Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2017.02.017

船用汽轮机转子盘轴耦合振动特性研究

孙原理, 李兆俊

(海军装备研究院 北京,100161)

摘要 基于小长径比建模理论,建立了盘轴耦合转子的有限元模型,并对采用工程实际的斜切方式和轮盘单元等 不同建模方法下船用汽轮机转子的振动特性进行了分析,给出了较为系统的、适用于小长径比、短粗转子等结构的 建模方法对转子系统振动特性的影响规律。不同的建模方法会对转子盘轴耦合振动特性计算结果有显著影响。 轮盘单元会使得转子轴承系统出现附加的振型,表现为轮盘与转轴的耦合模态振型,轮盘单元建模的计算方法能 准确描述盘轴耦合转子的振动特性。研究结果表明,对于厚度较大的轮盘,轮盘对转子耦合振动的影响较小,工程 常用的斜切建模会引入附加刚度,引起较大求解误差,且这种误差随着轮盘厚度的减小而逐渐降低。

关键词 盘轴耦合;有限元模型;轮盘单元;振动特性 中图分类号 TK14;TH113.1

引 言

舰船动力设备中的齿轮、汽轮机、燃气轮机等结 构中存在小长径比、短粗转子,常规转子动力学研究 中转子部件的梁假设在上述情况下不再适用,故对 于这些小长径比、短粗转子的建模还存在问题[1-3]; 同时在这些转子中存在转子轮盘与转子转轴之间的 相互耦合,振动特性较为复杂。目前国内外已有针 对动力设备中转子动力学特性的相关研究,并形成 了许多可行计算分析方法和相关的软件[4-5],如传递 矩阵法[6-8]、有限元法[9-10]、子结构法[11]、结构综合 法^[12-13]和假设模态法^[14]等。其中, Chun 等^[14]利用 子结构综合法和假设模态法分析了轴和叶轮系统的 耦合振动。总的来说,对于转子盘轴耦合振动问题 的耦合建模方法和分析方法研究还尚不成熟。因此, 迫切需要针对转子盘轴耦合振动的相关研究问题,研 究考虑转子盘轴耦合动力学的建模方法和分析方法, 给出较为系统的、能完全适用于小长径比、短粗转子 等结构和工况特点的建模、计算分析方法,为动力设 备中转子盘轴耦合振动特性研究提供技术支撑。

基于小长径比建模理论^[15],笔者将建立盘轴耦 合转子的有限元模型,并分析采用实际的工程斜切 方式建模和轮盘单元等不同建模方式下船用汽轮机 转子的振动特性。 轮盘是典型的小长径比转子,基于小长径比建 模理论,笔者研究了盘轴耦合转子的建模计算方法, 给出了盘轴耦合转子的轮盘单元有限元模型和单元 的运动方程。

对于多自由度转子运动方程如下 $M\ddot{x} + (\omega G + C)\ddot{x} + (K + \omega C_r + \omega^2 K_{\omega})x =$

 $F_{x} + \omega^{2}F_{z}$

(1)

其中:x 为描述转子结构的广义坐标向量;ω 为自转 角速度;实对称矩阵 M,C,和 K 分别为整个系统的 质量、阻尼和刚度矩阵;K_ω 为由附加离心力造成的 系统刚度矩阵;实反对称阵 G,C,分别为陀螺矩阵 和旋转阻尼矩阵,其中旋转阻尼矩阵主要与发生在 该系统的旋转部件的粘性耗散有关;F_n和 F,分别 为由非旋转力和不平衡引起的激励力。

如果垂直于 z 轴的转子在变形时保持水平,则 弯曲运动可以通过轴心坐标 X,Y 转换和旋转角位 移 Φ_x, Φ_y 进行描述,如图 1 所示。沿 Z 轴方向的位 移和旋转角位移 Φ_z 分别为轴向和扭转运动。

假定转子和轮盘为刚体,它们对转子弯曲运动 的影响可以通过拉格朗日坐标系中的 X,Y 方向位 移和 Φ_x, Φ_y 旋转角位移表示。考虑到轴向和扭转 运动,每个节点有 3 个平动自由度和 3 个转动自由 度。如果 n 是整个有限元离散的节点数,那么需要

¹ 盘轴耦合转子建模

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51106035) 收稿日期:2015-03-09;修回日期:2015-05-22



图 1 转子坐标系 Fig. 1 Coordinate system of rotor

6n个自由度来描述整个转子。

在动力设备中,有些轮盘的长径比较小,那么刚 体假设就无法成立,因此,分析小长径比转子轮盘结 构的变形时就必须增加一个额外的自由度。

由转子轴向力和轮盘上热拉伸引起的几何附加 刚度可以在刚度矩阵中 K 考虑,旋转阻尼矩阵主要 与发生在该系统的旋转部件的黏性耗散有关。如果 轴向和扭转自由度与弯曲自由度能够解耦,X,Y 方 向位移和 Φ_x , Φ_y 旋转角位移可以被组合成复数位 移Z=X+iY和复数角位移 $\Phi=\Phi_y-i\Phi_x$,这样陀螺 矩阵和旋转阻尼矩阵可以用实对称阵来表达。

1.1 轮盘单元有限元建模

在动力设备中典型结构就是轮盘。图1给出了 坐标系的变换,通过坐标系的变换可以得到在惯性 系和固定在轮盘单元上的随动参考坐标系之间点坐 标的关系式

$$\boldsymbol{P}_{XYZ} = \boldsymbol{C}_{XYZ} + \prod_{i=1}^{4} [\boldsymbol{R}_i] \begin{cases} \boldsymbol{r} + \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{z} + \boldsymbol{w} \end{cases}$$
(2)

其中:u,v,w分别为轮盘中间平面上任一点 P_0 在 径向、切向和轴向位移分量;轮盘的极坐标在 $C\xi\eta z$ 坐标系里用 r,β 和z表示;P为 P_0 变形后的点。

涉及的旋转变换矩阵为

$$\mathbf{R}_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos F_{x} & -\sin F_{x} \\ 0 & \sin F_{x} & \cos F_{x} \end{bmatrix}$$
(3a)
$$\mathbf{R}_{2} = \begin{bmatrix} \cos F_{y} & 0 & \sin F_{y} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin F_{y} & 0 & \cos F_{y} \end{bmatrix}$$
(3b)
$$\mathbf{R}_{3} = \begin{bmatrix} \cos F_{z} & -\sin F_{z} & 0 \\ \sin F_{z} & \cos F_{z} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3c)

$$\boldsymbol{R}_{4} = \begin{bmatrix} \cos J & -\sin J & 0\\ \sin J & \cos J & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3d)

在方程(2)中忽略由几何非线性所引起的非线 性问题,并将相关的三角函数用泰勒级数展开,转角 有如下关系式:

$$\begin{cases} \alpha = \vartheta + \Phi_z \\ \dot{\alpha} = \omega + \dot{\Phi}_z \end{cases}$$
 (4)

P点在惯性参考坐标系中变为

 $\{P\}_{XYZ} = \begin{cases} X_c + \left[(1 - \Phi_y^2/2)r + u\right]\cos\alpha - v\sin\alpha + \Phi_y(w+z) \\ Y_c + \left[(1 - \Phi_y^2/2)r + u\right]\sin\alpha + v\cos\alpha - \\ \Phi_y(w+z) + r\Phi_{X'}\Phi_y\cos\alpha \\ Z_c + \left[(r+u)\Phi_{X'} + v\Phi_y\right]\sin\alpha - \left[(r+u)\Phi_y - \\ v\Phi_{X'}\right]\cos\alpha + (1 + \Phi_{X'}^2/2 - \Phi_y^2/2)z + w \end{cases}$ (5)

式(5)给出了 P点在惯性参考系 CX'Y'Z'中运动的描述。未知量 u,v,w 是转子在 t 时刻 P_0 点位置 c,θ,z 的函数,而转角 $\Phi_{X'}, \Phi_y, \Phi_z$ 和位移 X_c, Y_c, Z_c 仅和 t 有关。作为一个变形体,轮盘的动态描述可以用如下一组拉格朗日坐标来表示。

轮盘刚体运动

$$\begin{cases} X_c(t) & Y_c(t) & Z_c(t) \\ \Phi_{X'}(t) & \Phi_y(t) & \Phi_z(t) \end{cases}$$
(6)

轮盘变形

 $\{u(r,\vartheta,z,t),v(r,\vartheta,z,t),w(r,\vartheta,z,t)\}$ (7)

由于方程(4)中的角 $9 \, \pi_{\alpha}$ 随时间变化,绝对速 度 $\{V\}_{XYZ} = \{\dot{P}\}_{XYZ}$,故可通过方程(5)对时间的导数 来获得。

定义形函数来描述 P 点位置 r, ϑ, z 的函数 $u(r, \vartheta, z, t), w(r, \vartheta, z, t), v(r, \vartheta, z, t),$ 轮盘被分成 如图 2 所示的环状单元,位移场 u, w, v 为

$$\begin{cases} u(\chi,\vartheta,z=0,t) = \\ u_0 - r\frac{\varphi_0^2}{2} + \sum_{i=1}^n \left[u_k \cos(i\vartheta) + u_k \sin(i\vartheta) \right] \\ v(\chi,\vartheta,z=0,t) = \\ r\varphi_0 + r\frac{\varphi_0^2}{2} + \sum_{i=1}^n \left[v_k \cos(i\vartheta) - v_k \sin(i\vartheta) \right] \\ w(\chi,\vartheta,z=0,t) = \\ w_0 + r\frac{\varphi_0^2}{2} + \sum_{i=1}^n \left[w_k \cos(i\vartheta) + w_k \sin(i\vartheta) \right] \end{cases}$$
(8)

1.2 单元运动方程

轮盘单元如图 2 所示。图中: h₀, h_i 分别为半径 r₀, r_i 的厚度。在获得单元形函数之后, 通过计 算单元动能和势能即可得到单元的运动方程, 单元



图 2 轮盔甲兀示息图 Fig. 2 Schematic diagram of disk element

动能和势能的计算如下。

用 $\{\dot{P}\}_{XYZ}$ 表示单元中间平面(z=0)上一点在 OXYZ 坐标系下的速度,动能 T 表示为

$$T = \frac{1}{2} \int_{r_i}^{r_0} \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{2\pi} \rho \overline{\boldsymbol{P}}_{XYZ}^{\mathrm{T}} \overline{\boldsymbol{P}}_{XYZ} r \, \mathrm{d}z \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\vartheta \qquad (9)$$

其中:ρ为质量密度。

这样就可以将位移场方程带入方程(9),从而获 得单元在拉格朗日坐标系下的动能。

单元的势能一般包含两部分:材料的弹性变形引起的势能U。和涉及到"几何刚化效应"的势能U。

$$U_{e} = \frac{1}{2} \int_{r_{i}}^{r_{0}} \int_{0}^{2\pi} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{\varepsilon} r \,\mathrm{d}r \mathrm{d}\vartheta \qquad (10)$$

广义的应变向量 *ε* 可以从轮盘内的位移场中获得

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \vartheta} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r} \\ -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 \vartheta} \right) \\ 2 \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \vartheta} \right) \end{cases}$$
(11)

矩阵 **D** 通常表示单元的弹性性能,是轮盘厚度 和材料特性的函数

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{\text{in}\rho} \boldsymbol{d} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_{\text{out}\rho} \boldsymbol{d} \end{bmatrix}$$
(12)

2 盘轴耦合转子动力学特性分析

由于转子轮盘是典型的小长径比转子,且不能 用常规的梁单元进行处理,振动过程中容易与转子 转轴发生耦合作用,使得振动特性较为复杂。针对 这一问题,本研究首先以简单的单轮盘转子为例,建 模中采用实际的工程斜切方式建模,并将动力学特 性计算结果和轮盘单元建模的计算结果进行了对 比。在此基础上,针对实际汽轮机转子模型提出了转 子轮盘的3种不同建模方法,并对这3种不同建模方 法下的实际汽轮机转子动力学特性进行了分析。

笔者提出的3种转子轮盘建模方法分别为直切 建模、斜切建模和轮盘单元建模。其中,直切建模是 将轮盘部分全部作为集中质量和转动惯量加在转子 一轴承系统相应的节点上;工程中常用的45°斜切 建模是将图3中虚线内部分作为梁单元建模,其余 部分作为集中质量和转动惯量加于转子一轴承系统 相应节点上。而第3种轮盘单元建模是基于1.1节 的轮盘单元有限元建模理论。



图 3 轮盘单元斜切建模示意图

Fig. 3 Schematic diagram of disk oblique cutting model

2.1 轮盘单元与斜切建模对单轮盘转子动力学特性的影响

以单轮盘转子模型为例,本节采用实际的工程 斜切方式建模,并将其动力学特性计算结果和轮盘 单元建模的计算结果进行了对比。图4和图5给出 了斜切有限元建模和轮盘单元法有限元建模示意图。

图 6 给出了斜切建模轴系的前 3 阶振型图;图 7 给出了轮盘厚度为 5 mm 时轮盘建模时的前 3 阶 振型图;图 8 给出了轮盘厚度为 100 mm 时轮盘建 模时的前 3 阶振型图。



图 4 工程有限元建模 Fig. 4 Finite element model of rotor in engineering



图 5 轮盘单元有限元建模 Fig. 5 Finite element model of rotor in disk unit



Fig. 8 Modal graph when the disc thickness is 100 mm

从图 6~8 可以看出,当轮盘厚度(100 mm)较 大时,轮盘刚度较大,弹性变形小,进而对转子耦合 振动的影响较小;当轮盘厚度(5 mm)较小时,轮盘 对转子振动的影响较大,转子的振动为轮盘的振型 与转轴的振型耦合。

表1给出了随着轮盘厚度的变化斜切建模1阶 表1 不同轮盘厚度时两种建模计算结果的偏差

Tab. 1 Difference between two modeling methods in different disk thickness

直径/厚度/ mm mm	1	2	1	2	1 阶临 界转速 偏差/%	2 阶临 界转速 偏差/%
0.250100	5 822	22 520	6 299	23 118	8.19	2.66
0.225 90	6 033	22 517	6 462	23 034	7.11	2.30
0.200 80	6 268	22 520	6 646	22 957	6.03	1.94
0.175 70	6 532	22 532	6 859	22 892	5.01	1.60
0.150 60	6 830	22 559	7 102	22 845	3.98	1.27
0.125 50	7 173	22 609	7 388	22 826	3.00	0.96
0.100 40	7 570	22 694	7 732	22 850	2.14	0.69
0.075 30	8 036	22 838	8 141	22 939	1.31	0.44
0.050 20	8 594	23 075	8 649	23 134	0.64	0.26
0.025 10	9 270	$23 \ 468$	9 286	23 507	0.17	0.17
0.012 5	9 663	23 761	9 669	23 800	0.06	0.16

临界转速和2阶临界转速的偏差,其中转子的直径 为400 mm。从表1中可以看出,随着轮盘厚度的 减小,轮盘单元建模与斜切建模计算得到的1,2阶 临界转速结果偏差也逐渐降低。当轮盘厚度较大时 斜切建模的误差较大,这是由于轮盘厚度较大时,采 用斜切法建模中选取的直径大于理论的等效直径从 而引入了一部分附加刚度造成临界转速偏高。

从表1还可以看出,当轮盘厚度直径比值为 0.175时一阶临界转速的误差会达到5%,这类结构 在实际工程中大量存在,如后续2.2节中汽轮机双 列复速级轮盘的厚度直接比为0.16,因此,轮盘单 元的建模计算方法对于实际工程有很大意义。

2.2 不同建模方法下汽轮机转子动力学特性分析

研究的实际汽轮机转子模型,由一个双列复速 级和7个压力级,两个轴承组成。由于轮盘单元的 不同建模方法对盘轴耦合转子动力学特性的影响, 因此,两个轴承均采用线性化的8参数模型,且不同 工况下轴承的8参数保持不变。

 直切建模。整个转子总长 2.2 m, 划分 60 个单元,建模中将双列复速级和 7 个压力级的轮盘 部分全部作为集中质量和转动惯量加在相应的节点 上,两个轴承采用8参数模型。汽轮机转子的模型 如图9所示。





2) 斜切建模。整个转子总长 2.2 m,划分 60 个单元,建模中将双列复速级和 7 个压力级的轮盘 部分采用 45°斜切,其余部分作为集中质量和转动 惯量加在相应的节点上,两个轴承采用 8 参数模型。 汽轮机转子的模型如图 10 所示。



图 10 斜切建模转子有限元模型示意图

Fig. 10 Finite element model of rotor oblique cutting model

3)轮盘建模。本节中采用直接对轮盘单元进行建模,将叶片部分作为集中质量和转动惯量附加于相应的节点,轴承采用8参数模型,整个轴系总长
 2.2 m 共 80 个单元,其中梁单元 60 个。图 11 给出了模型示意图。





4)3种建模结果对比。表2给出了3种建模方 式下转子盘轴耦合振动特性的计算结果。从表2中 可以看出,但是斜切与轮盘单元建模结果相差不大。 在直切建模中没有把轮盘单元的刚度计算在内,因 此系统的总刚度偏小,使得系统临界转速值偏小;相 反,把整个的轮盘单元均作为梁单元处理必然会使 得附加刚度过大,在45°斜切建模中,整个轮盘单元 只有一部分的刚度对系统有贡献,45°斜切相交线的 直径外轮盘单元的刚度对总的刚度没有贡献。

同时由于汽机转子的轴承刚度较小,1阶模态 振型表现转子的平动、2阶模态振型表现为转子的 锥动;此时,支承轴承刚度对临界转速的影响大于转 子结构刚度对其的影响。由于汽轮机各压力级的轮 盘厚度较小,因此,不同建模之间的误差较小,这与 2.1节单轮盘转子的计算结果一致。

表 2 3 种建模临界转速结果

Tab. 2 Critical speeds of three modeling methods

			r/min
建模方式	直切	斜切	轮盘单元
1 阶临界转速	3 452	3 489	3 441
2 阶临界转速	6 895	6 910	6 904
3 阶临界转速	18 280	18 957	18 290

3 结束语

盘类零件本身的模态振型会引起轮盘和转子转 轴发生耦合振动,使得对于典型的轮盘单元出现一 些附加的振型,主要表现为轮盘轴系耦合振型。笔 者提出的基于轮盘单元建模计算方法能准确描述盘 轴耦合转子的振动特性。当轮盘厚度较大时,轮盘 对转子耦合振动的影响较小;当轮盘厚度较小时,轮 盘对转子耦合振动的影响较大,转子振动为轮盘振 型与转子振型的耦合。轮盘单元建模与斜切建模计 算得到的临界转速结果偏差随着轮盘厚度的减小而 逐渐降低。

参考文献

[1] 孟光. 转子动力学研究的回顾与展望[J]. 振动工程学报, 2002,15(1): 1-9.

Meng Guang. Retrospect and prospect to the research on rotordynamics[J]. Journal of Vibration Engineering, 2002.15(1): 1-9. (in Chinese)

- [2] 虞烈,刘恒.转子-轴承系统动力学[M].西安:西安 交通大学出版社,2001:155-158.
- [3] 闻邦椿,顾家柳,夏松波,等.高等转子动力学-理论、 技术与应用[M].北京:机械工业出版社,1999:24-30.
- [4] 钟一谔,何衍宗,王正,等.转子动力学[M].北京: 清华大学出版社,1987:243-247.
- [5] Newmark N M. A Method of computation for structural dynamics[J]. Journal of Engineering Mechanics Division,1959, 85(1): 67-94.
- [6] Muthy V R. Dynamic characteristic of rotor blades[J]. Journal o f Sound and Vibration, 1978, 49(4):

483-500.

- [7] 费钟秀.复杂转子耦合系统有限元建模及其动力特性 研究[D].杭州:浙江大学,2013.
- [8] 商大中,李宏亮. 叶轮与轴耦合振动的传递矩阵法分 析及仿真计算[J]. 华东船舶工业学院学报:自然科学版,2002,16(6): 37-42.

Shang Dazhong, Li Hongliang. Anlaysis and emulation of coupled vibration of bladed disc and shaft by means of transfer matrix[J]. Journal of East China Shipbuilding Institute: Natural Science Edition, 2002, 16(6): 37-42. (in Chinese)

- [9] Soares C A M, Petyt M, Salama A M. Finite element analysis of bladed disks, structural dynamic aspects of bladed disk assemblies [C] // American Society of Mechianical Engineers Winter Annual Meeting. New York: The American Society of Mechanical Engineers, 1976: 73-91.
- [10] Soares C A M, Petyt M. Finite element dynamic analysis of practical bladed discs[J]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 61(4): 561-570.
- [11] Michimura S, Nagamatsu A, Ikevchi T, et al. Vibration analysis on bladed disk assemblies of axial-flow turbines[J]. Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineering, 1981, 24(197): 1988-1993.

- [12] 张文,陈运西.叶片-盘-轴整体转子振动特性分析
 [J]. 航空动力学报,1994,9(2):120-124.
 Zhang Wen, Chen Yunxi. Vibration anlaysis of the whole rotor with blade-disk and shaft[J]. Journal of Aerospace Power, 1994,9(2):120-124. (in Chinese)
- [13] 张文. 转子动力学理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 1991: 57-62.
- [14] Chun S B, Lee C W. Vibration Analysis of shaft-bladed disk system by using substructure synthesis and assumed modes method[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 189(5): 587-608.
- [15] Genta G. Dynamics of rotating systems [M]. New York: Springer US, 2005: 170-173.



第一作者简介:孙原理,男,1983年10 月生,工程师。主要研究方向为核动力 工程。

E-mail:sy1850122@126.com

欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管,南京航空航天大学和全国高校机械工程测试技术研究会联合主办,是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献,包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等,不拘泥于行业和测试项目。

本刊为 EI Compendex 数据库收录期刊和中文核心期刊,双月刊,每逢双月末出版,每本定价 30 元,全年 180 元。欢迎订阅和投稿,欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址:南京市御道街 29 号 邮政编码:210016 电话:(025)84893332 传真:(025)84893332 E-mail:qchen@nuaa.edu.cn 网址:http://zdcs.nuaa.edu.cn