第 37 卷第 2 期
2017 年 4 月
振动、测试与诊断
Journal of Vibration,Measurement & Diagnosis
Vol. 37 No. 2
Apr. 2017

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2017.02.014

基于子结构模型剪切型框架结构损伤识别*

罗　钧[1]，刘　纲[1,2]，黄宗明[1,2]
(1.重庆大学土木工程学院　重庆,400045)　(2.重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室　重庆,400045)

摘要　提出了适用于剪切型框架结构的损伤定位和损伤定量识别方法。首先,用剪切型框架结构的运动方程和中心差分法确定子结构的划分方式;然后,根据子结构的输入输出关系和已知输入自回归移动平均(autoregressive moving-average with exogenous inputs,简称 ARMAX)模型的对应关系,提出了利用子结构输入输出数据建立 ARMAX 模型的定阶方法;最后,利用子结构 ARMAX 模型系数向量的马氏距离来构造损伤识别指标,并选用受试者工作特征曲线下面积和 Bhattacharyya 距离进行损伤部位和损伤程度的识别。模拟算例和试验表明,提出方法能准确识别剪切型框架结构的损伤部位和损伤程度的相对大小,且具有较好的抗噪性能。

关键词　损伤识别;子结构;ARMAX 模型;剪切型框架;统计识别
中图分类号　TU279.7+44;TH825

引　言

建筑结构在风和地震等外力作用下可能发生损伤,结构的可靠性随之降低[1],因此,及时准确地识别结构的安全状态是防止结构倒塌等重大事故的有效途径。20 世纪 90 年代以来,结合现代传感器、远程数据传输和损伤识别的健康监测技术逐步发展,并成为当前土木工程领域的一个重要研究方向。目前此类研究方法大致可分为基于模态驱动的方法和基于数据驱动的方法,前者具有较明确的物理意义,在数值模拟和实验室结构中得到了初步应用[2-5],其主要的问题在于环境激励下损伤指标的不确定性较大,且有时需要获得准确的基准有限元模型,这对大型结构较难实现。基于数据驱动的损伤识别方法直接利用结构响应数据提取损伤指标,且可引入统计模式识别技术降低指标不确定性的影响。

损伤识别主要致力于解决 4 个层次的问题,即判定结构有无损伤、损伤部位、损伤程度和剩余寿命[6]。目前基于时间序列模型数据驱动的方法可以实现前 2 个层次的问题。如文献[7]利用向量自回归(vector autoregressive,简称 VAR)模型系数的对角线元素向量的马氏距离作为损伤指标,结合 Fisher 准则在统计意义下识别结构的损伤位置,并利用两跨连续梁验证算法的有效性。文献[8]利用健康状态数据建立基准已知输入自回归(autoregressive model with exogenous input,简称 ARX)模型,然后利用损伤状态数据输入基准 ARX 模型计算所得残差的标准差作为损伤指标,并利用 2 自由度剪切型结构验证了算法的有效性。文献[9]将不同部位的传感器分为不同的传感器组,再分别建立 ARX 模型,但该方法中传感器分组是人为确定的,不好的分组可能无法识别损伤,且通过试算确定 ARX 模型的阶次不具有普遍意义,在传感器分组较多的情况下耗时耗力。

基于此,笔者提出基于子结构模型的损伤识别方法以解决剪切型框架结构损伤识别前 3 个层次的问题,即结构有无损伤、损伤部位及损伤程度。首先,根据剪切型结构的整体动力响应分析和中心差分法,推导出剪切型结构各自由度的加速度响应之间的关系,并将两个或三个相邻自由度视为一个子结构,建立起某自由度加速度值和相邻自由度加速度值之间的输入输出关系,据此提出一种子结构划分方法;其次,根据子结构输入输出关系与已知输入自回归移动平均(autoregressive moving-average with exogenous inputs,简称 ARMAX)模型的对应关系,确定了利用子结构输入输出数据进行 ARMAX 建模时的定阶方法;再次,根据 ARMAX 模型系数与子结构物理参数的对应关系,提出将模型系数向量的马氏距离作为损伤识别指标,利用统计模

* 国家自然科学基金资助项目(51308565,51578095);中央高校基金资助项目(CDJZR14205501)
收稿日期:2015-08-19;修回日期:2016-01-19

式识别的受试者工作特征曲线下的面积和 Bhattacharyya 距离实现结构损伤程度和部位的判别；最后，利用一个 6 自由度数值模型和实验室 3 层框架试验验证算法的有效性。

1　剪切型框架结构体系的动力响应

剪切型框架结构可离散化为具有 n 个自由度悬臂体系，如图 1 所示。该体系的运动微分方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{f}(t) \tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{K}$ 分别为 $n\times n$ 阶质量矩阵、$n\times n$ 阶阻尼矩阵和 $n\times n$ 阶刚度矩阵；$\boldsymbol{x}(t)$ 为 n 维输出位移向量；$\boldsymbol{f}(t)$ 为 n 维输入向量。

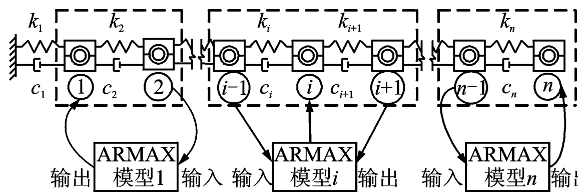


图 1　剪切型结构模型及子结构选取

Fig. 1　Shear structure model and substructure selection

$\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{x}(t)$、$\boldsymbol{f}(t)$ 的具体形式如式(2)所示，$\boldsymbol{f}_i(t)$ 为第 i 节点处外荷载时程向量。

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & m_{nn} \end{bmatrix} \tag{2a}$$

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & 0 \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \tag{2b}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \tag{2c}$$

$$\boldsymbol{x}(t)=\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix} \tag{2d}$$

$$\boldsymbol{f}(t)=\begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{Bmatrix} \tag{2e}$$

其中：$k_{ii}=k_i+k_{i+1}$，$k_{i,i+1}=-k_{i+1}$，$k_{i,i-1}=-k_i$，$k_{nn}=k_n$；$c_{ii}=c_i+c_{i+1}$，$c_{i,i+1}=-c_{i+1}$，其中下标 $i=1,\cdots,n-1$；$c_{nn}=c_n$，$c_{i,i-1}=-c_i(i=2,\cdots,n-1)$。

通常实际测试得到的响应数据都是离散的，因此将式(1)进行时间离散化，设采样时间间隔为 Δt，并令 $t_k=k\Delta t$，则有

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}(t_k)+\boldsymbol{C}\dot{x}(t_k)+\boldsymbol{K}x(t_k)=\boldsymbol{f}(t_k) \tag{3}$$

采用中心差分法将加速度 $\ddot{x}_i(t_k)$ 和速度 $\dot{x}_i(t_k)$ 用位移来表示，则

$$\begin{cases} \ddot{x}_{i,k}=(x_{i,k+1}-2x_{i,k}+x_{i,k-1})/\Delta t^2 \\ \dot{x}_{i,k}=(x_{i,k}-x_{i,k-1})/\Delta t \end{cases} \tag{4}$$

将式(4)代入式(3)，并整理可得

$$\begin{Bmatrix} x_{1,k+1} \\ x_{2,k+1} \\ \vdots \\ x_{n,k+1} \end{Bmatrix}=\bar{\boldsymbol{F}}_k-\{\bar{\boldsymbol{K}}+\bar{\boldsymbol{C}}-2\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \\ \vdots \\ x_{n,k} \end{Bmatrix}+\{\bar{\boldsymbol{C}}-\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k-1} \\ x_{2,k-1} \\ \vdots \\ x_{n,k-1} \end{Bmatrix} \tag{5}$$

其中：

$$\bar{\boldsymbol{F}}_k=\begin{Bmatrix} m_{11}^{-1}f_{1,k}\Delta t^2 \\ m_{22}^{-1}f_{2,k}\Delta t^2 \\ \vdots \\ m_{nn}^{-1}f_{n,k}\Delta t^2 \end{Bmatrix};$$

$$\bar{\boldsymbol{C}}=\Delta t\begin{bmatrix} m_{11}^{-1}c_{11} & m_{11}^{-1}c_{12} & \cdots & 0 \\ m_{22}^{-1}c_{21} & m_{22}^{-1}c_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{nn}^{-1}c_{nn} \end{bmatrix};$$

$$\bar{\boldsymbol{K}}=\Delta t^2\begin{bmatrix} m_{11}^{-1}k_{11} & m_{11}^{-1}k_{12} & \cdots & 0 \\ m_{22}^{-1}k_{21} & m_{22}^{-1}k_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{nn}^{-1}k_{nn} \end{bmatrix}。$$

按式(5)写出$\{x(k-1)\}$和$\{x(k)\}$的表达式

$$\begin{Bmatrix} x_{1,k-1} \\ x_{2,k-1} \\ \vdots \\ x_{n,k-1} \end{Bmatrix}=\bar{\boldsymbol{F}}_{k-2}-\{\bar{\boldsymbol{K}}+\bar{\boldsymbol{C}}-2\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k-2} \\ x_{2,k-2} \\ \vdots \\ x_{n,k-2} \end{Bmatrix}+\{\bar{\boldsymbol{C}}-\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k-3} \\ x_{2,k-3} \\ \vdots \\ x_{n,k-3} \end{Bmatrix} \tag{6a}$$

$$\begin{Bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \\ \vdots \\ x_{n,k} \end{Bmatrix}=\bar{\boldsymbol{F}}_{k-1}-\{\bar{\boldsymbol{K}}+\bar{\boldsymbol{C}}-2\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k-1} \\ x_{2,k-1} \\ \vdots \\ x_{n,k-1} \end{Bmatrix}+\{\bar{\boldsymbol{C}}-\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k-2} \\ x_{2,k-2} \\ \vdots \\ x_{n,k-2} \end{Bmatrix} \tag{6b}$$

由式(5)、式(6)可知，$\{x(k-1)\}-2\{x(k)\}+\{x(k+1)\}$的表达式如下

$$\begin{Bmatrix} x_{1,k-1}-2x_{1,k}+x_{1,k+1} \\ x_{2,k-1}-2x_{2,k}+x_{2,k+1} \\ \vdots \\ x_{n,k-1}-2x_{n,k}+x_{n,k+1} \end{Bmatrix}=$$

$$\begin{Bmatrix} m_{11}^{-1}(f_{1,k-2}-2f_{1,k-1}+f_{1,k})\Delta t^2 \\ m_{22}^{-1}(f_{2,k-2}-2f_{2,k-1}+f_{2,k})\Delta t^2 \\ \vdots \\ m_{nn}^{-1}(f_{n,k-2}-2f_{n,k-1}+f_{n,k})\Delta t^2 \end{Bmatrix}-$$

$$\{\bar{\boldsymbol{K}}+\bar{\boldsymbol{C}}-2\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k-2}-2x_{1,k-1}+x_{1,k} \\ x_{2,k-2}-2x_{2,k-1}+x_{2,k} \\ \vdots \\ x_{n,k-2}-2x_{n,k-1}+x_{n,k} \end{Bmatrix}+$$

$$\{\bar{\boldsymbol{C}}-\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} x_{1,k-3}-2x_{1,k-2}+x_{1,k-1} \\ x_{2,k-3}-2x_{2,k-2}+x_{2,k-1} \\ \vdots \\ x_{n,k-3}-2x_{n,k-2}+x_{n,k-1} \end{Bmatrix} \tag{7}$$

将式(7)代入式(4),可简化为

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_{1,k} \\ \ddot{x}_{2,k} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{n,k} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} m_{11}^{-1}(f_{1,k-2}-2f_{1,k-1}+f_{1,k}) \\ m_{22}^{-1}(f_{2,k-2}-2f_{2,k-1}+f_{2,k}) \\ \vdots \\ m_{nn}^{-1}(f_{n,k-2}-2f_{n,k-1}+f_{n,k}) \end{Bmatrix}-$$

$$\{\bar{\boldsymbol{K}}+\bar{\boldsymbol{C}}-2\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_{1,k-1} \\ \ddot{x}_{2,k-1} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{n,k-1} \end{Bmatrix}+\{\bar{\boldsymbol{C}}-\boldsymbol{I}\}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_{1,k-2} \\ \ddot{x}_{2,k-2} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{n,k-2} \end{Bmatrix} \tag{8}$$

将式(8)展开为方程式的表达,有如下情形。

1) 当自由度 $i=1$ 时

$$\begin{aligned}&\ddot{x}_{i,k}+(m_{ii}^{-1}k_{i,i}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t-2)\ddot{x}_{i,k-1}+\\&(1-m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t)\ddot{x}_{i,k-2}=\\&-(m_{ii}^{-1}k_{i,i+1}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i+1}\Delta t)\ddot{x}_{i+1,k-1}+\\&(m_{ii}^{-1}c_{i,i+1}\Delta t)\ddot{x}_{i+1,k-2}+\\&m_{ii}^{-1}f_{i,k}-2m_{ii}^{-1}f_{i,k-1}+m_{ii}^{-1}f_{i,k-2}\end{aligned}$$

2) 当自由度 $i=2:n-1$ 时

$$\begin{aligned}&\ddot{x}_{i,k}+(m_{ii}^{-1}k_{i,i}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t-2)\ddot{x}_{i,k-1}+\\&(1-m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t)\ddot{x}_{i,k-2}=-(m_{ii}^{-1}k_{i,i-1}\Delta t^2+\\&m_{ii}^{-1}c_{i,i-1}\Delta t)\ddot{x}_{i-1,k-1}+(m_{ii}^{-1}c_{i,i-1}\Delta t)\ddot{x}_{i-1,k-2}-\\&(m_{ii}^{-1}k_{i,i+1}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i+1}\Delta t)\ddot{x}_{i+1,k-1}+\\&(m_{ii}^{-1}c_{i,i+1}\Delta t)\ddot{x}_{i+1,k-2}+\\&m_{ii}^{-1}f_{i,k}-2m_{ii}^{-1}f_{i,k-1}+m_{ii}^{-1}f_{i,k-2}\end{aligned}$$

3) 当自由度 $i=n$ 时

$$\begin{aligned}&\ddot{x}_{i,k}+(m_{ii}^{-1}k_{i,i}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t-2)\ddot{x}_{i,k-1}+\\&(1-m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t)\ddot{x}_{i,k-2}=\\&-(m_{ii}^{-1}k_{i,i-1}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i-1}\Delta t)\ddot{x}_{i-1,k-1}+\\&(m_{ii}^{-1}c_{i,i-1}\Delta t)\ddot{x}_{i-1,k-2}+\\&m_{ii}^{-1}f_{i,k}-2m_{ii}^{-1}f_{i,k-1}+m_{ii}^{-1}f_{i,k-2}\end{aligned} \tag{9}$$

从式(9)可以看出,第 i 自由度的加速度响应与第 $i-1$,$i+1$ 自由度的加速度响应存在确定性联系。如在实际工程中测试得到结构各自由度的加速度响应,由式(9)可知,相邻的两个或者 3 个自由度的加速度响应之间均可建立一个与其余自由度无关的独立关系式。若将第 i 自由度的加速度响应作为输出,第 $i-1$,$i+1$ 自由度的加速度响应和外荷载作为输入,则这 3 个自由度可作为一个独立的子结构动力学模型。若将剪切型结构按图 1 所示划分为多个子结构,则式(9)建立的相邻两个或者 3 个自由度间的独立关系式就反映了对应子结构的输入输出关系。

2　子结构 ARMAX 模型建模及定阶

从上节的推导可知,剪切型框架结构可按一定原则划分为子结构。在子结构中,相邻自由度的响应作为输入,其自身的响应作为输出,而单输出多输入的 ARMAX 时间序列模型的理论公式[10]为

$$\begin{aligned}&y_k+a_1y_{k-1}+\cdots+a_{n_a}y_{k-n_a}=\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}_{k-1}+\cdots+\\&\boldsymbol{B}_{n_b}\boldsymbol{u}_{k-n_b}+e_k+c'_1e_{k-1}+\cdots+c'_{n_c}e_{k-n_c}\end{aligned} \tag{10}$$

其中:y_k 为模型的输出;$\boldsymbol{u}_k$ 为模型的输入;e_k 为模型的误差项,a_i;$\boldsymbol{B}_i$,c'_i 为模型的系数;n_a,n_b,n_c 为模型的阶次。

若取 $n_a=2$,$n_b=2$,$n_c=2$,则式(10)可改写为

$$\begin{aligned}&y_k+a_1y_{k-1}+a_2y_{k-2}=\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}_{k-1}+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}_{k-2}+\\&e_k+c'_1e_{k-1}+c'_2e_{k-2}\end{aligned} \tag{11}$$

对比式(11)和式(9),当结构节点激励为白噪声时,ARMAX 模型输出、模型输入与子结构加速度响应的关系为

$$y_k\Leftrightarrow\ddot{x}_{i,k}\quad \boldsymbol{u}_k\Leftrightarrow\begin{Bmatrix}\ddot{x}_{i-1,k}\\ \ddot{x}_{i+1,k}\end{Bmatrix}m_{ii}^{-1}f_{i,k}\Leftrightarrow e_k \tag{12}$$

ARMAX 模型系数 a_i,$\boldsymbol{B}_i$ 与子结构物理参数的对应关系为

$$a_1\Leftrightarrow(m_{ii}^{-1}k_{i,i}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t-2) \tag{13a}$$

$$a_2\Leftrightarrow(1-m_{ii}^{-1}c_{i,i}\Delta t) \tag{13b}$$

$$\boldsymbol{B}_1\Leftrightarrow\begin{Bmatrix}-(m_{ii}^{-1}k_{i,i-1}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i-1}\Delta t),\\ -(m_{ii}^{-1}k_{i,i+1}\Delta t^2+m_{ii}^{-1}c_{i,i+1}\Delta t)\end{Bmatrix} \tag{13c}$$

$$\boldsymbol{B}_2\Leftrightarrow\{m_{ii}^{-1}c_{i,i-1}\Delta t,m_{ii}^{-1}c_{i,i+1}\Delta t\} \tag{13d}$$

其中:$\Leftrightarrow$ 表示两者存在着对应关系。

从式(11)~(13)可知,外荷载为白噪声激励且 ARMAX 模型阶次 n_a,n_b 和 n_c 均取 2 时,第 i 个子结构的输入输出关系与建立的 ARMAX 模型存在着对应关系,因此在对子结构的输入输出关系进行 ARMAX 建模时,建议将模型阶次 n_a,n_b 和 n_c 均取为 2,避免了对阶次进行试算。

3　损伤特征指标及识别流程

当框架结构某部位发生诸如混凝土开裂、钢筋锈蚀、螺栓松动等损伤时,该部位的刚度将降低,在总体刚度矩阵中与损伤部位相对应的刚度系数值会降低,与未损伤部位相对应的刚度系数值则会保持不变。对图 1 所示的 n 个自由度的剪切型结构而言,若第 i 单元发生损伤,则总体刚度矩阵中的刚度系数 $k_{i-1,i-1}$,$k_{i,i}$,总体阻尼矩阵中的阻尼系数 $c_{i-1,i-1}$,$c_{i,i}$ 均会发生改变。从式(13)看出,将剪切型结构第 i 自由度的加速度响应作为输出,第 $i-1$ 自由度和第 $i+1$ 自由度的加速度响应作为输入建立的子结构 ARMAX 模型的系数 a_1 和 a_2 可以反映第 i,$i+1$ 单元的刚度和阻尼的改变。故可利用 ARMAX 模型系数的变化来识别第 i,$i+1$ 单元的损伤,将该系数向量 $\boldsymbol{f}_s$ 作为损伤特征量

$$\boldsymbol{f}_s=\{a_1,a_2\} \tag{14}$$

考虑到测试存在的噪声和输入力为白噪声假定等误差的影响,需引入统计损伤识别,识别步骤如下:

1) 对基准状态下的结构进行多次测量,计算子结构系数向量的平均值和协方差;

2) 对健康状态下的结构进行多次测量,计算子结构每次测量的系数向量马氏距离,作为损伤特征指标

$$M_D(f)=\sqrt{(\boldsymbol{f}_s-\bar{\boldsymbol{f}}_b)^T\boldsymbol{S}_b^{-1}(\boldsymbol{f}_s-\bar{\boldsymbol{f}}_b)} \tag{15}$$

其中:$\bar{\boldsymbol{f}}_b$ 为基准状态下向量 $\boldsymbol{f}_s$ 的平均值;$\boldsymbol{S}_b^{-1}$ 为基准状态下向量 $\boldsymbol{f}_s$ 的协方差。

3) 对未知状态下的结构进行多次测量,计算子结构每次测量的系数向量马氏距离;

4) 选取受试者工作特征曲线(receiver operating characteristic curve,简称 ROC)进行损伤部位的判定[11],现采用 ROC 曲线下的面积值(A_U)作为统计量来评价检测的性能,认为 $A_U\geqslant 0.8$ 时,结构健康状态和未知状态的系数向量马氏距离的分布能较好的区分开来,即对应的结构部位发生损伤;

5) 最后利用损伤子结构的 M_D 分布的 Bhattacharyya 距离(B_D)来判断损伤程度,对于单变量指标,该距离的定义[12]为

$$B_D=\frac{1}{4}\frac{(\kappa_d-\kappa_h)^2}{\sigma_d^2+\sigma_h^2}+\frac{1}{2}\ln\left[\frac{(\sigma_d^2+\sigma_h^2)/2}{\sigma_d\sigma_h}\right] \tag{16}$$

其中:κ 和 σ 分别为 M_D 分布的平均值和方差;下标 d 和 h 分别为损伤状态和基准状态。

从式(16)的定义可知,前一项主要考虑了均值变化的影响,而后一项主要是为了计入方差变化的影响。

4　数值模拟算例

4.1　模型算例及损伤工况

以 6 自由度集中质点模型验证所提算法的性能,如图 2(a)所示。其中,$m_i=1$,$k_i=1\ 500(i=1,2,\cdots,6)$。采用瑞雷阻尼假定,即 $\boldsymbol{C}=\alpha\boldsymbol{M}+\beta\boldsymbol{K}$,取模型第 1 阶和第 3 阶阻尼比为 0.02,得 $\alpha=0.308\ 09$,$\beta=7.5\times10^{-4}$。

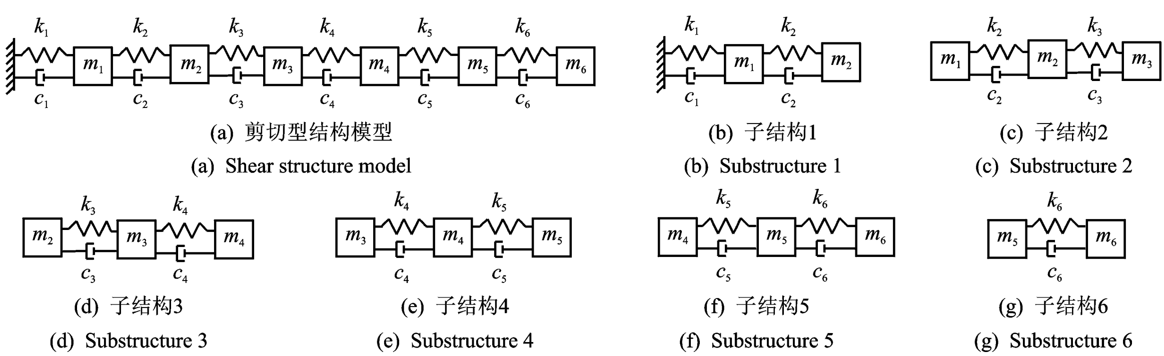
在质点 6 处输入随机激励,取质点 1~6 处的加速度响应为输出信号。拟定的损伤工况如表 1 所示。

表 1　6 自由度损伤工况

Tab. 1　Damage cases of the six degree of freedom system

工况	1	2	3	4	5	6	
损伤部位	k_2	k_2	k_2	k_5	k_5	k_2	k_5
损伤程度/%	1	5	10	5	10	5	5

6 自由度体系的最高频率为 11.97 Hz,故设定加速度响应信号的采样频率为 100 Hz,并设定每 1 000个数据点为 1 个数据段。基准状态、参考状态和未知状态下分别取 500 个数据段进行计算,得到 500 个 M_D 值。



(a) 剪切型结构模型

(a) Shear structure model

(b) 子结构1

(b) Substructure 1

(c) 子结构2

(c) Substructure 2

(d) 子结构3

(d) Substructure 3

(e) 子结构4

(e) Substructure 4

(f) 子结构5

(f) Substructure 5

(g) 子结构6

(g) Substructure 6

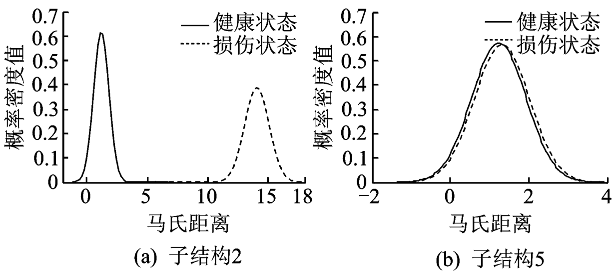
图 2　6 自由度计算模型

Fig. 2　Six degree of freedom system

4.2 损伤识别结果

按图1方式将该6自由度模型划分为6个子结构，如图2(b)～(g)所示。利用每一个子结构的输入输出信号进行ARMAX建模。基于第2节推导的ARMAX模型与子结构的对应关系，ARMAX模型的阶次取值为$n_a=2$，$n_b=2$，$n_c=2$，$n_k=1$。

根据第3节的损伤识别流程，计算在损伤工况2下部分子结构的M_D分布曲线如图3所示。从该图可知，仅包含损伤部位的子结构的M_D分布才发生变化，而其余子结构M_D分布的变化较小，采用ROC曲线对M_D分布是否发生显著变化进行检验，并计算ROC曲线下的面积A_U如表2所示。



(a) Substructure 2 (b) Substructure 5

图3 损伤工况2下部分子结构的M_D分布曲线

Fig. 3 M_D distribution curve of several substructures for damage case 2

表2 各损伤工况下的A_U值

Tab. 2 A_U values for every damage cases

子结构编号	1	2	3	4	5	6
工况1	**0.99**	**0.93**	0.51	0.51	0.52	0.49
工况2	**1.00**	**1.00**	0.53	0.51	0.52	0.48
工况3	**1.00**	**1.00**	0.64	0.53	0.51	0.49
工况4	0.50	0.55	0.53	**1.00**	**0.91**	0.49
工况5	0.49	0.63	0.59	**1.00**	**1.00**	0.51
工况6	**1.00**	**1.00**	0.49	**1.00**	**0.92**	0.50

表中黑粗体数据表示子结构的A_U值不小于0.80

根据A_U的定义，取0.80为能否良好区分损伤是否发生的阈值。表2表明，在各损伤工况下，包含损伤部位的子结构的A_U值才高于0.80，而其余子结构的A_U值均低于0.80。因此，该指标不但能够成功定位损伤程度较小(1%)的单处损伤，也能定位工况6下不同部位同时发生的损伤。

损伤单元的定位可分3步：a.确定子结构是否发生损伤；b.找出判定为健康的子结构所包含的单元，判定这些单元为健康单元；c.判定剩余单元为损伤单元。由表2的识别结果可以看出，对于工况1～3，子结构3～6均判定为健康，则上述子结构所包含的单元应当为健康的，故单元3～6为健康单元，单元1和2为损伤单元；同理，对于工况4和工况5，子结构1,2,3和6判定为健康，则单元1,2,3,4和6为健康单元，单元5为损伤单元；对于工况6，子结构3和6判定为健康，则单元3,4,6为健康单元，单元1,2和5为损伤单元。

为识别弹簧2不同程度的损伤，计算子结构1,2在工况1～3下的B_D值如图4所示。图4表明随着损伤程度的增加，子结构1,2的B_D值均呈单调上升趋势，即B_D值能正确区分损伤程度的相对大小。

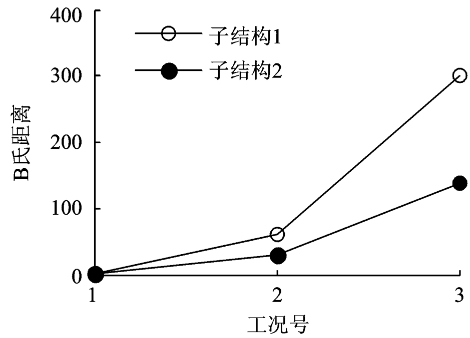


图4 不同损伤程度下的B_D值

Fig. 4 B_D values for different damage levels

4.3 噪音影响分析

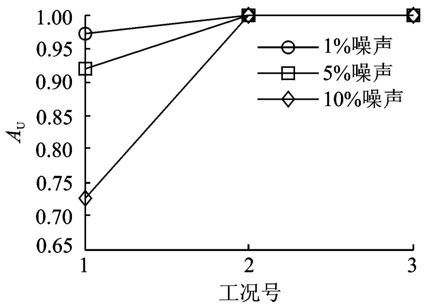
图5为不同噪音水平下子结构1和子结构2的A_U值。随着噪音水平的不断增大，损伤定位的准确性将降低，特别是当结构损伤程度较小时，噪音的影响较为显著，例如工况1下，当噪音水平增大到10%时，子结构1,2的A_U值均将低于0.80，从而得出该处未发生损伤的结论，出现了漏报警。但随着损伤程度的增加，噪音的影响将逐步减小甚至消失，例如在工况2和工况3下，即使10%的噪音水平也完全能定位出子结构1,2的损伤，表明本损伤识别算法具有较好的抗噪性能。

子结构1在不同噪音水平下的B_D值如图6所示。从该图可知，在同一损伤工况下，随着噪音水平的不断升高，对应的B_D值将越来越低。但在同一噪音水平下，随着损伤程度的增加，B_D值呈单调上升趋势，表明此时仍能正确区分损伤程度的大小。

5 框架试验

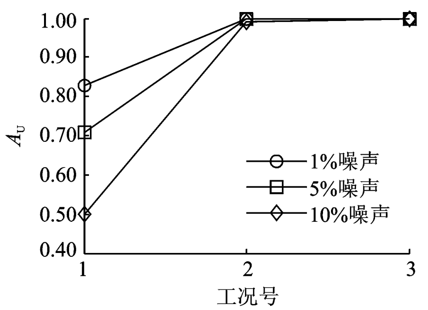
5.1 试验概况

采用宽65 mm、厚4 mm、长350 mm的钢板组成框架的梁和柱，并通过节点板和螺栓进行连接，框架的外观尺寸如图7所示。每个节点板共安装4颗螺栓，2颗与柱相连，2颗与梁或刚性基座相连。



(a) 子结构1

(a) Substructure 1



(b) 子结构2

(b) Substructure 2

图 5　不同噪音水平下的 A_U 值

Fig. 5　A_U values for different noise levels

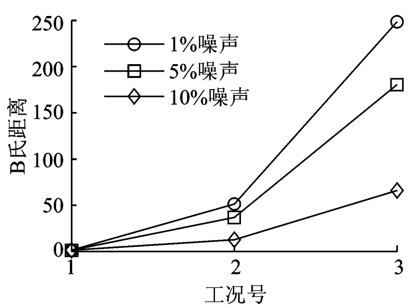
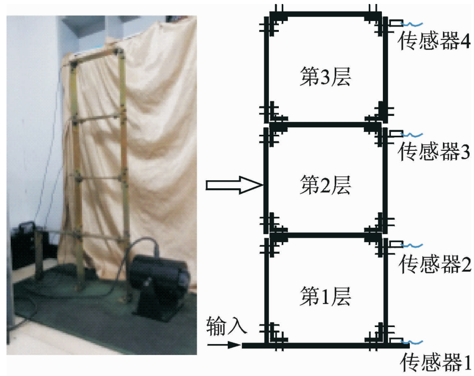


图 6　子结构 1 不同噪音水平下的 B_D 值

Fig. 6　B_D values of substructure 1 for different noise levels

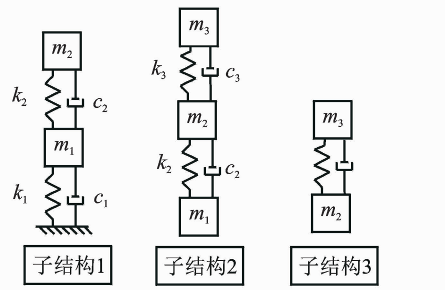
试验结构的激振力来自于激振器，由于条件所限，实现节点激振较为困难，因此通过增加底层刚度的方式将其作为上部 3 层钢框架的嵌固端。此时作为本研究考察对象的 3 层钢框架结构承受来自基底的加速度激励，并利用上部 3 层测得的加速度响应与基底测试的加速度响应相减，获得上部 3 层的相对加速度响应，进而做损伤识别。

为了验证提出方法在节点连接损伤情况下的有效性，试验中通过松动梁柱节点处螺栓模拟损伤。沿侧柱布置 4 个加速度传感器，从下到上依次编号为 1～4。采用 KDJ-50 型电磁激振器在低层右柱下侧输入白噪声激振，如图 7(a)所示。采样频率为 500 Hz，共采集 118 个数据段，每个数据段有5 000



(a) 框架模型结构

(a) Steel frame



(b) 子结构模型

(b) Substructure model

图 7　3 层框架模型

Fig. 7　3-story steel frame

个数据点。具体的损伤工况设置如表 3 所示。

表 3　框架的损伤工况

Tab. 3　Damage cases of the frame

损伤位置	工况 1	工况 2	工况 3
1 层右柱顶	仅第 1 颗螺栓松动	第 2 颗螺栓手工拧紧	2 颗螺栓均松动

工况 2 中第 1 颗螺栓保持松动状态

5.2　损伤识别结果

按图 7(b)所示方式将该 3 层框架划分为 3 个子结构，利用损伤识别算法计算不同损伤工况下的 A_U 值如表 4 所示。在损伤发生在 1 层右柱顶时，工况 2 和工况 3 下子结构 1 的 A_U 值高于阀值 0.80，其余子结构的 A_U 值均小于 0.66，结果与结构实际损伤部位相符，因此本方法可以准确判定损伤部位。在工况 1 下，子结构 1 的 A_U 值低于 0.80，这可能是

表 4　试验模型的 A_U 值

Tab. 4　A_U values for every damage cases

损伤位置	工况号	子结构 1	子结构 2	子结构 3
1 层右柱顶	工况 1	0.61	0.52	0.55
	工况 2	**0.85**	0.49	0.58
	工况 3	**1.00**	0.53	0.65

表中黑粗体数据表示子结构的 A_U 值不小于 0.80

因为试验框架受力较小，仅松动一颗螺栓对结构影响较小，从而导致该工况下 A_U 值在损伤部位的变化不大。

从表 4 看出，子结构 2,3 判定为健康，则其所包含的楼层 2 和 3 为健康的，仅楼层 1 发生损伤。

计算损伤发生在 1 层右柱顶时，子结构 1 在工况 1 至工况 3 下的 B_D 值分别为 0.22，0.40 和3.80。这表明 B_D 值随着损伤程度的增加而单调增加，因此，通过 B_D 值的计算能正确判定结构的损伤程度。

6 结束语

基于子结构和 ARMAX 模型的损伤识别算法能准确定位剪切型框架结构的单处和多处损伤，并能准确区分剪切型框架结构损伤程度的相对大小。在损伤程度较小时，较大水平的噪声可能导致损伤的漏报警；但在损伤程度较大时，噪声对损伤识别的结果影响有限，如算例中发生 5％损伤时，即使 10％的噪声水平也能准确识别损伤部位。提出的剪切型框架结构子结构划分方法和对子结构输入输出关系进行 ARMAX 建模时的定阶准则，也同样适用于损伤识别为目的的时间序列建模。

参 考 文 献

[1] 任宜春. 小波分析在土木工程结构损伤识别中的应用[M]. 长沙：湖南师范大学出版社，2010：4-5.

[2] Tee K F，Koh C G，Quek S T. Numerical and experimental studies of a substructural identification strategy [J]. Structrual Health Monitoring，2009，8(5)：397 - 410.

[3] 冯新，李国强，范颖芳. 几种常用损伤动力指纹的适用性研究[J]. 振动、测试与诊断，2004，24(4)：277-280.
Feng Xin，Li Guoqiang，Fan Yingfang. Suitability study on dynamic signatures used in structural damage localization [J]. Journal of Vibration，Measurement & Diagnosis，2004，24(4)：277-280. (in Chinese)

[4] 郑飞，许金余，颜祥程. 利用单元模态应变能法的地下框架结构损伤诊断[J]. 振动、测试与诊断，2010，30(6)：642-645.
Zheng Fei，Xu Jinyu，Yan Xiangcheng. Damage diagnosis of underground frame structure using method of element modal strain energy [J]. Journal of Vibration，Measurement & Diagnosis，2010，30(6)：642-645. (in Chinese)

[5] 曹永红，张新亮，曹晖，等. 基于实用完备模态空间的两阶段损伤识别方案[J]. 工程力学，2009，26(3)：168-175.
Cao Yonghong，Zhang Xinliang，Cao Hui，et al. Two-stage damage identification scheme based on practical complete modal space [J]. Engineering Mechanics，2009，26(3)：168-175. (in Chinese)

[6] Farrar C F ，Worden K. An introduction to structural health monitoring [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A：Mathematical，Physical & Engineering Sciences，2007，365(1851)：303-315.

[7] Mosavi A A ，Dickey D ，Seracino R ，et al. Identifying damage locations under ambient vibrations utilizing vector autoregressive models and mahalanobis distances[J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2012，26(1)：254-267.

[8] Lu Yong，Gao Feng. A novel time-domain auto-regressive model for structural damage diagnosis [J]. Journal of Sound and Vibration，2005，283(3)：1031-1049.

[9] Gul M，Catbas F N. Structural health monitoring and damage assessment using a novel time series analysis methodology with sensor clustering [J]. Journal of Sound and Vibration，2011，330(6)：1196-1210.

[10] Fassois S D. MIMO LMS-ARMAX Identification of vibrating structures-part I：the method[J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2001，15(4)：723-735.

[11] Mao Zhu. Uncertainty quantification in vibration-based structural health monitoring for enhanced decision-making capability[D]. San Diego，America：University of California，2012.

[12] Choi E，Lee C. Feature extraction based on the Bhattacharyya distance [J]. Pattern Recognition，2003，36(8)：1703-1709.

第一作者简介：罗钧，男，1986 年 5 月生，博士生。主要研究方向为结构健康监测与振动控制。曾发表《基于随机减量法的非平稳激励下模态参数识别》(《振动与冲击》2015 年第 34 卷第 21 期)等论文。
E-mail：jluo@cqu.edu.cn