frac{M}{2}$ 得系统激振频率的统计量

为 $\mu_p = 40$ rad/s, $\sigma_p = 2$ rad/s。其中： f 为激振频率； N 为发动机转速； M 为发动机气缸数目。

将已知数据带入公式(22)~(38)，可得

$$\mu_{\omega_n} = 30.394\ 1 \text{ rad/s}$$

$$\sigma_{\omega_n} = 0.895\ 728 \text{ rad/s}$$

$$\mu_G = 9.607 \text{ rad/s}$$

$$\sigma_G = 2.1962 \text{ rad/s}$$

$$P_f = 0.0014$$

$$R = 0.9986$$

数据结果表明,系统处于较安全状态。通过可靠性分析的数值模拟法,即可靠性分析的 Monte Carlo 法,首先设有统计随机变量 $\mathbf{X} = (m_t, m_v, m_s, I, a, b, k_s)^T$,其次对基本参数变量进行 100 000 次抽样,计算功能函数 $G = |p - \omega| \leq \gamma$ 的次数,通过功能函数落入失效域内样本点的个数与总样本点的个数之比来估计失效概率,由此得出系统共振的可靠度为 0.998 3。通过比较,发现两种算法的结果误差很小,可以认为笔者的数值算例有一定的准确性,并因此验证了所提方法的有效性。

5 结束语

根据发动机配气机构传动系统的固有频率与凸轮激振频率的关系准则,定义了配气机构传动系统的准失效状态方程。应用可靠性理论和随机摄动技术,建立了配气机构避免共振发生的频率可靠性预计模型,推导出以频率为度量的参数服从正态分布的随机系统的准失效概率表达式,较好地解决了可靠性分析问题。以发动机配气机构传动系统为例,分别以所提方法和可靠性分析的 Monte Carlo 法计算该系统的共振可靠度,数值结果进一步证明了所提方法的实用性。可见该方法是解决配气机构避免共振失效的实用性方法。

参 考 文 献

- [1] 陈家瑞,马天飞. 汽车构造[M]. 北京:人民交通出版社,2005:74-95.
- [2] 袁哲,曹瑞元,盖瑞波. 金刚石圆锯片频率可靠性分析[J]. 现代制造工程,2014,33(1):127-130.
Yuan Zhe, Cao Ruiyuan, Gai Ruibo. Research on the frequency reliability of diamond circular saw blade[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2014, 33(1): 127-130. (in Chinese)
- [3] 李兆军,杨旭娟,蔡敢为,等. 混流式水轮机转轮叶片频率可靠性分析[J]. 机械设计与制造,2010,28(6):128-129.
Li Zhaojun, Yang Xujuan, Cai Ganwei, et al. Research on the frequency reliability of turbine runner blades [J]. Machinery Design & Manufacture, 2010, 28(6): 128-129. (in Chinese)
- [4] Zhao Yangang, Lu Zhaohui. Applicable range of the

fourth-moment method for structural reliability [J]. Journal of Asian Architecture and Building Engineering, 2007, 6(1): 151-158.

- [5] 吕春梅,张义民,李鹤,等. 随机连续杆纵向振动系统频率可靠性稳健分析[J]. 振动、测试与诊断,2013, 33(5):794-798.
Lü Chunmei, Zhang Yimin, Li He, et al. Frequency reliability robust of random axial vibration of rod system with arbitrary distribution [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(5): 794-798. (in Chinese)
- [6] 黄斌,冯永辉,赵毅. 三维随机梁式结构的频率可靠性分析[J]. 中国科技论文在线,2011,6(5):333-337.
Huang Bin, Feng Yonghui, Zhao Yi. Frequency reliability analysis of 3D random beam structures [J]. Science Paper Online, 2011, 6(5): 333-337. (in Chinese)
- [7] Zhang Yimin, Yang Zhou. Reliability-based sensitivity analysis of vehicle components with non-normal distribution parameters [J]. International Journal of Automotive Technology, 2009, 10(2): 181-194.
- [8] 谢里阳,王正,周金宇,等. 机械可靠性基本理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2009:20-81.
- [9] Schueller G I. On the treatment of uncertainties in structural mechanics and analysis [J]. Computers & Structures, 2007, 85(5): 235-243.
- [10] 赵国藩,金伟良,贡金鑫. 结构可靠度理论[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2009:25-43.
- [11] Pradlwarter H J, Schueller G I, Koutsourelakis P S, et al. Application of line sampling simulation method to reliability benchmark problems [J]. Structural Safety, 2007, 29(3): 208-221.
- [12] 李恒宾. 柴油机配气机构动力学分析[J]. 现代制造工程,2014,33(1):68-72.
Li Hengbin. Dynamic analysis of valve train in diesel engine [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2014, 33(1): 68-72. (in Chinese)
- [13] 张义民. 汽车零部件的可靠性设计[M]. 北京:北京理工大学出版社,2000:86-93.



第一作者简介:杨周,女,1979年8月生,博士、副教授、硕士生导师。主要研究方向为机械可靠性设计、流体动力学。曾发表《Reliability-based sensitivity analysis of vehicle components with non-normal distribution parameters》(《International Journal of Automotive Technology》2009, Vol. 10, No. 2)等论文。
E-mail: Yangzhou@mail. neu. edu. cn