

大型结构地面模态试验测点选择与优化^{*}

戴冠帮¹, 纪国宜²

(1. 国营芜湖机械厂结构部 芜湖, 241007) (2. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京, 210016)

摘要 为了解决一般传统的优化算法对于大型结构测点的优化配置的失效问题, 针对传统优化算法的缺点, 对大型结构的模型缩聚技术做了进一步的改进和完善。引入了一个反映高阶模态贡献比例的权重系数, 由此提出了一种基于有效独立法的混合优化算法; 基于有效独立法的加权平均模态应变能系数法。经火箭仿真实例对上述方法及 Guyan 缩聚基于模态应变能系数有效独立法、改进后 Guyan 缩聚基于模态应变能系数有效独立法得到的测点配置效果进行了比较。结果表明: 提出的测点优化算法有效地防止了测点分布聚集现象, 而且都最大可能保证了所有模态应变能的贡献和较优布置测点具有较大能量的要求, 并用实际的 GARTEUR 飞机模型对该方法进行了模态试验验证。试验结果表明, 该算法保证了监测模态的完整性和线性无关性。

关键词 测点优化配置; 有效独立法; 模态保证准则; 自由度缩聚; 权重系数; 模态应变能

中图分类号 TH113.1; V214.3⁺3; O324

引言

振动测试技术是通过模态试验采集数据信息分析结构动态响应的一种模态分析方法^[1]。在采集数据信息时, 若采用的测点优化配置方案不适当, 将会导致得到的数据信息不够全面、准确, 并且传感器及其配套器件就很昂贵, 尤其是对大型复杂结构, 振动测试实验将需要很大的成本。考虑到经济成本和实用性, 试验时需要用最少的传感器获得最完整和最精确的数据, 因此如何选取最佳的测点优化配置方案, 是非常具有研究和实际应用价值的。

测点位置的选择和数量确定的最原始的方法是依靠试验人员对结构动态响应特性的认识及经验, 而没有科学的分析方法来确定传感器的位置和数量, 这样测量得到的结果的准确度会降低。近些年, 国内外的一些科研工作者开始把一些先进算法引入到测点优化领域。目前, 测点优化配置大致可分为非传统优化算法和传统优化算法两大类。非传统优化算法有小波法、粒子群算法、人工神经网络法和遗传算法等^[2]。传统优化算法主要有最小 MAC(modal assurance criterion, 简称 MAC)法^[3]、有效独立法^[5-6]、Guyan 缩减法^[7-8]和能量法^[9-10]等。每种优化算法都有其应用范围、优势和局限性^[10]。对于大型复杂结构, 由于其目标模态振型分布差异性大, 且

计算自由度多, 若仅仅只用某一种优化算法进行测点优化配置, 很可能会造成结构的重要模态信息丢失, 优化配置质量差等。

为了能够较好地解决这些问题, 笔者提出一种基于有效独立法的混合优化布置算法。首先, 利用改进后的模型缩聚技术, 删除那些不需要的、影响极小或固定的节点, 对模型进行精简; 然后, 引入了一个反映高阶模态贡献比例的权重系数, 尽最大可能保证了所有模态应变能的贡献和较优布置测点具有较大能量的要求; 最后, 将火箭结构模型作为算例, 对其进行测点优化与配置, 并经 GARTEUR 飞机^[1]模态试验验证了笔者提出的基于有效独立法的混合优化算法, 该方法能够解决一般传统优化算法对于大型结构测点优化配置的失效问题。

1 优化布置理论及评价准则

1.1 有效独立法

目前, 应用最广泛的算法是 Kammer^[11]提出的有效独立法(effectire independence method, 简称 EI), 很多算法都是由 EI 法演变而来的。它的核心思想是把所有测点中对目标振型的线性无关性贡献最小的测点删去, 使保留测点对应的 Fisher 矩阵^[12] $Q = \Phi_s^T M \Phi_s$ 的行列式为最大值, 其中 Φ_s 为前 S

^{*} 国防军工资助项目; 江苏高校优势学科建设工程资助项目
收稿日期: 2016-01-27; 修回日期: 2016-05-19

阶的固有振型,从而保证所保留的测点得到的模态即是模态振型的最佳估计。EI法构造矩阵 \mathbf{E} 为

$$\mathbf{E} = [\Phi\Psi]^2 \lambda^{-1} \{\mathbf{I}\}_i \quad (1)$$

其中: Ψ 为 Fisher 矩阵的特征向量; λ 为相应特征值; $\{\mathbf{I}\}_i$ 为第 i 行所有系数和; \mathbf{E} 表示给定测点位置对目标模态振型 Φ 线性不相关性贡献的大小。

1.2 模态应变能法

模态应变能法^[13-14]布置传感器的步骤与有效独立法相似,主要不同点是模态应变能法是通过将测点选择在结构模态应变能最大位置,而不是依据 Fisher 矩阵行列式值最大来选择测点的位置,故其选取最优测点准则就是结构在这些测点处的模态应变能最大。模态应变能法最大的优点就是即使在较大噪声等恶劣环境中应用此方法,效果仍然很好。模态应变能(modal station energy,简称 MSE)的表达式为

$$\text{MSE} = \Phi^T \mathbf{K} \Phi \quad (2)$$

其中: \mathbf{K} 为刚度矩阵; $\Phi \in R^{n \times p}$ 为模态矩阵, p 为目标模态数, n 为自由度数。

模态应变能法最大的优点就是即使在较大噪声等恶劣环境中应用此方法,效果仍然很好。

1.3 模态保证准则

模型结构各固有模态振型在节点上的值形成了一组正交的向量,但测量点数不可能等于结构模型的节点数,尤其是大型复杂结构,结构模型的节点数要远远多于测量点数,再加上测试精度及环境噪声对测量影响,这样测得的目标振型就不能保证它的正交性了。故在选择测点时,既要最大程度保存结构模型动态特性的完整性,又要尽可能地保证模态振型之间的空间交角尽量大。MAC 矩阵(模态保证准则矩阵)^[15]是很好的模态向量正交性评价准则,MAC 矩阵计算公式为

$$\text{MAC}_{ij} = \frac{\Phi_i^T \Phi_j}{\sqrt{(\Phi_i^T \Phi_i) (\Phi_j^T \Phi_j)}} \quad (3)$$

其中: Φ_i 与 Φ_j 分别为第 i 阶和第 j 阶模态向量。

判断两相应模态振型的正交性的方法是:通过检查每阶模态振型在测量自由度上形成的 MAC 阵的非对角元的大小,一般认为当 $\text{MAC} < 0.25$ 时,则近似认为两个向量相互正交,当 $\text{MAC} > 0.9$ 时,则两个向量相关。

2 基于有效独立法的混合优化算法

随着对模型计算精度要求的越来越高,特别是

大型的复杂结构,十万、百万数量级的自由度很常见,若将这些自由度都放入待选测点集合,计算量将非常大,可能导致计算无法进行,然而模型缩聚技术能够很好地解决这一问题,删除那些不需要、不影响和固定约束的自由度,选择主要影响因素或需要的自由度,对模型进行精简。Guyan 模型缩聚法忽略了结构的惯性量,只有当被缩减的自由度所对应质量极小时,误差才较小,否则该方法会有较大误差,因此对大型复杂结构,结构的惯性量影响不能忽略。针对此不足做出有效改进,推导出一系列公式。

传统的方法认为模态应变能主要集中在结构的低阶模态,高阶模态对结构的模态应变能贡献较小。但对大型复杂结构,高阶模态对模态应变能的贡献不容忽略^[16]。对此,笔者提出一个反映高阶模态贡献比例的权重系数,这样不仅满足了所选测点具有较大能量的要求,而且考虑了所有阶模态对模态应变能的有效作用。

2.1 缩聚改进

设一个 n 自由度系统的刚度矩阵为 \mathbf{K} , 质量矩阵为 \mathbf{M} , 特征对为 λ_j 和 ϕ_j ($j=1 \sim n$), 振型为

$$\phi_j = \begin{Bmatrix} \phi_j^m \\ \phi_j^s \end{Bmatrix} \quad (4)$$

其中: ϕ_j^m 为振型中测量坐标构成的列向量; ϕ_j^s 为缩减的坐标构成的列向量。

相应地,结构振动特征方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{ms} \\ \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_j^m \\ \phi_j^s \end{Bmatrix} - \lambda_j \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{M}_{ms} \\ \mathbf{M}_{sm} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_j^m \\ \phi_j^s \end{Bmatrix} = 0 \quad (5)$$

由方程(5)的第2式可得

$$\phi_j^s = -(\mathbf{K}_{ss} - \lambda_j \mathbf{M}_{ss})^{-1} (\mathbf{K}_{sm} - \lambda_j \mathbf{M}_{sm}) \phi_j^m \quad (6)$$

方程(6)按 Neumann 级数展开可得

$$\phi_j^s = -(\mathbf{K}_{ss}^{-1} + \lambda_j \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} + O(\lambda_j \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1})) \cdot (\mathbf{K}_{sm} - \lambda_j \mathbf{M}_{sm}) \phi_j^m \quad (7)$$

其中:“ O ”表示高阶无穷小。

方程(7)省略高阶项得

$$\phi_j^s = -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \phi_j^m - \lambda_j (\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{sm} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm}) \phi_j^m \quad (8)$$

由方程(5)的第1式可得

$$\mathbf{K}_{mm} \phi_j^m + \mathbf{K}_{ms} \phi_j^s = \lambda_j \mathbf{M}_{mm} \phi_j^m + \lambda_j \mathbf{M}_{ms} \phi_j^m \quad (9)$$

对于大多数结构的有限元模型,质量矩阵一般采用对角矩阵,则有

$$\mathbf{M}_{ms} = \mathbf{M}_{sm} = 0 \quad (10)$$

方程(10)代入(9)整理可得

$$\lambda_j \phi_j^m = \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{mm} \phi_j^m + \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{ms} \phi_j^s \quad (11)$$

方程(10),(11)代入式(8)整理可得

$$\begin{aligned} & (\mathbf{I} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{ms}) \boldsymbol{\phi}_j^s = - \\ & (\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{mm}) \boldsymbol{\phi}_j^m \end{aligned} \quad (12)$$

由方程(12)可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_j^s = & -(\mathbf{I} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{ms}) \cdot \\ & (\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{mm}) \boldsymbol{\phi}_j^m \end{aligned} \quad (13)$$

故改进的缩聚公式为

$$\boldsymbol{\phi}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -(\mathbf{I} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{ms})^{-1} \cdot \\ (\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{mm}) \end{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_j^m \quad (14)$$

其中:转换矩阵 \mathbf{T} 为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -(\mathbf{I} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{ms})^{-1} \cdot \\ (\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{mm}) \end{bmatrix} \quad (15)$$

方程(15)和(13)代入式(5)可得

$$\mathbf{K} \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}_j^m = \lambda_i \mathbf{M} \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}_j^m \quad (16)$$

方程(16)两边左乘 \mathbf{T}^T 可得

$$\mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}_j^m = \lambda_j \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}_j^m \quad (17)$$

令

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T} \quad (18)$$

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X} = & -(\mathbf{I} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{ms})^{-1} \cdot \\ & (\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} + \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{M}_{ss} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{M}_{mm}^{-1} \mathbf{K}_{mm}) \end{aligned} \quad (20)$$

得

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{K}_{mm} + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_{sm} + \mathbf{K}_{ms} \mathbf{X} + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_{ss} \mathbf{X} \quad (21)$$

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{M}_{mm} + \mathbf{X}^T \mathbf{M}_{sm} + \mathbf{M}_{ms} \mathbf{X} + \mathbf{X}^T \mathbf{M}_{ss} \mathbf{X} \quad (22)$$

把式(9)代入式(20)得

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{M}_{mm} + \mathbf{X}^T \mathbf{M}_{ss} \mathbf{X} \quad (23)$$

则缩聚后的特征方程为

$$\mathbf{K}_r \boldsymbol{\phi}_j^m = \lambda_j \mathbf{M}_r \boldsymbol{\phi}_j^m \quad (24)$$

2.2 权重系数

对大型结构,各阶模态的振动分布差异性大,故高阶模态对模态应变能的贡献不可忽略。为考虑所有阶模态应变能的贡献性和提高结果的精确性,用一个反映高阶模态贡献比例的权重系数来对模态振型矩阵进行修正,权重系数由式(25)来计算

$$c_i = \omega_i / \sum_{i=1}^n \omega_i \quad (25)$$

其中: ω_i 为第 i 阶频率; c_i 为第 i 阶权重系数。

2.3 混合优化算法

大型复杂结构每阶模态的能量分布不均匀,模态应变能法对测量点的挑选是根据该测量点在全部目标模态下的总应变能,这将会造成部分目标模态的信息丢失^[17]。对于这种情况,在笔者提出的算法

中,测量点的选取是根据各个测量点的平均模态应变能系数进行筛选的。根据式(2)得:第 i 个自由度在第 n 阶的模态应变能系数^[18],即

$$\xi_{in} = \text{MSE}_{in} / \sum_{j=0}^m \text{MSE}_{jn} \quad (0 \leq \xi_{in} \leq 1, \sum_{i=1}^m \xi_{in} = 1) \quad (26)$$

则可得第 i 个自由度平均模态应变能系数^[17-18]

$$\xi_i = \sum_{n=1}^N \xi_{in} / N \quad (27)$$

结合式(1)与式(27),可得基于有效独立法的加权平均应变能系数法^[18]

$$E' = [\Phi \Psi]^2 \lambda^{-1} \{I\}_i \xi_i \quad (28)$$

通过迭代计算 E' ,选择 E' 最大元素所对应的测量点,直到全部挑选的测量点所对应的 MAC 矩阵非对角元素最大值满足收敛条件。为了使测点不聚集,在每添加一个测量点时,都必须检验此测量点是否满足与全部已挑选的测量点之间的距离都比最小距离 D_i 大的条件,即

$$D_i = D \lg \xi_{\min} / \lg \xi_i \quad (29)$$

其中: D 为常量,为最小指定距离。

这样使结构在振动较大的区域布置的传感器较多,而振动相对平缓的区域的传感器数就较少,既保证目标模态的完整性和独立性,又能使测点不聚集。

3 仿真算例

3.1 模型概况

以火箭模型为仿真实例进行测点优化布置,火箭模型共有 8 088 个单元,7 778 个节点,则有 46 668 个自由度。火箭模型的材料参数:弹性模量为 2.1×10^{11} Pa,泊松比为 0.3,材料密度为 $7 800 \text{ kg/m}^3$;四个助推器底部未固定,其材料参数:弹性模量为 $2.692 307 8 \times 10^{10}$ Pa,泊松比为 0.3,材料密度为 $2 800 \text{ kg/m}^3$ 。

使用 MSC/Nastran 提取前 20 阶模态为目标振型。前 20 阶模态的固有频率如表 1 所示。

表 1 前 20 阶模态的固有频率

Tab. 1 First 20 order natural frequency of the modal

| 阶次 | f/Hz | 阶次 | f/Hz |
|----|---------------|----|---------------|
| 1 | 1.119 6 | 11 | 8.833 5 |
| 2 | 1.123 1 | 12 | 9.086 3 |
| 3 | 1.126 3 | 13 | 9.286 3 |
| 4 | 1.155 2 | 14 | 9.447 0 |
| 5 | 2.901 2 | 15 | 13.681 0 |
| 6 | 2.911 7 | 16 | 15.013 0 |
| 7 | 6.078 3 | 17 | 17.431 0 |
| 8 | 7.658 4 | 18 | 17.510 0 |
| 9 | 8.288 8 | 19 | 19.561 0 |
| 10 | 8.427 6 | 20 | 22.357 0 |

3.2 测点优化布置及对比

根据改进缩聚法得到质量矩阵,用权重系数修正后得到模态矩阵,计算每个自由度的平均模态应变能系数,当指定最小距离选择为 1.1 m,并通过迭代算法筛选出满足收敛条件的测点,添加到测点集合,测点数到达 208 时,目标模态振型的正交性已满足收敛条件,迭代结束。根据每添加一个自由度到测点集合记录的 MAC 矩阵非对角元素最大值,绘制 MAC 收敛图,对应的 MAC 矩阵正交图,以及选择的测点位置,对火箭进行传感器布置的效果图如图 1(a)所示。

图 1(a)所示。

运用基于平均应变能系数有效独立法优化算法,对该模型进行传感器优化配置,如图 1(b)所示。

根据 Guyan 缩聚后的质量矩阵,再运用基于平均模态应变能系数有效独立法优化算法,对该模型进行传感器优化配置,如图 1(c)所示。

由图 1 中(a)~(c)可知,笔者提出的混合优化配置方案对应的 MAC 非对角元素值最小,布点不聚集,布点效果最好,这说明了由笔者提出的混合优化算法得到的方案不仅最大可能的保留了被测结构的真实和完整的动态特性,而且更好地保证了目标

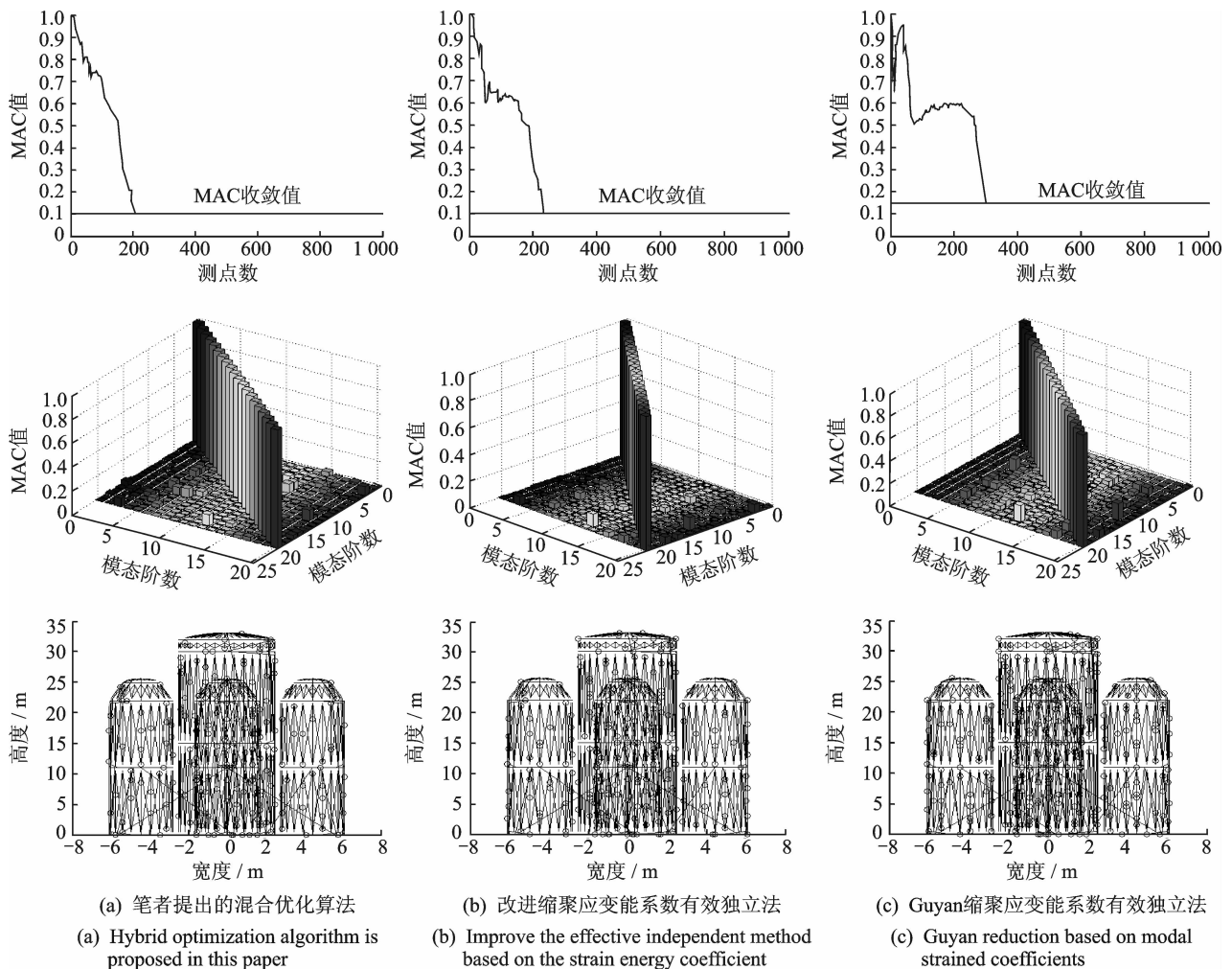


图 1 3 种测点优化配置及其对比

Fig. 1 Three kinds of optimal sensor configuration and contrast

模态振型之间的正交性。

4 模态试验

GARTEUR 飞机模型是由具有 12 个成员的欧洲航空科技研究组织结构与材料工作组研制的一个典型的标准飞机,该飞机具有真实飞机的密集、高柔

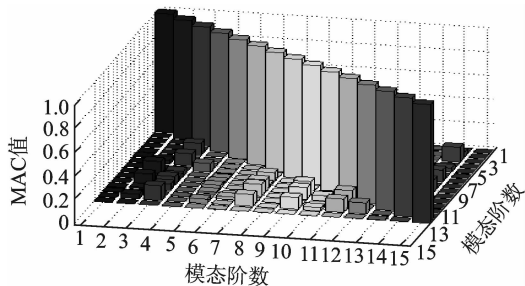
度、低模态频率的特点。利用 Patran 软件对 GARTEUR 飞机建模,用笔者提出的混合优化算法对其仿真,得到优化配置方案,并用此优化方案布点进行模态试验,得到的模态参数与仿真得到的模态参数进行对比。试验频率和仿真频率对比如表 2 所示。

MAC 矩阵正交图进行对比如图 2 所示。前 8 阶试验振型图与仿真振型图对比如图 3 所示。

表2 试验频率和仿真频率对比

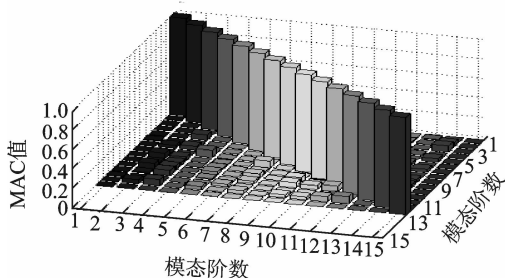
Tab.2 Test frequency and simulation comparison

| 振型阶次 | 试验频率/Hz | 仿真频率/Hz | 误差/% |
|------|---------|---------|-------|
| 1 | 6.010 | 6.0914 | 1.336 |
| 2 | 16.064 | 16.601 | 3.235 |
| 3 | 35.771 | 36.973 | 3.251 |
| 4 | 37.687 | 37.577 | 0.293 |
| 5 | 39.222 | 37.670 | 4.120 |
| 6 | 46.886 | 48.757 | 3.837 |
| 7 | 47.063 | 49.183 | 4.310 |
| 8 | 55.347 | 56.919 | 2.762 |
| 9 | 62.384 | 65.363 | 4.558 |
| 10 | 72.023 | 73.818 | 2.432 |
| 11 | 98.796 | 97.034 | 1.816 |
| 12 | 138.923 | 137.41 | 1.101 |
| 13 | 146.301 | 143.65 | 1.845 |
| 14 | 160.435 | 159.05 | 0.871 |
| 15 | 229.875 | 229.03 | 0.369 |



(a) 试验MAC矩阵正交图

(a) Experimented MAC matrix orthogonal graph



(b) 仿真MAC矩阵正交图

(b) Simulated MAC matrix orthogonal graph

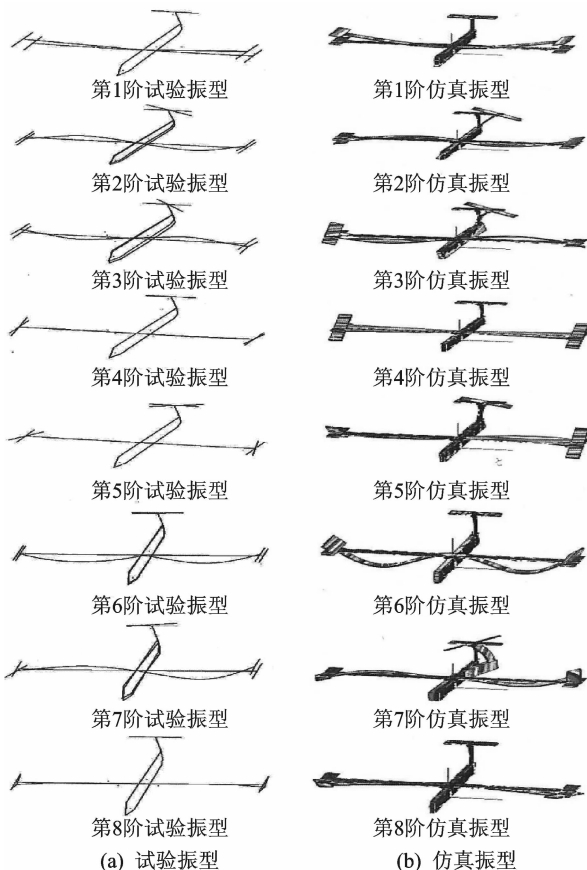
图2 MAC矩阵正交对比图

Fig.2 MAC matrix orthogonal contrast figure

由试验和仿真对比可知:试验频率和仿真频率相差微小,低于5%,试验和仿真的MAC矩阵正交图十分相似,并且各阶振型正交收敛,试验和仿真的模态振型图一致。因此,笔者提出的混合优化算法,对结构测点的优化有良好的指导意义,具有很大的工程实用价值。

5 结论

1) 传统的 Guyan 缩聚法忽略了结构的惯性量,



(a) Experimented vibration mode (b) Simulated vibration mode

图3 前8阶试验振型与仿真振型对比图

Fig.3 In the first eight order type of vibration test and simulation mode comparison chart

当被缩聚的自由度质量较大时会有很大的误差,而改进缩聚法考虑了结构的一阶惯性量,使得布置传感器的数量由改进前的301个,降为改进缩聚后的235个。MAC矩阵非对角元素最大值由改进前的0.145,降为改进缩聚后的0.096,明显提高了精度。

2) 引入的权重系数这一参数,不仅在优化算法中发挥了模态应变能对测点布置的影响,而且尽量地保留了各阶目标模态的重要信息。

3) 迭代计算以所选测点对应的MAC最大非对角元素小于0.1为收敛条件,能计算出最佳测点个数和坐标位置,其他的优化配置算法却没有给出最佳测点个数和坐标位置这类信息。

参 考 文 献

[1] 代江波,纪国宜. GARTEUR 飞机模型模态参数识别[J]. 噪声与振动控制,2013,33(3):73-78.
 Dai Jiangbo, Ji Guoyi. Modal parameter identification GARTEUR plane model [J]. Journal of Noise and Vibration Control,2013 ,33(3):73-78. (in Chinese)

- [2] 吴子燕,简晓红,张彬. 振动测试中多目标传感器优化配置研究[J]. 机械强度, 2008, 30(6): 888-892.
Wu Ziyang, Jian Xiaohong, Zhang Bin. Vibration test in the multi-objective optimal allocation of sensors research [J]. Journal of Mechanical Strength, 2008, 30(6): 888-892. (in Chinese)
- [3] 戴航,袁爱民. 基于灵敏度分析的结构模型修正[M]. 北京:科学出版社, 2011: 1-87.
- [4] 袁爱民,戴航,孙大松. 基于EI及MAC混合算法的斜拉桥传感器优化布置[J]. 振动、测试与诊断, 2009, 29(1): 55-59.
Yuan Aimin, Dai Hang, Sun Dasong. Optimal sensor placement of cable-stayed bridge using mixed algorithm based on effective independence and modal assurance criterion methods [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(1): 55-59. (in Chinese)
- [5] Kammer D C. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamic, 1991, 14(2): 251-259.
- [6] Kammer D C, Yao L. Enhancement of on-orbit modal identification of large space structures through sensor placement [J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 171(1): 119-140.
- [7] 廖伯瑜,周新民,尹志宏. 现代机械动力学及其工程应用[M]. 北京:机械工业出版社, 2003: 1-701.
- [8] Guyan R J. Reduction of stiffness and mass matrices [J]. AIAA Journal, 1965, 3(2): 380.
- [9] Zumpano M G. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure [J]. Engineering Structures, 2005, 27(10): 1488-1497.
- [10] Swann C, Chattopadhyay S. Optimization of piezoelectric sensor location for delamination detection in composite laminates [J]. Engineering Optimization, 2006, 38(5): 511-528.
- [11] Kammer D C, Brillhart R D. Optimal sensor placement for modal identification using system-realization methods [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamic, 1996, 19(3): 729-731.
- [12] Worden K, Burrows A P. Optimal sensor placement for fault detection [J]. Engineering Structures, 2001, 23(8): 885-901.
- [13] Lein A K, Elard G M, Spreij P. On the resultant property of the Fisher information matrix of a vector ARMA process [J]. Linear Algebra and its Applications, 2005, 403(1/3): 291-313.
- [14] 刘伟,高维成,李惠,等. 基于有效独立法的改进传感器优化布置方法研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(6): 54-62.
Liu Wei, Gao Weicheng Li Hui, et al. Improvement of optimal placement of the sensor method based on the method of effective independent study [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(6): 54-62. (in Chinese)
- [15] 秦仙蓉,张令弥. 一种基于QR分解的逐步累积法传感器配置[J]. 振动、测试与诊断, 2001, 21(3): 168-173.
Qin Xianrong, Zhang Lingmi. Successive sensor placement for modal paring based-on QR-factorization [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2001, 21(3): 168-173. (in Chinese)
- [16] 吴子燕,何银,简晓红. 基于损伤敏感性分析的传感器优化配置研究[J]. 工程力学, 2009, 26(5): 239-244.
Wu Ziyang, He Yin, Jian Xiaohong. Optimal allocation is based on the analysis of the damage sensitivity sensor research [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2009, 26(5): 239-244. (in Chinese)
- [17] 杨雅勋,郝宏武,孙磊. 基于能量系数-有效独立法的桥梁结构传感器优化布置[J]. 振动与冲击, 2010, 29(11): 119-123, 134.
Yang Yaxun, Hao Hongwu, Sun Lei. Based on the energy coefficient-effective independence method of bridge structure [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(11): 119-123, 134. (in Chinese)
- [18] 田野,凌玲,胡于进. 动态测试中大模型传感器的优化配置研究[J]. 机械与电子, 2013, 6(4): 16-20.
Tian Ye, Ling Ling, Hu Yujin. The optimal allocation of dynamic test model of cuhk sensor research [J]. Machinery and Electronics, 2013, 6(4): 16-20. (in Chinese)



第一作者简介:戴冠帮,男,1985年10月生,硕士、助理工程师。主要研究方向为机械振动系统的分析、测试及其控制。曾发表《大型结构测点的优化与配置》(《噪声与振动控制》2015年第35卷第6期)等论文。

E-mail: daiguanbang@sina.com

通信作者简介:纪国宜,男,1963年1月生,硕士、副研究员。主要研究方向为振动信号测试与分析、大型结构模态分析及设备状态在线监测等。

E-mail: jgy@nuaa.edu.cn