

剪切型阻尼 U 型柔性铰链设计与实验分析*

陈桂生^{1,2}, 张宪民^{1,2}, 陈 忠^{1,2}

(1. 华南理工大学广东省精密装备与制造技术重点实验室 广州, 510641)

(2. 华南理工大学机械与汽车工程学院 广州, 510641)

摘要 根据柔性铰链的无阻尼结构特点, 并利用黏弹性阻尼材料的剪切损耗特性, 提出一种剪切型阻尼 U 型柔性铰链的结构模型, 并结合 GHM(Goulla-Hughes-MacTavish, 简称 GHM) 黏弹性理论模型建立带阻尼铰链动力学方程。该铰链通过提高外加黏弹性阻尼层材料的剪切效应, 达到增强结构阻尼目的。为了测试剪切型阻尼结构对该 U 型铰链的振动抑制效果, 对其进行自由振动信号测试和动态力学分析(dynamic mechanical analysis, 简称 DMA) 实验。结果显示, 该阻尼结构能使铰链结构在 120~150 Hz 的共振频段内因振幅增大, 阻尼层剪切效应加剧, 出现明显的阻尼损耗峰值, 有效增强了铰链的结构阻尼。

关键词 柔性铰链; 黏弹性阻尼; GHM 模型; 动态力学分析

中图分类号 TH122

引 言

柔性机构经常被用于精密超精密工程领域, 例如精密定位系统^[1], 高精度光纤对接^[2], 微型夹具^[3]和微机电系统^[4]等。柔性铰链是柔性机构的主要变形部位, 在柔性机构中扮演重要角色。与传统机构链接铰链相比, 柔性铰链具有零冲击、零摩擦、免润滑等特点, 因此能获得精准的位移输出。根据 Paros 等^[5]对柔性铰链的理论研究, 国内外已经能够成熟地设计出各种不同的缺口型柔性铰链。根据载荷变形特性能够精确地计算出柔性铰链的结构尺寸。目前, 成熟的缺口型柔性铰链包括正圆形柔性铰链^[5]、正椭圆形柔性铰链^[6]、角圆型柔性铰链^[7]、抛物线和双曲线柔性铰链^[8]、摆线柔性铰链^[9]、V 型柔性铰链^[9-10]及具有一般性模型的二次曲线柔性铰链^[11-12]等, 还有各种各样的混合柔性铰链^[13-14]。然而, 目前对于铰链的设计往往只考虑铰链的旋转能力、旋转精度、对输入的灵敏度和最大应力承受能力等, 很少考虑铰链的结构阻尼。Sterling 等^[15]设计了一个带阻尼约束层的正交平面弹簧, 能抑制动态力学响应。另外有学者在建立柔顺机构的动力学模

型的时候, 只考虑整个系统的等效阻尼而不是针对单个铰链进行研究, 特别是只针对压电陶瓷驱动器的阻尼。

柔性机构在压电陶瓷驱动器的驱动下, 容易因交变应力的作用而产生振动。当交变应力的激励频率与铰链的固有频率相同时, 会发生共振。因此, 如何增加柔性驱动系统的阻尼显得十分重要, 这将在更宽的频带内提高柔性机构驱动系统的定位精度并且减少其复杂性, 降低共振峰值。在柔性铰链上植入黏弹性阻尼材料, 通过耗散铰链振动的能量, 是达到减小振动目的的有效技术手段。目前, 工程上添加结构阻尼的方式主要有两种: 主动型和被动型阻尼处理^[16-19]。相比主动型阻尼处理采用的压电陶瓷材料, 被动型阻尼处理采用的黏弹性阻尼材料具有刚度低、处理方式简单、阻尼效果明显等特点。黏弹性阻尼材料的弹性模量比较小, 可以被忽略, 而压电陶瓷材料弹性模量比金属基底层还要大, 且需要外部能量输入, 增加了系统复杂性。因此, 被动型阻尼处理方式将更加适合柔性铰链结构。当柔性铰链发生弯曲振动时, 结构中的阻尼材料会随着铰链一起振动, 在内部产生拉压变形或剪切变形, 形成内耗, 将机械能转化为热能散失, 进而达到减震目的。

* 广东省科技攻关资助项目(2014B090917001, 2015B020239001); 广州市科技计划资助项目(2015090330001); 广东省自然科学基金资助项目 2016A030313481

收稿日期: 2016-01-13; 修回日期: 2016-03-25

1 剪切型阻尼柔性铰链结构设计

1.1 黏弹性阻尼材料特性分析

黏弹性阻尼材料是高分子聚合物和各种添加剂的复合体,其阻尼特性主要源于聚合物的内部摩擦损耗。阻尼材料在强迫振动中产生响应振幅的位移或形变滞后于外加载荷,造成材料内部强烈的变形挤压,达到了振动衰减的目的。黏弹性材料的力学性能介于弹性固体和黏性液体之间,同时具备弹簧的性质和流体的性质。黏弹性材料分子链之间的内摩擦,是造成能量耗散的主要原因。

1.2 剪切型阻尼 U 型柔性铰链结构设计

柔性铰链是柔性机构的关节,当柔性机构受到驱动力时,弯曲变形集中于铰链处,使得柔性铰链称为能量变换的集中区域。因此,如何利用铰链的变形,结合黏弹性材料的阻尼特性,设计高效率的阻尼结构,是研究的主要目标。由于材料的阻尼产生于材料变形时内部分子链的内摩擦,可以将材料敷设于铰链剪切变形最大的部位,充分利用结构变形时产生的剪切效应,提高分子内摩擦程度,达到高效的阻尼效果,同时可以减小阻尼材料对结构刚度的影响。基于前期对阻尼型铰链的研究^[20],证实了约束层阻尼结构应用于柔顺铰链结构设计中的明显减振效果。为了更高效地利用黏弹性阻尼材料的剪切耗能特点,笔者设计了一种剪切型阻尼 U 型柔性铰链,如图 1 所示,铰链受驱动力作用时,U 型部位发生柔性弯曲,实现运动的传递。U 型部位两侧分别分布了 2~3 个微型钳口,每个钳口用来固定一片铝合金薄膜(称为约束层),薄膜另一端自由悬空。最后,在每两层铝合金薄膜之间填充黏弹性阻尼材料:氯丁橡胶。氯丁橡胶自身的黏性使其与铝合金薄膜紧密贴合。本研究所采用的材料具有黏性高、弹性低的特点,当其发生形变时,材料内部的拉压效应可以忽略,阻尼效应的产生以剪切效应为主。如图 1 所示,在交变应力的作用下,U 型柔性铰链发生弹性变形,并且开口处的位移变化最大,位移变化值自上而下由大到小递减(图 1 中若干参数的具体数值见 2.2 节)。此时,填充于薄膜之间的阻尼材料在其两侧薄膜的拉动下,产生剧烈的剪切形变,进而发生材料内摩擦损耗,产生有效的结构阻尼。

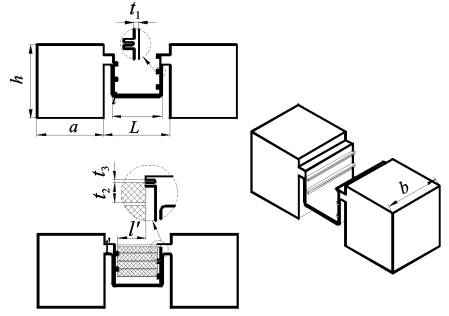


图 1 剪切型阻尼 U 型柔性铰链结构图

Fig. 1 The structure of U-shaped flexure hinge with visco-damping

1.3 剪切型阻尼 U 型铰链结构阻尼与损失因子

通过提高结构的附加阻尼能实现阻尼减振的目的,而结构的附加阻尼可用结构损耗因子来表征,代表复合结构在承受应变时以热能耗散机械能的能力。根据线性黏弹性理论^[21],在 Laplace 域中,黏弹性材料的一维应力 $\sigma(s)$ 、应变 $\epsilon(s)$ 关系可表示为

$$\sigma(s) = G(s)\epsilon(s) = (G_0(s) + H(s))\epsilon(s) \quad (1)$$

其中: G_0 为静态模量(松弛模量),表示材料的弹性性能; $H(s)$ 为松弛函数,与材料的耗散效率相关。

如果在频域中用复数表示材料模量,则有

$$G(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega) \quad (2)$$

其中:复模量的实部 $G'(\omega)$ 代表储能模量;虚部 $G''(\omega)$ 代表损耗模量。

虚部与实部的比率被定义为损耗因子,代表能量损失的比率

$$\eta(\omega) = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} \quad (3)$$

为了准确描述黏弹性材料的本构关系,国内外学者提出了各种模型,包括最经典的复常数模型^[22-24]、模态应变能模型^[25-28]、标准模型^[29-30]、分数导数模型^[31-33]等,不同的模型具有不同的优缺点。为了便于进行有限元分析,Golla 等^[34]提出了 GHM (Goulla-Hughes-MacTavish, 简称 GHM) 模型,并由 McTavish^[35]进行改进。GHM 模型由于其在黏弹性材料结构有限元分析方法中的便利性,获得了国内外学者的广泛关注。GHM 模型采用一系列微小摄动项来表示材料的模量函数

$$G(s) = G_0(s) \left(1 + \sum_{k=1}^N \alpha_k \frac{s^2 + 2\zeta_k \omega_k s}{s^2 + 2\zeta_k \omega_k s + \omega_k^2} \right) \quad (4)$$

其中: N 为微小摄动项的数目,每一摄动项由 3 个正常数 $\{\alpha_k, \zeta_k, \omega_k\}$ 表示, N 阶摄动项即有 $3N+1$ 个未知数。

方程(4)中,用 $s=i\omega$ 代入,可得到 GHM 模型的储能模量和损耗模量在频域中的表达式,分别为

$$G'(\omega) = G_0 \left[1 + \sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k (\omega^2 (\omega^2 - \omega_k^2) + 4 \zeta_k^2 \omega^2 \omega_k^2)}{(\omega^2 - \omega_k^2)^2 + 4 \zeta_k^2 \omega^2 \omega_k^2} \right] \quad (5)$$

$$G''(\omega) = G_0 \sum_{k=1}^N \frac{2 \alpha_k \zeta_k \omega^3 \omega_k}{(\omega^2 - \omega_k^2)^2 + 4 \zeta_k^2 \omega^2 \omega_k^2} \quad (6)$$

1.4 剪切型阻尼 U 型铰链振动系统模型

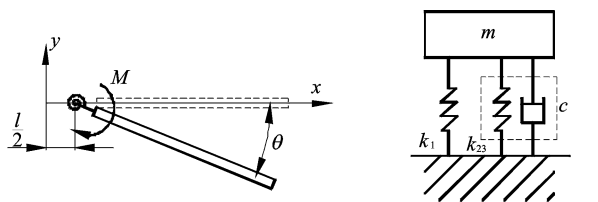
剪切型阻尼 U 型柔性铰链受力弯曲时,U 型结构发生弯曲弹性形变,阻尼材料受到剪切力作用发生材料内摩擦损耗。为了便于对其进行分析,图 2 (a)描绘了一个带阻尼结构的伪刚体模型,它的等价单自由度动力系统(图 2(b))包含一个质量块 m ,一个弹簧以及一个黏弹阻尼器,其中 k_1, k_{23} 分别为弹簧和黏弹阻尼器的弹性系数。根据 GHM 理论,黏弹性材料结构运动特征可以分解为弹性部分和滞弹性部分,因此,剪切型阻尼 U 型柔性铰链的动力学方程可以表示为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_v(s))\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (7)$$

其中: \mathbf{M} 为质量矩阵; \mathbf{D} 为黏弹性阻尼矩阵; $\mathbf{K}_e, \mathbf{K}_v$ 分别为弹性和黏性刚度矩阵; \mathbf{q}, \mathbf{F} 分别为位移和负载向量。

根据 GHM 理论模型,在 Laplace 域中剪切型阻尼 U 型铰链的动力学方程可表示为

$$G_0 \bar{\mathbf{K}}_v \left(1 + \sum_{k=1}^N \alpha_k \frac{s^2 + 2 \zeta_k \omega_k s}{s^2 + 2 \zeta_k \omega_k s + \omega_k^2} \right) \mathbf{q}(s) = \mathbf{F}(s) \quad (8)$$



(a) 伪刚体模型
(a) Pseudo-rigid-body
(b) 等价动力系统
(b) Dynamical system

图 2 阻尼型柔性铰链动模型

Fig. 2 Model of U-shaped flexure hinge

通过建立剪切型阻尼 U 型柔性铰链的伪刚体模型,并结合 GHM 模型对黏弹性材料本构关系的描述,建立相应的等价动力学系统方程,可以看出该铰链的动力学性能与结构阻尼系数和所受激励信号的频率密切相关。因此,需要进一步对该铰链的结构阻尼系数和不同频率下的损失因子进行研究。

2 实验分析和讨论

2.1 实验流程规划

柔性机构靠柔性铰链的弹性变形实现运动、力或能量的传递或转换。为了研究剪切型阻尼 U 型铰链结构的阻尼及其他动态力学特征,将设计两个分析实验。首先根据实验目标,对实验流程进行规划。如图 3 所示,实验 1 将对 U 型柔性铰链活动端进行脉冲激励,通过激光传感器获得微位移变化信号,经过放大器处理后,由控制器控制数据采集器进行数据信号采集,最终到计算机,进行滤波和分析处理。实验 2 将通过计算机控制激振器对铰链活动端输入正弦激励(力或位移),铰链内部由于阻尼作用会产生相位滞后,力传感器将结构变形力传递到信号放大器,并通过控制器控制数据采集器进行信号数据采集,最后反馈回计算机,对比所得到响应曲线与输入激励曲线的相位差,以此分析该 U 型阻尼结构的动态模量和损耗因子。

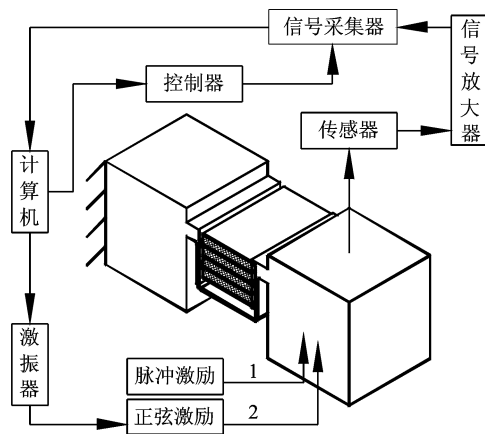


图 3 实验流程图

Fig. 3 The flow diagram of experiments

2.2 实验条件设定

为了研究剪切型阻尼层结构对 U 型柔性铰链的影响,首先对柔性铰链的尺寸和实验条件进行设定。图 1 中阻尼型柔性铰链的结构尺寸值为 $L = 20 \text{ mm}$, $l = 15 \text{ mm}$, $l' = 12 \text{ mm}$, $t_1 = 0.5 \text{ mm}$, $t_2 = 2 \text{ mm}$, $t_3 = 0.1 \text{ mm}$, $a = 20 \text{ mm}$, $b = 22 \text{ mm}$, $h = 20 \text{ mm}$ 。铰链的基底材料层为 304 不锈钢,其弹性模量 $E_1 = 2.06 \times 10^{11} \text{ Pa}$ 。阻尼层材料是一种黏弹性阻尼橡胶材料,通过动态力学分析仪测得其在 30°C 、应变 1% 条件下的动态力学性能如图 4 所示。该材料具有较强的黏性和较低的弹性,因此有较大的剪切损耗因子。约束层是一片铝合金薄片,具有

较低的弯曲刚度。该 U 型铰链基体和约束层材料均为弹性材料,阻尼值接近于零;铰链阻尼层——氯丁橡胶弹性小、刚度低,通过高效的剪切变形耗能为铰链结构提供阻尼效应。

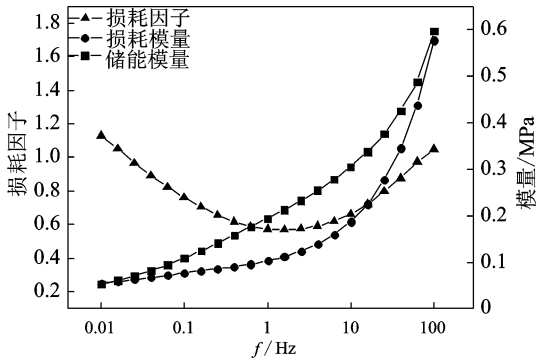


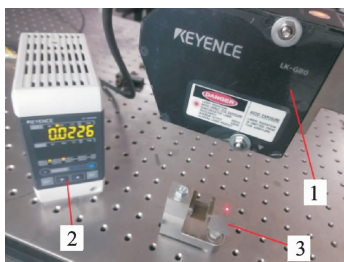
图 4 黏弹性材料的动态特性

Fig. 4 Dynamic behavior of the material

2.3 自由振动分析

为了研究阻尼结构对 U 型铰链振动固有频率的影响,并且计算出阻尼结构的阻尼比 ζ ,对图 1 中的剪切型阻尼 U 型柔性铰链进行自由振动测试实验。该实验采用的是一款高精度激光位移传感器:基恩士 LK-G80(如图 5),位移测试精度为 $0.2 \mu\text{m}$,本实验设定采样频率为 10 000 Hz。当 U 型铰链活动端受到脉冲激励开始出现微振动,激光位移传感器获取微位移信号,经信号放大器到达信号采集器,实现微位移数据采样。采样数据经过整理,绘制出无阻尼 U 型柔性铰链(图 6(a))和带阻尼 U 型柔性铰链(图 6(b))的自由振动位移衰减曲线,对比结果如图 6 所示。实验结果显示,剪切型阻尼结构对柔性铰链产生明显的振动抑制效果。对采样结果进行频谱分析,得到该 U 型柔性铰链的无阻尼一阶固有频率为 29.3 Hz,添加阻尼材料之后,铰链结构一阶固有频率为 29.5 Hz。

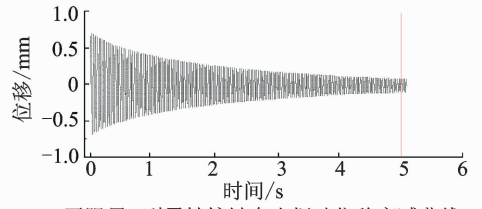
根据方程(9)~(11)^[36]计算得到阻尼比 ζ 、黏性系数 c_θ 及对数衰减率 δ 等分别如表 1 所示。



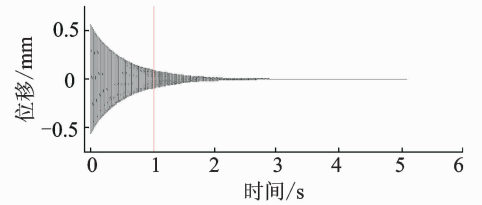
1-激光位移传感器; 2-控制器; 3-U型铰链

图 5 自由振动实验

Fig. 5 Free vibration test



(a) 无阻尼 U 型柔性铰链自由振动位移衰减曲线
(a) Attenuation curves of displacement of U-shaped flexure hinge without damping material



(b) 带阻尼 U 型柔性铰链自由振动位移衰减曲线
(b) Attenuation curves of displacement of U-shaped flexure hinge without damping material

图 6 自由振动位移衰减曲线

Fig. 6 The attenuation curves of displacement

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (9)$$

$$C_\theta = \frac{2\omega_d I_z}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (10)$$

其中: I_z 为截面惯性矩。

$$\delta = \frac{1}{N} \ln\left(\frac{x_j}{x_j + N}\right) \quad (11)$$

表 1 U 型柔性铰链的阻尼系数

Tab. 1 Damping coefficients of the U-shaped flexure hinge

结构类型	δ	ζ	$C_\theta / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	$I_z / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
无阻尼 a	0.015	2.3×10^{-3}	0.006	6.22×10^{-5}
带阻尼 b	0.267	3.3×10^{-2}	0.054	6.22×10^{-5}

由以上实验结果分析可知,相对无阻尼铰链,剪切型阻尼 U 型柔性铰链阻尼比提高了 14.3 倍,对结构振动产生了明显的抑制效果。如图 6,无阻尼 U 型铰链振动曲线幅值衰减至 0.15 mm 所用时间为 5 s,而剪切型阻尼层 U 型铰链振动曲线幅值衰减至 0.15 mm 所用时间为 1 s,响应时间缩短 4/5。

2.4 动态力学分析

为了测试剪切型阻尼柔性铰链结构在不同频率工作状态下的实际损耗因子,采用动态力学分析(dynamic mechanical analysis,简称 DMA)进行实验。实验仪器选用 BOSE 公司的材料疲劳试验机 3200 型,以及一枚 225 N 的压力传感器。如图 7 所示,压力传感器安装在实验台底部,通过数据线连接数据采集模块;一个 L 型支架将剪切型阻尼 U 型铰链与传感器模块连接,在激振器的作用下实现微位

移往复振动。DMA 实验采用位移控制模式进行试验,激振器运动方程为一定幅值的正弦曲线,并以 1 Hz 为单位频率,从 0~150 Hz 进行频率扫描。数据采集模块记录不同频率下结构的储能模量、损耗模量和相位滞后角,输入计算机计算出相应频率下的阻尼结构的损耗因子,实验结果如图 8 所示。

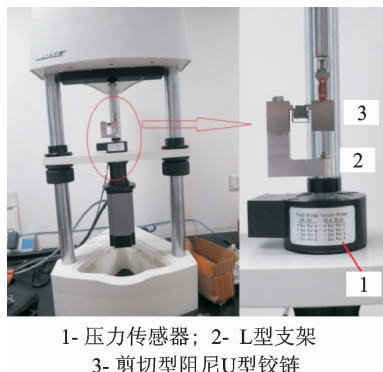


图 7 DMA 动态力学分析实验

Fig. 7 Dynamic mechanical analysis

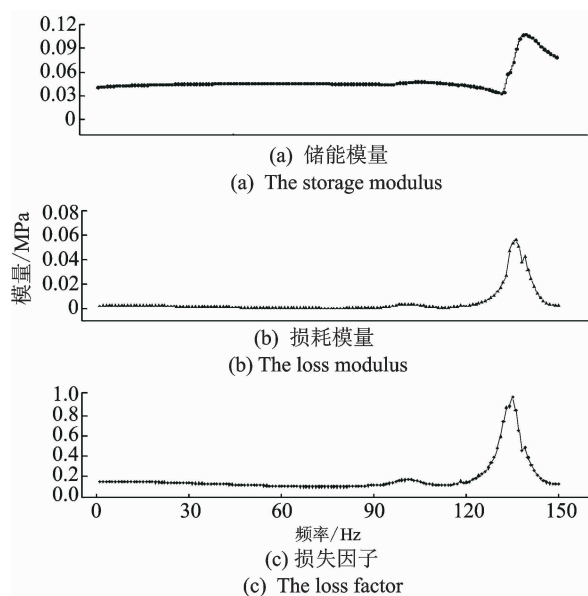


图 8 剪切型阻尼 U 型柔性铰链损失因子

Fig. 8 Loss factor of the U-shaped flexure hinge with damping

由图 8 可以看出,在 120~150 Hz 频率段,随着共振现象的发生,振幅增大,阻尼型铰链结构的阻尼层剪切效应加剧,增加了阻尼分子内摩擦损耗,于是,阻尼铰链结构的损耗因子出现了明显的峰值,产生了明显的阻尼特性。当无阻尼铰链在驱动器作用下运动时,由于阻尼比 ζ 极小(如表 1 所示),将在特定频率产生共振现象,而带阻尼 U 型铰链在振动剧烈的情况下,结构损耗因子随之上升。如图 8 所示,0~120 Hz 频率下,铰链结构的损失因子为 0.1 左右,而在 120~150 Hz 的共振区内,损耗因子最高可

达 0.8,显示出独特的振动抑制作用。因此,阻尼型柔性铰链将在一定程度上改善柔性驱动系统的控制稳定性,增加系统的控制带宽并降低其复杂度。

3 结束语

笔者利用黏弹性材料的剪切变形能耗损失效应,设计了一种剪切型阻尼 U 型柔性铰链,并根据线黏弹性理论和 GHM 黏弹性阻尼模型理论建立了铰链的刚体模型和频域下的动力学方程。当该铰链被设计用于柔顺机构实验时,如受到外部能量驱动,将带来铰链变形产生的弹性储存能量和黏性损耗模量。本研究采用自由振动测试和 DMA 动态力学分析两种实验方法,分别对 U 型铰链活动端输入脉冲激励和正弦激励,以研究阻尼层材料对铰链动态力学性能的影响。实验结果表明,剪切型阻尼结构对铰链的振动起到明显的抑制作用,位移响应曲线出现明显衰减趋势,响应时间缩短 80%;阻尼铰链结构在特定频率范围内产生了损耗因子峰值,对柔顺机构的宽频控制将产生积极效果。

参 考 文 献

- [1] Polit S, Dong J. Development of a high-band with X Y nanopositioning stage for high-rate micro/nano manufacturing[J]. IEEE-ASME Trans Mechatron, 2011, 16(4):724-733.
- [2] Marth H, Lula B. Development of a compact high-load PZT-ceramic long-travel linear actuator with picometer resolution for active optical alignment applications[J]. The International Society for Optics and Photonics, 2006, 69(2):227-231.
- [3] Xiao Shunli, Li Yangmin. Visual servo feedback control of a novel large working range micromanipulation system for microassembly[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2014, 23(1):181-190.
- [4] Kota S, Hetrick J, Li Zenian, et al. Tailoring unconventional actuators using compliant transmissions: design methods and applications [J]. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions, 1999, 4: 396-408.
- [5] Paros J M, Weisboro L. How to design flexure hinges [J]. Journal of Mechanical Design, 1965, 37 (27) : 151-157.
- [6] Smith S T, Badami V G, Dale J S, et al. Elliptical flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments, 1997, 68(3):1474-1483.
- [7] Lobontiu N, Paine J S N, Garcia E, et al. Corner-filletted flexure hinges[J]. Journal of Mechanical Design, 2001, 123(3): 346-352.
- [8] Lobontiu N, Paine J S N, O'Malley E, et al. Parabolic and hyperbolic flexure hinges: flexibility, motion precision and stress characterization based on compli-

- ance closed-form equations[J]. Precision Engineering, 2002, 26: 183-192.
- [9] Tian Yanling, Shirinzadeh B, Zhang Dawei, et al. Three flexure hinges for compliant mechanism designs based on dimensionless graph analysis[J]. Precision Engineering, 2010, 34(1): 92-100.
- [10] Tian Yanling, Shirinzadeh B, Zhang Dawei, et al. Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design[J]. Precision Engineering, 2010, 34(3): 408-418.
- [11] Chen Guimin, Liu Xiaoyuan, Gao Hongwei, et al. A generalized model for conic flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments, 2009, 80(5): 055106.
- [12] Lobontiu N, Cullin M, Muhammad A, et al. A generalized analytical compliance model for transversely symmetric three-segment flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments, 2011, 82(10): 105-116.
- [13] Lin Rongzhou, Zhang Xianmin, Long Xuejun, et al. Hybrid flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments, 2013, 84(8): 085004.
- [14] Chen Guimin, Jia Jiayuan, Li Zhiwu. On hybrid flexure hinges [C] // Networking, Sensing and Control 2005. U S; Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2005: 700-704.
- [15] Anderson S, Jensen B D. Viscoelastic damping of ortho-planar springs [C] // ASME International Design Engineering Technican Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. New York, US; ASME, 2008: 323-330.
- [16] Cortés F, Elejabarrieta M J. Structural vibration of flexural beams with thick unconstrained layer damping [J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 45(22,23): 5805-5813.
- [17] Danti M, Vigè D, Nierop G V. Modal methodology for the simulation and optimization of the free-layer damping treatment of a car body[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2010, 132(2): 0210011-0210018.
- [18] Lesieutre G A, Lee U. A finite element for beams having segmented active constrained layers with frequency-dependent viscoelastics [J]. Smart Materials and Structures, 1996, 5(5): 615.
- [19] Kumar N, Singh S P. Vibration and damping characteristics of beams with active constrained layer treatments under parametric variations[J]. Mechanical Design, 2009, 30(10): 4162-4174.
- [20] Chen Zhong, Chen Guisheng, Zhang Xianmin. Damped leaf flexure hinge[J]. Review of Scientific Instruments, 2015, 86(5): 055002.
- [21] Christensen R M. Theory of viscoelasticity: an introduction[M]. New York: Academic Press, 1982: 12.
- [22] Shen I Y. Hybrid damping through intelligent constrained layer treatments[J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1994, 116(3): 341-349.
- [23] Rongong J A, Wright J R, Wynne R J, et al. Modeling of a hybrid constrained layer/piezoceramic approach to active damping[J]. Journal of Vibration & Acoustics, 1997, 119(1): 120-130.
- [24] Baz A. Optimization of energy dissipation characteristics of active constrained layer damping [J]. Smart Material and Structures, 1997, 6(3): 360-368.
- [25] Ungar E, Kerwin E. Loss factors of viscoelastic systems in terms of energy concepts[J]. Acoustical Society of America, 1962, 34: 954-957.
- [26] Johnson C D, Kienholz. Finite element prediction of damping in structure with constrained viscoelastic layers[J]. AIAA Journal, 1982, 20(9): 1284-1290.
- [27] Hu B G. A modified MSE method for viscoelastic systems: a wighted stiffness matrix approach[J]. Vibration and Acoustics, 1995, 117(1): 226-231.
- [28] Kodiyalam S, Molnar J. Optimization of constrained viscoelastic damping treatments for passive vibration control[C] // Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. [S. l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992: 1479-1487.
- [29] Christensen R M. Theory of viscoelasticity: an introduction [J]. Journal of Colloid & Interface Science, 1982, 98(1): 292.
- [30] 陈前. 黏弹结构动力分析[J]. 振动工程学报, 1989, 2(3): 42-52.
Chen Qian. Dynamic analysis of viscoelastic structures [J]. Journal of Vibration Engineering, 1989, 2(3): 42-52. (in Chinese)
- [31] Bagley R L. Fractional calculus-a different approach to the analysis of viscoelastically damped structures[J]. AIAA Journal, 1983, 21(5): 741-748.
- [32] Bagley R L, Torvik P J. Fractional calculus in the transient analysis of viscoelastically damped structures [J]. AIAA Journal, 1985, 23(6): 918-925.
- [33] Bagley R L, Calico R A. Fractional order state equations for the control of viscoelatically damped structures[J]. Guidance, 1991, 14: 304-311.
- [34] Golla D F, Hughes P C. Dynamics of viscoelastic structures-a time domain finite element formulation [J]. Applied Mechanics, 1985, 52(4): 897-907.
- [35] McTavish D J, Hughes P C. Modeling of linear viscoelastic space structures [J]. Vibration and Acoustics, 1993, 115(1): 103-110.
- [36] Ginsberg J H. Mechanical and structural vibrations: theory and applications[M]. New York: Wiley, 2001: 762-769.



第一作者简介:陈桂生,男,1990年9月生,硕士、助理工程师。主要研究方向为约束层阻尼柔性铰链的建模、分析与应用。曾发表《Damped leaf flexure hinge》(《Review of Scientific Instruments》2015, Vol. 86, No. 5)等论文。
E-mail: 1262619153@qq.com

