

软式非线性同步振动沉桩系统的动力学分析*

张楠¹, 邱燕超¹, 张学良², 闻邦椿²

(1. 北京建筑大学城市轨道交通车辆服役性能保障北京市重点实验室 北京, 102616)

(2. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

摘要 对软式非线性同步振动沉桩系统进行动力学特性研究。首先, 建立同步振动沉桩系统的软式非线性振动模型, 采用一次近似解的幅频特性方程判定系统周期解稳定性问题; 然后, 利用选取的参数分析系统幅频特性关系, 并且根据幅频特性曲线确定系统多解处的稳定解问题, 以及讨论沉桩系统参数(激振频率、土的刚度和阻尼、激振器的偏心距等)对系统动力学特性的影响; 最后, 基于 Matlab/Simulink 采用四阶龙格-库塔法运算程序进行数值仿真确定系统周期解稳定性。通过理论和仿真系统地分析了系统周期解的稳定性特性, 以及系统各参数对系统周期解的影响。

关键词 非线性振动; 幅频特性; 稳定性; 同步振动沉桩系统

中图分类号 TH113.1; O322

引言

同步振动沉桩系统是通过两激振电机回转, 进行振动沉桩的。在振动沉桩系统沉桩过程中, 激振电机上的偏心转子反向回转, 只产生垂直方向的激振力来达到沉桩的目的。由双激振电机偏心转子反向回转所组成的振动沉桩系统称为自同步振动沉桩系统。当非线性自同步振动沉桩系统的激振电机的激振频率与系统的一阶固有频率接近一致时, 其激振电机的激振频率被系统的一阶固有频率所俘获, 此时称为系统发生频率俘获现象^[1-2]。系统在频率俘获情况下, 系统的沉桩振幅最大、沉桩速度快、沉桩效率高。

自同步振动系统中存在各种形式的非线性因素, 而自同步振动系统中非线性因素将对系统的动力学行为产生重要的影响^[3-5]。关于自同步振动系统, 国内外许多学者从线性或拟线性化角度把系统简化为理想系统进行动力学特性分析^[6-9], 有少数学者也考虑到系统模型的非线性特性^[10]。另外许多同步振动系统是在远超共振状态下进行相关研究^[11-15], 这些研究并没系统研究系统周期解的稳定性。系统解的稳定性是同步振动系统重要的特性, 因此, 需深入研究同步振动系统的非线性动力学行为及其周期解稳定性。

1 建立模型

在同步振动沉桩系统工作过程中, 桩土相互作用非常复杂, 根据土壤应力-应变关系, 把桩土之间相互作用采用软式非线性弹性力来表示土壤的非线性特性, 软式非线性弹性力可表示为 $k(y) = ky - \epsilon k'y^3$, 式中 k 为土壤线性弹性刚度, y 为桩的位移, ky 为线性弹性力, ϵ 为非线性系数(为小的整数), $\epsilon k'y^3$ 为非线性弹性力, 通常要比 ky 小。当同步振动沉桩系统的激振力由电动机驱动时, 双激振电机反向回转, 振动沉桩系统在垂直方向工作, 其振动沉桩系统非线性动力学模型如图 1 所示。图中, Oxy 为非线性振动系统坐标系, O 为振动沉桩中心(同时为两激振电机回转轴心连线的中点), O_1, O_2 为两激振器回转轴心。

采用拉格朗日方程得到桩-土耦合动力学模型如下

$$\begin{cases} m\ddot{y} + c\dot{y} + ky - \epsilon k'y^3 = m_1 r_1 (-\ddot{\varphi}_1 \cos\varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \sin\varphi_1) - m_2 r_2 (\ddot{\varphi}_2 \cos\varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin\varphi_2) \\ J_{O_1} \ddot{\varphi}_1 = T_{m1} - T_{f1} - c_1 \dot{\varphi}_1 - m_1 r_1 \ddot{y} \cos\varphi_1 - m_1 r_1 g \cos\varphi_1 \\ J_{O_2} \ddot{\varphi}_2 = T_{m2} - T_{f2} - c_2 \dot{\varphi}_2 - m_2 r_2 \ddot{y} \cos\varphi_2 - m_2 r_2 g \cos\varphi_2 \end{cases} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助项目(51605022); 北京建筑大学科学研究基金资助项目(00331616043)

收稿日期: 2015-12-01; 修回日期: 2016-04-08

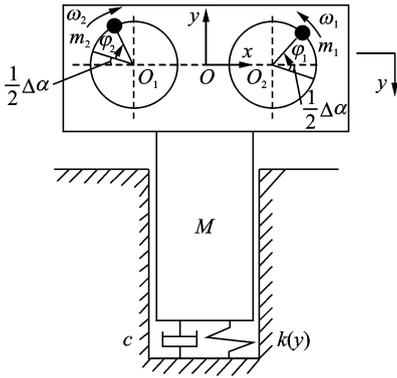


图 1 非线性动力学模型

Fig.1 Nonlinear dynamic model

其中: y, \dot{y}, \ddot{y} 分别为竖直方向的位移、速度、加速度; $m = M + m_1 + m_2$, m 为振动沉桩系统的总质量, M 为振动桩锤的质量, m_1, m_2 分别为两个偏心块的质量; $r_i (i = 1, 2)$ 分别为偏心块绕着回转轴心的半径; $\varphi_i, \dot{\varphi}_i (\omega_i), \ddot{\varphi}_i (i = 1, 2)$ 分别为偏心块的角位移、角速度、角加速度; c 为土壤作用在桩锤上的阻尼; $c_i (i = 1, 2)$ 分别表示电机 i 转轴的阻尼; $J_{O_i} (i = 1, 2)$ 为电机 i 绕 O_i 的转动惯量; $T_{m_i} (i = 1, 2)$ 分别为电机轴上的电磁转矩; $T_{f_i} (i = 1, 2)$ 分别为电机轴上的负载转矩。

2 模型解析

当两激振器偏心块反向回转同步运行时, 并利用振动沉桩系统的谐振原理, 使桩振动而沉入地层。系统在频率俘获状态下, 认为两个电机的旋转角速度相同, 即 $\omega_1 = \omega_2$ 。由于偏心块同步运转, 设两轴(两偏心块)的平均转速为 $\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, 令 φ 为平均相位, 则 $\dot{\varphi} = \bar{\omega}$ 。同时, 并令 $\varphi_1 = \varphi + \frac{1}{2} \Delta\alpha, \varphi_2 = \varphi - \frac{1}{2} \Delta\alpha$, 为两激振器偏心块的相位差角。系统在稳定的状态下, 偏心块的角加速度为 0, 即 $\ddot{\varphi}_i = 0$ 。设 $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, 2\xi\omega_n = \frac{c}{m}$ 。当偏心块偏心距相等, 即 $m_1 = m_2 = m_0, r_1 = r_2 = r_0$ 。那么, $F = \frac{2m_0 r_0 \bar{\omega}^2 \cos \frac{1}{2} \Delta\alpha}{m}$ 。经上述参数变化, 式(1)中的第一个式子可变换并整理得

$$\ddot{y} + \omega_n^2 y = -2\xi\omega_n \dot{y} + \varepsilon\omega_0 y^3 + F \cos(\varphi - 90^\circ) \quad (2)$$

当激振频率与系统第一固有频率相接近时, 即 $\bar{\omega} \approx \omega_n$ 。利用多尺度法进行计算频率俘获情况下系

统的一次近似稳态解, 引进谐波参数 σ , 于是 $\bar{\omega} = \omega_n + \varepsilon\sigma$, 设 $2\xi\omega_n = 2\varepsilon u, F = \varepsilon F_0$, 式(2)变为 $\ddot{y} + \omega_n^2 y =$

$$\varepsilon \{ -2u\dot{y} + \omega_0 y^3 + F_0 \cos[(\omega_n + \varepsilon\sigma)t - 90^\circ] \} \quad (3)$$

研究式(3)的一次近似解时只要采用两个不同的时间尺度 T_0 和 T_1 , 其中 $T_0 = t, T_1 = \varepsilon t$ 。设式(3)近似解为 $y(t, \varepsilon) = y_0(T_0, T_1) + \varepsilon y_1(T_0, T_1)$ 且求导表示为 $D_n = \frac{\partial}{\partial T_n}$ 。将近似解带入式(3)中得

$$D_0^2 y_0 + 2\varepsilon D_0 D_1 y_0 + \varepsilon^2 D_1^2 y_0 + \varepsilon D_0^2 y_1 + 2\varepsilon^2 D_0 D_1 y_1 + \varepsilon^3 D_1^2 y_1 + \omega_n^2 y_0 + \varepsilon\omega_n^2 y_1 = -2\varepsilon u (D_0 y_0 + \varepsilon D_1 y_0 + \varepsilon D_0 y_1 + \varepsilon^2 D_1 y_1) + \varepsilon\omega_0^2 (y_0 + \varepsilon y_1)^3 + \varepsilon F_0 \cos[(\omega_n + \varepsilon\sigma)t - 90^\circ] \quad (4)$$

其中所有的 ε 系数相等, 得

$$\begin{cases} D_0^2 y_0 + \omega_n^2 y_0 = 0 \\ D_0^2 y_1 + \omega_n^2 y_1 = -2D_0 D_1 y_0 - 2u D_0 y_0 \\ \quad + \omega_0^2 y_0^3 + F_0 \cos(\omega_n T_0 + \sigma T_1 - 90^\circ) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)第一个式子得到 y_0 的通解 $y_0 = C(T_1) \cdot e^{j\omega_n T_0} + \bar{C}(T_1) e^{-j\omega_n T_0}$, 其中 C 和 \bar{C} 代表共轭的复数。将通解代入式(5)第二个式子中得到

$$D_0^2 y_1 + \omega_n^2 y_1 = -[2j\omega_n (\dot{C} + uC) - 3\omega_0^2 C^2 \bar{C}] e^{j\omega_n T_0} - [-2j\omega_n (\dot{C} + u\bar{C}) - 3\omega_0^2 C \bar{C}^2] e^{-j\omega_n T_0} + \omega_0^2 C^3 e^{j3\omega_n T_0} + \omega_0^2 \bar{C}^3 e^{-j3\omega_n T_0} + \frac{1}{2} F_0 e^{j(\sigma T_1 - 90^\circ)} e^{j\omega_n T_0} + \frac{1}{2} F_0 e^{-j(\sigma T_1 - 90^\circ)} e^{-j\omega_n T_0} \quad (6)$$

需要去掉长期项的条件是

$$2j\omega_n (\dot{C} + uC) - 3\omega_0^2 C^2 \bar{C} - \frac{1}{2} F_0 e^{j(\sigma T_1 - 90^\circ)} = 0 \quad (7)$$

对于 y_0 是一阶近似解, y_0 中的 C 仅是 T_1 的函数, 故可假设 $C = \frac{1}{2} \alpha(T_1) e^{j\beta(T_1)}$, 则 $\bar{C} = \frac{1}{2} \alpha(T_1) e^{-j\beta(T_1)}$ 。代入式(7)中得

$$j\alpha' \cos\beta - j\alpha\beta' \sin\beta - \alpha' \sin\beta - \alpha\beta' \cos\beta + j\alpha\alpha \cos\beta - \alpha\alpha \sin\beta - \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} \alpha^3 \cos\beta - j \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} \alpha^3 \sin\beta - \frac{1}{2\omega_n} F_0 \cos(\sigma T_1 - 90^\circ) - j \frac{1}{2\omega_n} F_0 \sin(\sigma T_1 - 90^\circ) = 0 \quad (8)$$

式(8)中所有实部和虚部相等, 可以得

$$\begin{aligned} \alpha' \cos\beta - \alpha\beta' \sin\beta = \\ -\alpha\alpha \cos\beta + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} \alpha^3 \sin\beta + \frac{1}{2\omega_n} F_0 \sin(\sigma T_1 - 90^\circ) - \\ \alpha' \sin\beta - \alpha\beta' \cos\beta = \\ \alpha\alpha \sin\beta + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} \alpha^3 \cos\beta + \frac{1}{2\omega_n} F_0 \cos(\sigma T_1 - 90^\circ) \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)中第 1 个式子乘以 $\sin\beta$ 与第 2 个式子乘以 $\cos\beta$ 然后相加, 或者式(9)中第 1 个式子乘以

$\cos\beta$ 与第2个式子乘以 $\sin\beta$ 然后相减,最终整理得到下面两个式子,即

$$\begin{cases} \alpha\beta' = -\frac{3\omega_0^2}{8\omega_n}\alpha^3 - \frac{F_0}{2\omega_n}\cos(\sigma T_1 - 90^\circ - \beta) \\ \alpha' = -u\alpha + \frac{F_0}{2\omega_n}\sin(\sigma T_1 - 90^\circ - \beta) \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)变换为一个自治系统(即不显含 T_1 的系统),设, $\gamma' = \sigma - \beta'$, $\beta' = \sigma - \gamma'$,则式(10)变为

$$\begin{cases} \alpha\gamma' = \alpha\sigma + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n}\alpha^3 + \frac{F_0}{2\omega_n}\cos\gamma \\ \alpha' = -u\alpha + \frac{F_0}{2\omega_n}\sin\gamma \end{cases} \quad (11)$$

由于系统在稳定状态时,其 $\alpha' = \beta' = 0$,因此式(11)变为

$$\begin{cases} \alpha\sigma + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n}\alpha^3 = -\frac{F_0}{2\omega_n}\cos\gamma \\ u\alpha = \frac{F_0}{2\omega_n}\sin\gamma \end{cases} \quad (12)$$

式(12)中的两个式子平方后相加得

$$\left[u^2 + \left(\sigma + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n}\alpha^2 \right)^2 \right] \alpha^2 = \frac{F_0^2}{4\omega_n^2} \quad (13)$$

式(12)相除得: $\tan\gamma = \frac{-u}{\sigma + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n}\alpha^2}$.

式(13)整理得

$$(\xi\omega_n)^2 + \left(\bar{\omega} - \omega_n + \frac{3\epsilon\omega_0^2}{8\omega_n}\alpha^2 \right)^2 \alpha^2 = \frac{F^2}{4\omega_n^2} \quad (14)$$

因此,振动沉桩系统频率俘获情况下的一次近似解为

$$\begin{aligned} y_0 &= C(T_1)e^{j\omega_n T_0} + \bar{C}(T_1)e^{-j\omega_n T_0} = \frac{1}{2}\alpha e^{j\beta} e^{j\omega_n T_0} + \\ &\frac{1}{2}\alpha e^{-j\beta} e^{-j\omega_n T_0} = \frac{1}{2}\alpha e^{j(\omega_n T_0 + \beta)} + \frac{1}{2}\alpha e^{-j(\omega_n T_0 + \beta)} = \\ &\alpha \cos(\omega_n T_0 + \sigma T_1 - \gamma - 90^\circ) \end{aligned} \quad (15)$$

由于 $\beta = \sigma T_1 - \gamma - 90^\circ$,因此 $y_0 = \alpha \cos(\omega_n t + \epsilon \sigma t - \gamma - 90^\circ)$,由于 $\bar{\omega} t = (\omega_n + \epsilon \sigma)t$,所以 $y_0 = \alpha \cos(\bar{\omega} t - 90^\circ - \gamma) = \alpha \cos[90^\circ - (\bar{\omega} t - \gamma)]$.因此,系统的一次近似解为

$$y = \alpha \sin(\bar{\omega} t - \gamma) \quad (16)$$

其中参数由式(14)确定。

3 系统解的稳定性

如果确定式(13)中的 α 和 γ ,就可以确定原系统的一个周期解即式(16)。因此分析 α 和 γ 的稳定性问题,就能确定系统解的稳定性问题。于是,可以把式(11)进行变换求解,设

$$\begin{cases} x = \alpha \cos\gamma \\ z = \alpha \sin\gamma \end{cases} \quad (17)$$

式(11)整理得到

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} \cos\gamma + \frac{dz}{dt} \sin\gamma = -u\alpha + \frac{F_0}{2\omega_n} \sin\gamma \\ -\frac{dx}{dt} \sin\gamma + \frac{dz}{dt} \cos\gamma = \alpha\sigma + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} \alpha^3 + \frac{F_0}{2\omega_n} \cos\gamma \end{cases} \quad (18)$$

式(18)第1式乘以 $\cos\gamma$ 与第2式乘以 $\sin\gamma$ 相减得

$$\frac{dx}{dt} = -u x - \sigma z - \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} y(x^2 + z^2) \quad (19)$$

同理,式(18)第1式乘以 $\sin\gamma$ 与第2式乘以 $\cos\gamma$ 相加得

$$\frac{dz}{dt} = -u z + \sigma x + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} x(x^2 + z^2) + \frac{F_0}{2\omega_n} \quad (20)$$

式(19)和(20)整理得到新的方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -u x - \sigma z - \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} z(x^2 + z^2) \\ \frac{dz}{dt} = \sigma x - u z + \frac{3\omega_0^2}{8\omega_n} x(x^2 + z^2) + \frac{F_0}{2\omega_n} \end{cases} \quad (21)$$

式(11)左端为零整理为式(14),式(14)可得稳定周期解系统中的 α 和 γ ,设其中一个解为 α_0 和 γ_0 ,则对应式(17)的定常解为 (x_0, z_0) 处,即 $x_0^2 + z_0^2 = \alpha_0^2$,可以得到式(21)在 (x_0, z_0) 处的雅可比矩阵。如果式(21)在 (x_0, z_0) 处的雅可比矩阵特征根实部为负,则系统周期解是渐进稳定的;如果式(21)在 (x_0, z_0) 处的雅可比矩阵特征根实部为正,系统周期解是不稳定的;如果特征根实部为零,系统周期解稳定性不能确定。

4 幅频特性分析

选取一定参数计算 $m = 10 \text{ kg}$, $k = 40 \text{ N/m}$, $c = 0.4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $k_1 = 32 \text{ N/m}$, $\epsilon = 0.5$, $\Delta\alpha = \frac{\pi}{6}$, $m_0 = 2.5 \text{ kg}$, $r_0 = 0.08 \text{ m}$ 。根据式(14)是系统在频率俘获情况下幅频特性方程,采用Matlab绘制幅频特性曲线,如图2所示。

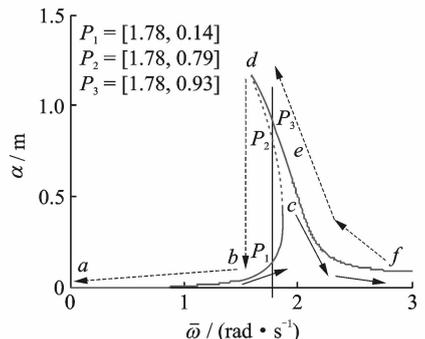


图2 幅频特性

Fig. 2 Amplitude-frequency characteristic

图2显示了软式非线性振动系统在频率俘获情况时振幅随激振频率的变化曲线。由图可知,虚线段为不稳定解,即图 cd 段。非线性因素的存在导致了振幅的多值性,从而导致了跳跃现象。激振频率 $\bar{\omega}$ 从0缓慢增加,此时振幅值沿 abc 缓慢增加,直到图中的 c 点。在 c 点时只要激振频率 $\bar{\omega}$ 有微小的增加,就会突然发生从 c 点到 e 点的自发跳跃,此时系统发生跳跃现象(也称振幅突变),最后随着激振频率增加到 π ,振幅从 e 到 f 点。如果激振频率 $\bar{\omega}$ 从 π 缓慢减小,则会沿图2中虚线箭头所指方向,从 f 出发经 e 到 d 点时,然后就发生从 d 点到 b 点的跳跃,也就是系统此刻发生跳跃现象。随后振幅值随着激振频率的减小缓慢地减小,最终回到 a 点。

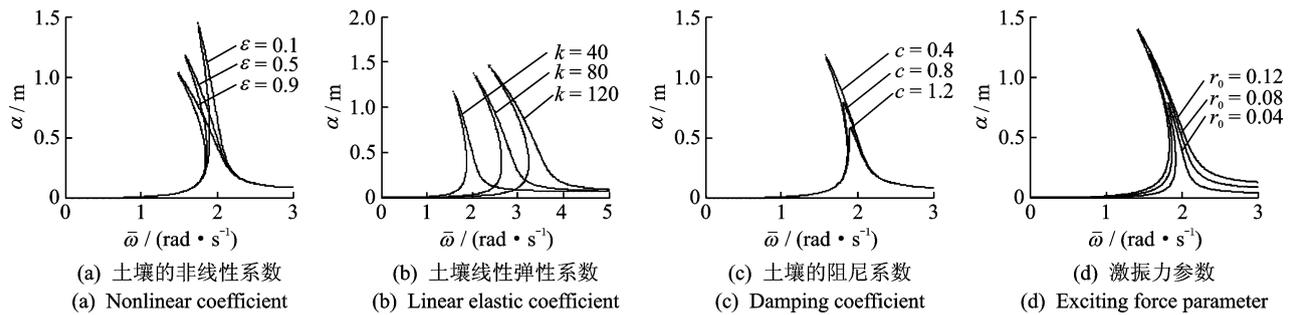


图3 参数变化对振幅的影响

Fig. 3 Influence of parameter variation on amplitude

5 系统解的稳定性计算与仿真

式(21)的雅可比矩阵的特征方程为

$$(\lambda + 0.04)^2 = -4[\bar{\omega} - (2 - 0.3a_0^2)][\bar{\omega} - (2 - 0.9a_0^2)] \quad (22)$$

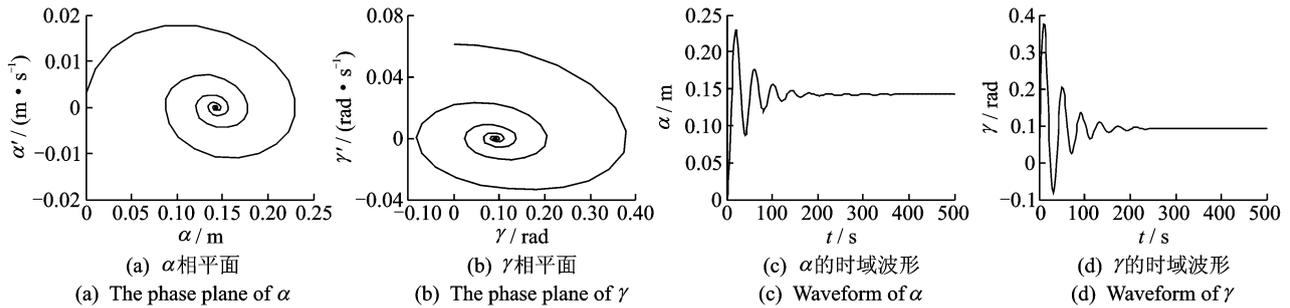
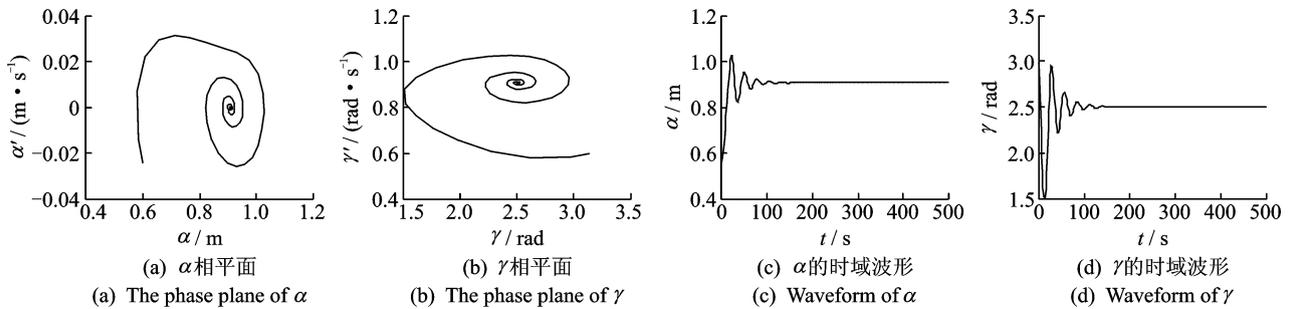
根据系统频率俘获情况下幅频特性曲线(图2),找到相应的3个点 $P_1 = [1.78, 0.14]$, $P_2 = [1.78, 0.79]$, $P_3 = [1.78, 0.93]$,其中 P_2 应该是不稳定的点, P_1 和 P_3 应该是稳定点。在 $P_1 = [1.78, 0.14]$ 时,即 $\bar{\omega} = 1.78 \text{ rad/s}$, $a_0 = 0.14 \text{ m}$ 时代入特征根方程式(22),得到 $\lambda = -0.04 \pm i\sqrt{0.17333}$,表明特征根的实部为负,因此 P_1 点处的周期解是渐进稳定的;同理在 $P_2 = [1.78, 0.79]$ 时, $\lambda = 0.17$,也就是特征根的实部为正,因此 P_2 点处的系统周期解是不稳定的;当 $P_3 = [1.78, 0.93]$ 时, $\lambda = -0.04 \pm i\sqrt{1.018}$,实部为负,因此 P_3 点处的系统周期解是稳定的。表明分析结果与软式非线性振动系统的幅频特性一致,理论与数据代入分析相吻合。

此特性满足软式非线性系统的特点。

系统参数变化导致幅频特性变化如图3所示。由图显示,整个系统的其他参数不变,仅改变土壤的非线性系数 ϵ ,随着 ϵ 变小,振幅显著增加,且软式非线性系统就越接近线性振动系统,如果系统不考虑非线性因素时,即 $\epsilon = 0$,则曲线变为线性系统幅频特性曲线。当增大土壤线性弹性系数 k ,幅频特性曲线向右移动,由于激振频率产生激振力,激振频率不断变化,激振力也是变化的,因此幅频特性曲线弯曲程度有些变大。当减小土壤阻尼系数 c 或者增加激振力上的偏心距(偏向转子的半径 r_0 与质量 m_0 的乘积),比如增加偏心块半径时,同步振动沉桩系统的振幅峰值增大,曲线弯曲程度变大。

系统解的稳定性问题也可以用相平面图来分析,根据图2所对应的3个点 P_1, P_2, P_3 ,当激振频率 $\bar{\omega} = 1.78 \text{ rad/s}$ 根据式(11)并利用Matlab/Simulink数值分析计算得到相平面图和时域波形图如图4和图5。由图4显示,在同步振动沉桩系统发生频率俘获情况下,如果激振频率 $\bar{\omega} = 1.78 \text{ rad/s}$ 和系统一次近似解振幅 α 和相位 γ 的初始值为零($\alpha_{t=0} = 0 \text{ m}$, $\gamma_{t=0} = 0 \text{ rad}$),振幅和相位都经历较大振荡后,最终,振幅 α 稳定在 0.14 m ,相位 γ 稳定在 0.09 rad 左右,对应图2中的 P_1 点($P_1 = [1.78, 0.14]$)。由图5显示,如果初始振幅 α 为 0.6 m ,初始相位 γ 为 3.14 rad ($\alpha_{t=0} = 0.6 \text{ m}$, $\gamma_{t=0} = 3.14 \text{ rad}$),系统的振幅和相位同样经历较大的振荡后,最终,系统的振幅 α 稳定在 0.93 m 左右,相位 γ 稳定在 2.5 rad 左右,对应图2中的 P_3 点($P_3 = [1.78, 0.93]$)。

由仿真分析可知,无论初始条件如何,对于激振频率在 $\bar{\omega} = 1.78 \text{ rad/s}$ 时,系统的稳定解可能出现在 P_1 或者 P_3 两点,未有 P_2 点(如图2)。结果表明,系统发生频率俘获情况下的幅频特性曲线的多

图4 $\alpha_{r=0}=0\text{ m}, \gamma_{r=0}=0\text{ rad}$ 时相平面图和轨迹图Fig. 4 Phase plane and waveform in $\alpha_{r=0}=0\text{ m}$ and $\gamma_{r=0}=0\text{ rad}$ 图5 $\alpha_{r=0}=0.6\text{ m}, \gamma_{r=0}=3.14\text{ rad}$ 时相平面图和轨迹图Fig. 5 Phase plane and waveform in $\alpha_{r=0}=0.6\text{ m}, \gamma_{r=0}=3.14\text{ rad}$

解处有3个定常解,其中有两个是稳定的,这两个是可以实现的,而另外一个是不稳定的,在任何实验和仿真中都不能实现。系统达到哪一个稳定解由初始条件决定,也就是说软式非线性同步振动沉桩系统的稳定解依赖于初始条件,而这与线性系统不同。因此,在同步振动沉桩系统中,适当的初始位移,能够获得大的沉桩振幅,并实现沉桩速度快,沉桩效率高。

6 结论

1) 理论推导系统在频率俘获情况下一次近似解,以及理论上讨论周期解的稳定性判据问题,也利用幅频特性方程和稳定解相平面图来实际分析系统解的稳定性问题,且理论和计算仿真分析相一致。

2) 同步振动沉桩系统的激振频率在一定范围时,系统将出现多个定常解,两个是稳定的,而另一个是不稳定的。系统最终稳定在那个稳定点取决于系统的初始条件,而出现跳跃现象的地方,都是自发跳跃到稳定点位置而与初始条件无关。选择合适的初始位移,以便获得大的沉桩振幅。

3) 在保证系统发生频率俘获的前提下,适当改

变系统参数,可以提高系统的最大振幅的平稳性。表明土壤阻尼小、土壤的刚度大或者增加激振力,可增大振幅并提高系统的沉桩速度。

参 考 文 献

- [1] Blekhman I I. The Setting up of the self-synchronization problem of the dynamic objects with internal degrees of freedom and methods of its solution[J]. Journal of Biological Chemistry, 2014, 260(24): 13321-13327.
- [2] Zhao Chunyu, Zhao Qinghua, Zhang Yimin, et al. Synchronization of two non-identical coupled exciters in a non-resonant vibrating system of plane motion[J]. Journal of Mechanical Science & Technology, 2011, 25(1): 49-60.
- [3] Panovko G Y, Shokhin A E, Ereimeikin S A. Experimental analysis of the oscillations of a mechanical system with self-synchronized inertial vibration exciters [J]. Journal of Machinery Manufacture & Reliability, 2015, 44(6): 492-496.
- [4] Pound B, Macala J, Mokhothu N. Theoretical and experimental study on synchronization of the two homodromy exciters in a non-resonant vibrating system[J].

- Shock & Vibration, 2013, 20(2):327-340.
- [5] 来鑫, 乌建中, 阮博. 桩锤同步振动系统的机电耦合数值仿真分析与试验[J]. 振动工程学报, 2012, 25(2): 167-173.
- Lai Xin, Wu Jianzhong, Yuan Bo. Numerical simulation and experiments on electromechanical coupling characteristics of pile hammer synchronous vibration system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(2): 167-173. (in Chinese)
- [6] Zhang Xueliang, Wen Bangchun, Zhao Chunyu. Experimental investigation on synchronization of three co-rotating non-identical coupled exciters driven by three motors[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(13): 2898-2908.
- [7] 李鹤, 刘丹, 赵春雨, 等. 双机驱动无摆动振动机的自同步理论研究[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(3): 541-546.
- Li He, Liu Dan, Zhao Chunyu, et al. Self-synchronous theory of no-swing vibrating machine driven by dual-motor[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(3):541-546. (in Chinese)
- [8] Zhao Chunyu, Wen Bangchun, Zhang Xueliang. Synchronization of the four identical unbalanced rotors in a vibrating system of plane motion[J]. Science China Technological Sciences, 2010, 53(2):405-422.
- [9] 李叶, 李鹤, 耿志远, 等. 手持式振动机械的同步问题[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(S1):9-14.
- Li Ye, Li He, Geng Zhiyuan, et al. Self-synchronization of hand-held vibrating machinery[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(S1): 9-14. (in Chinese)
- [10] 李小号, 陈述平, 刘杰. 非线性振动系统基于频率俘获现象的谐振同步分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(3):100-107.
- Li Xiaohao, Chen Shuping, Liu Jie. Harmonic vibration synchronization analysis of nonlinear vibration system based on frequency catching phenomenon[J]. Journal of Mechanical Engineering. 2014, 50(3): 100-107. (in Chinese)
- [11] Fang Pan, Yang Qiming, Hou Yongjun, et al. Theoretical study on self-synchronization of two homodromy rotors coupled with a pendulum rod in a far-resonant vibrating system[J]. Journal of Vibroengineering, 2014, 16(5):2188-2204.
- [12] Zhang Xueliang, Wen Bangchun, Zhao Chunyu. Vibratory synchronization and coupling dynamic characteristics of multiple unbalanced rotors on a mass-spring rigid base[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2013, 60(2):1-8.
- [13] Alqahtani A, Khenous H B, Aly S. Self-synchronization in a system of nonlinear van der pol oscillators[J]. Applied Mathematics, 2015, 6(6): 922-932.
- [14] Potapenko M A. Influence of an additional degree of freedom of the oscillating part of a system on the self-synchronization of mechanical vibration exciter [J]. Journal of Machinery Manufacture & Reliability, 2015, 44(6):497-501.
- [15] Zhang Xueliang, Zhao Chunyu, Wen Bangchun. Synchronization of three non-identical coupled exciters with the same rotating directions in a far-resonant vibrating system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(9): 2300-2317.



第一作者简介:张楠,女,1979年10月生,博士、讲师。主要研究方向为机械动力学、振动同步。曾发表《脉动流诱发振动转子密封系统特性分析》(《清华大学学报》2014年第54卷第7期)等论文。
E-mail: zhangnan@bucea.edu.cn