

MIMO 随机加正弦振动试验 J-阻抗复合控制算法^{*}

张步云, 汪若尘, 曾发林

(江苏大学汽车工程研究院 镇江, 212013)

摘要 以多输入多输出(multiple-input multiple-output, 简称 MIMO)随机加正弦混合试验控制系统中信号分离方法、控制策略及试验为研究对象,提出了针对混合型振动试验的分离控制策略,采用相关积分法分离混合信号中的正弦信号与随机信号成分。推导了 MIMO 线性随机振动系统的反馈控制方程,提出了控制目标针对性更强的 Jacobi 控制算法。分析了多点正弦振动试验中存在的过修正问题,基于压缩因子修正提出阻抗控制方法,并将其与 Jacobi 算法共同应用于混合试验系统。以悬臂梁为试验对象,开展 J-阻抗复合控制算法在两输入两输出随机加正弦混合试验系统中应用验证。结果表明,算法可以有效地抑制超标谱线,并将结果控制在容差带内,为混合振动试验控制提供有力的理论支撑。

关键词 随机振动; 正弦振动; 混合控制; 雅克比矩阵; 压缩因子

中图分类号 O328; TH113.1

引言

混合型振动试验是在试验室内再现机械设备、产品等实际工作时所经历的复杂振动环境,能更好地为产品性能设计、结构优化以及可靠性试验提供有力的保障,近年来已成为国内外学者们重点关注的研究领域^[1-5]。随机加正弦混合型振动是在低量级的宽带随机信号基础上叠加一个或几个正弦信号,如直升机的机身振动、车辆发动机振动等,是典型的混合型振动环境之一^[6-8],其研究具有重要的理论意义与实际应用价值。

目前,针对随机加正弦混合型振动试验的研究主要集中于 MIMO 系统的控制策略及其算法实现,包括混合信号的分离、随机振动与正弦振动控制算法等。Engelhardt 等^[9]采用 Vold-Kalman 滤波法将正弦信号从随机与正弦混合信号中分离出来,该法分离精度高,但分离过程复杂,无法满足环境试验的实时控制要求。袁宏杰等^[10]采用数字跟踪滤波器软件法分离出正弦与随机混合信号,并将其应用到均衡控制中,这种方法原理简单,操作容易,但分离精度较低。王述成等^[11]以多分辨谱分析法为基础,针对混合试验中低频正弦信号控制精度差的问题,结合维纳辛钦定理,在频域内实现信号分离。在

随机与正弦控制算法方面,文献[12-16]针对 MIMO 随机振动试验控制开展了关于随机信号生成、试验条件制定、控制算法更新与验证等多方面研究,取得了一定成果。国内方面,文献[17-18]研究了多点参考谱的设定,指出影响控制效果的一个重点因素是控制点之间的耦合,继而提出了交叉比例控制算法,改善自谱的控制效果。姜双燕^[18]基于现代控制理论,提出了基于内模控制的 PID 控制器设计方法,将其应用在 MIMO 随机振动试验控制中。从目前的研究来看,在控制算法中大多以参考谱矩阵为整体进行全谱控制,而实际振动试验中大部分频带内谱值是满足参考值要求的,只有部分频率点上的谱值超标。因此,传统的控制方法效率较低且控制过程复杂。

笔者在 MIMO 线性振动理论上分析激励与响应的谱元素之间的关系,将参考谱矩阵用具体元素表示出来,据此提出 Jacobi 控制算法。另一方面,为了避免过度修正带来的冲击影响,笔者基于压缩因子提出了阻抗控制算法。J-阻抗控制算法即结合 Jacobi 与阻抗算法两者对随机加正弦混合试验系统进行振动控制,通过对一悬臂梁进行两输入两输出随机加正弦振动试验研究,结果表明所提出的算法有效可靠。

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51705205);江苏省高校自然科学研究面上资助项目(16KJD460001);江苏大学高级人才科研启动基金资助项目(15JJDG166)

收稿日期:2017-05-15;修回日期:2017-05-27

1 控制策略

随机加正弦混合信号中随机信号量级较低,分布在较宽的频带范围内,是一类不确定信号。通常对其统计功率谱密度进行控制,MIMO 功率谱矩阵包含自谱和互谱元素。根据不同产品的不同工作振动环境设定参考谱,通过不断修正激励信号使响应信号的功率谱满足 ± 3 dB 容差带要求。混合信号中的正弦信号是某几个频率点的驻留信号,其控制对象为该频率下的幅值与相位。由于某些频率处幅值与参考值相比误差较大,在修正激励信号的时候过度修正会造成对振动设备的冲击进而损坏设备,因此在进行正弦振动控制的时候必须兼顾修正速度与修正精度两者。随机加正弦混合型振动试验是将混合信号分成两部分,分别进行控制,再将修正后的信号组合得到最终的控制结果。其控制策略如图 1 所示。

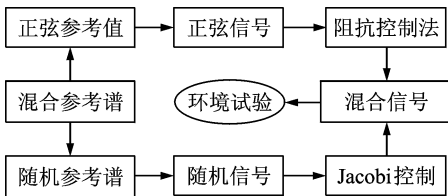


图 1 随机加正弦混合型振动试验控制策略

Fig. 1 Control strategy of sine on random mixed vibration test

2 混合信号分离理论

随机与正弦的混合信号中随机部分 x_r 是均值为零的平稳随机信号,正弦部分为一个或多个具有固定频率的正弦信号,在时域内可表示为

$$x = x_r + \sum_{k=1}^N a_k \sin(\omega_k t + \varphi_k) \quad (1)$$

其中: N 为正弦信号的个数; a_k 为第 k 个正弦信号的幅值; φ_k 为相位; $\omega_k = 2\pi f_k$ 。

采用相关积分法对该混合信号进行分离,在混合信号中随机部分与正弦部分是互相独立的,对于任一频率的正弦信号与随机信号乘积的均值均为零。待识别正弦信号的频率为 ω_m ,可计算出相关积分函数的实部为

$$f_{m,R} = \frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} x \sin(\omega_k t) dt = \frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} \left[x_r + \sum_{k=1}^N a_k \sin(\omega_k t + \varphi_k) \right] \cdot \sin(\omega_k t) dt = \frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} x_r \sin(\omega_k t) dt + \frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} \sum_{k=1}^N a_k \sin(\omega_k t + \varphi_k) \cdot$$

$$\sin(\omega_k t) dt = \frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} a_m \sin(\omega_m t + \varphi_m) \sin(\omega_m t) dt + \frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} \sum_{k=1, k \neq m}^N a_k \sin(\omega_k t + \varphi_k) \sin(\omega_m t) dt = \frac{a_m}{T_m} \int_0^{T_m} \cos(\varphi_m) dt + \frac{a_m}{T_m} \int_0^{T_m} \cos(2\omega_m t + \varphi_m) dt = a_m \cos(\varphi_m) \quad (2)$$

其中: T_m 为待识别正弦信号的周期。

同理可得相关积分的虚部为

$$f_{m,I} = \frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} x \cos(\omega_k t) dt = a_m \sin(\varphi_m) \quad (3)$$

由式(2)与式(3)可得

$$\begin{cases} a_m = \sqrt{(f_{m,R})^2 + (f_{m,I})^2} \\ \varphi_m = \arctan(f_{m,I}/f_{m,R}) \end{cases} \quad (4)$$

识别出正弦信号的幅值与相位之后,便可将其从混合信号中分离出来,从而得到随机信号,再将这两组信号分别进行振动控制。

3 控制算法

3.1 随机振动 Jacobi 算法

MIMO 随机振动试验以多点功率谱矩阵为参考谱, Jacobi 算法通过修正谱矩阵中自谱、相位与相干函数等元素有针对性地进行控制。以两输入两输出振动系统为例,推导 Jacobi 控制算法公式如下。设定两路宽带平稳随机激励信号为 d_1 和 d_2 ,相干函数为 $|\gamma_d|^2$,相位差为 θ_d ,可得激励功率谱为

$$S_d = \begin{bmatrix} S_{d,11} & S_{d,12} \\ S_{d,21} & S_{d,22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{d,11} & S_{d,21}^* \\ |\gamma_d| \sqrt{S_{d,11} S_{d,22}} e^{-j\theta_d} & S_{d,22} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中: $S_{d,11}$ 为 d_1 的自功率谱; $S_{d,22}$ 为 d_2 的自功率谱; $S_{d,21} = |\gamma_d| \sqrt{S_{d,11} S_{d,22}} e^{-j\theta_d}$ 为用相干函数与相位差表示的两路信号的互功率谱; $S_{d,21}^*$ 为 $S_{d,21}$ 的共轭。

激励信号输入到振动系统,系统的振动传递特性为

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

设响应信号功率谱密度矩阵为

$$S_y = \begin{bmatrix} S_{y,11} & S_{y,12} \\ S_{y,21} & S_{y,22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

根据线性振动理论^[19]得

$$S_y = H S_d H^H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{d,11} & S_{d,21}^* \\ |\gamma_d| \sqrt{S_{d,11} S_{d,22}} e^{-j\theta_d} & S_{d,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11}^* & h_{21}^* \\ h_{12}^* & h_{22}^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中:上标 H 表示共轭转置。

式(7)中元素可表示为

$$\begin{cases} S_{y,11} = |h_{11}|^2 S_{d,11} + |h_{12}|^2 S_{d,22} + \\ \quad 2 |h_{11} h_{12}^*| |\gamma_d| \sqrt{S_{d,11} S_{d,22}} \\ S_{y,22} = |h_{21}|^2 S_{d,11} + |h_{22}|^2 S_{d,22} + \\ \quad 2 |h_{21} h_{22}^*| |\gamma_d| \sqrt{S_{d,11} S_{d,22}} \\ S_{y,12} = h_{11} h_{21}^* S_{d,11} + h_{22}^* h_{12} S_{d,22} + (h_{22}^* h_{11} e^{j\theta_d} + \\ \quad h_{21}^* h_{12} e^{-j\theta_d}) |\gamma_d| \sqrt{S_{d,11} S_{d,22}} \\ S_{y,21} = S_{y,12}^* \end{cases} \quad (9)$$

在频响函数已经获得的情况下,响应谱矩阵中元素可由激励谱元素唯一决定。记 $\mathbf{S}_y = [S_{y,11} S_{y,22} S_{y,12} S_{y,21}]^T$, $\mathbf{S}_d = [S_{d,11} S_{d,22} |\gamma_d| \theta_d]^T$, 有

$$\mathbf{S}_y = \mathbf{f}(\mathbf{S}_d) \quad (10)$$

将式(10)两边同时取微分并用向量矩阵表达为

$$d\mathbf{S}_y = \mathbf{J}_c d\mathbf{S}_d \quad (11)$$

其中: \mathbf{J}_c 称为 Jacobi 控制矩阵。

$$\mathbf{J}_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S_{d,11}} & \frac{\partial f_1}{\partial S_{d,22}} & \frac{\partial f_1}{\partial |\gamma_d|} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_d} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S_{d,11}} & \frac{\partial f_2}{\partial S_{d,22}} & \frac{\partial f_2}{\partial |\gamma_d|} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_d} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S_{d,11}} & \frac{\partial f_3}{\partial S_{d,22}} & \frac{\partial f_3}{\partial |\gamma_d|} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_d} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S_{d,11}} & \frac{\partial f_4}{\partial S_{d,22}} & \frac{\partial f_4}{\partial |\gamma_d|} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_d} \end{bmatrix}$$

式(11)表达了激励信号与响应信号的变化关系,在随机振动试验控制系统中,响应误差调整通过修正激励信号来完成。设参考谱为 \mathbf{S}_R , 根据振动理论可得驱动频谱矩阵初始值为 $\mathbf{S}_{d,0} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{S}_R \mathbf{H}^{-H}$ 。由于非线性因素以及频响函数测量误差等因素存在,第 k 次响应与参考谱之间的误差记为

$$\Delta \mathbf{E}_{r,k} = \mathbf{S}_R - \mathbf{S}_{y,k} \quad (12)$$

设第 $k+1$ 次驱动谱为

$$\mathbf{S}_{d,k+1} = \mathbf{S}_{d,k} + \Delta \mathbf{S}_{d,k} \quad (13)$$

结合式(11)、式(12)与式(13),可得

$$\mathbf{S}_{d,k+1} = \mathbf{S}_{d,k} + \mathbf{J}_c^{-1}(\mathbf{S}_{d,k}) \Delta \mathbf{E}_{r,k} \quad (14)$$

3.2 正弦振动阻抗算法

正弦试验主要针对正弦振动的幅值与相位进行控制,根据相关标准设定参考值 \mathbf{R} , 测得结构的频响函数矩阵 \mathbf{H} 。根据激励与响应在频域内的关系,得到理论初始激励

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{R} \quad (15)$$

与随机试验误差产生机理类似,由式(15)得到的响应往往不能满足参考值的要求。记 $\mathbf{G} = \mathbf{H}^{-1}$ 为系统的阻抗矩阵,则式(15)为

$$\mathbf{D}_0 = \mathbf{G} \mathbf{R} \quad (16)$$

第 k 次的激励为

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{D}_{k-1} + \mathbf{G} \mathbf{E}_{k-1} \quad (17)$$

由于在正弦幅值修正过程中,误差过大往往会导致激励修正过度,从而产生冲击效应。为此需引入压缩因子 c 的概念,以缓解修正的速度,则式(17)变为

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{D}_{k-1} + c \mathbf{G} \mathbf{E}_{k-1} \quad (18)$$

c 的取值范围是 $(0, 1)$, 当其趋近于 1 时,收敛精度高但收敛速度较慢;当其趋近于 0 时相反。通常情况下为兼顾收敛精度与速度,一般取值在 0.4~0.6, 它可使系统更稳定,具有较大的工程意义。

4 试验验证

以一铝制悬臂梁为研究对象,搭建两输入两输出混合振动试验系统,验证 J-阻抗控制算法。悬臂梁尺寸如图 2 所示,梁截面宽为 50 mm, 高为 14 mm。

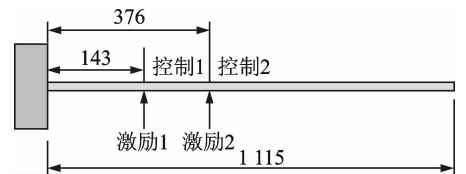


图 2 悬臂梁几何尺寸(单位:mm)

Fig. 2 Physical dimension of cantilever beam (unit:mm)

试验所需仪器有 Labworks PA-138 功率放大器 2 台, Labworks ET-139 激振器 2 台, PCB 333B32 加速度传感器 2 个,数据采集与发送系统 VXI Plus& Play 1 套,计算机 1 台。控制算法使用 Matlab 软件编制。试验现场如图 3 所示。

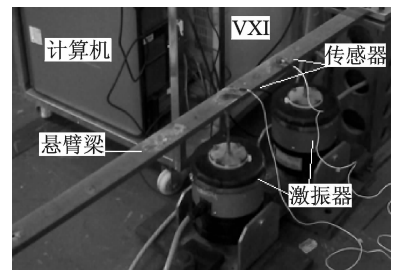


图 3 试验现场图

Fig. 3 Testing site

试验参考谱的设置分为两部分,即随机部分与正弦部分。如图 4、图 5 所示,随机部分用功率谱密度表示,而正弦部分则设定两个频率处的幅值。随机试验以加速度功率谱密度为参考谱,控制频段为 20~2 000 Hz,控制点 1 处交越频率点为 100 Hz, 20~100 Hz 频段斜率为 3 dB/oct, 100~2 000 Hz 频段为平谱,谱值为 $W_1 = 10^{-6} g^2/\text{Hz}$;控制点 2 处

的交越频率为 100 Hz 与 1 000 Hz, 20~100 Hz 频段斜率为 3 dB/oct, 100~1000 Hz 频段为平谱, 谱值与 W_1 相同, 1 000~2 000 Hz 频段的斜率为 -4 dB/oct。两控制点的正弦信号频率分别为 50 与 150 Hz, 参考幅值为 0.19g 与 0.15g。

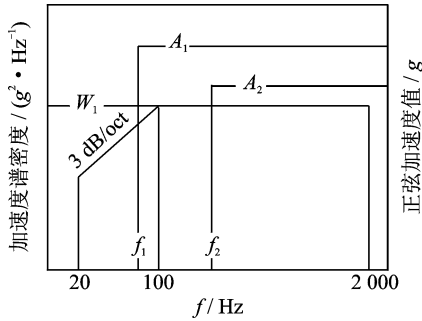


图 4 控制点 1 参考条件

Fig. 4 Reference values setting of control point 1

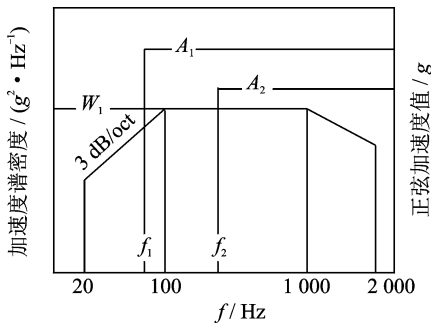


图 5 控制点 2 参考条件

Fig. 5 Reference values setting of control point 2

试验前测定结构的频响函数, 将初始得到的驱动信号加载到激振器上。控制前得到的随机响应信号如图 6 与图 7 所示。

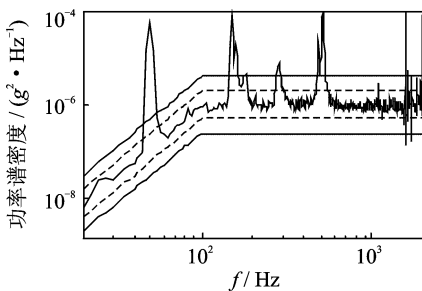


图 6 未进行修正时控制点 1 处随机响应谱

Fig. 6 Random PSD of control point 1 under noncontrol situation

由图可知, 在未进行随机控制时两个控制点的响应谱虽大部分能够满足参考谱的容差要求, 但有多处频率处的响应远远超出参考值要求。在 50, 150, 282, 510 与 1 553 Hz 处均有明显超标现象存在, 这样结果无法进行振动试验, 必须进行随机振动控制。使用 Jacobi 控制算法进行修正后得到的响

应谱如图 8 与图 9 所示, 其中 $c=0.5$ 。

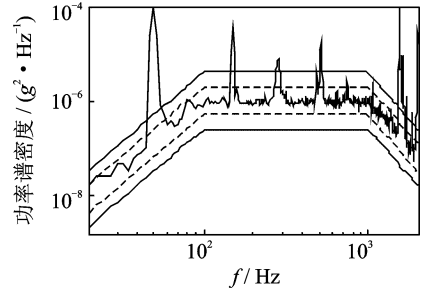


图 7 未进行修正时控制点 2 处随机响应谱

Fig. 7 Random PSD of control point 2 under noncontrol situation

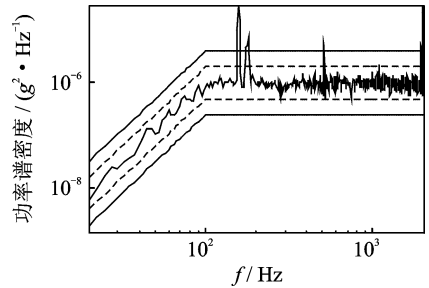


图 8 控制点 1 修正后随机响应谱

Fig. 8 Response PSD of control point 1 after controlling

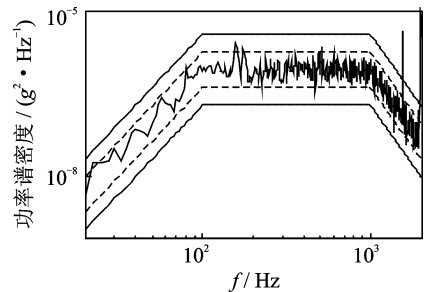


图 9 控制点 2 修正后随机响应谱

Fig. 9 Response PSD of control point 2 after controlling

可以看出, 超标谱线大部分都已修正到 ± 3 dB 容差带内。在控制点 1 处仅 50 与 150 Hz 处有超标谱线存在, 这是由于这两个频率点处有正弦信号的影响, 且正弦幅值远大于随机量级, 仍处于可接受的误差范围。控制点 2 的 1 553 Hz 处的频率仍然超标, 其余各处的响应均可满足参考值要求。

在进行随机振动控制的同时, 需进行正弦振动试验, 控制结果如表 1 所示。

表 1 正弦振动试验控制结果

Tab. 1 Control results of sine vibration tests

位置	f/Hz	参考值/g	未控制时/g	控制后/g	误差/%
1 号点	50	0.19	0.231 7	0.242 5	4.6
	150	0.15	0.169 1	0.147 1	1.3
2 号点	50	0.19	0.203 8	0.195 3	2.8
	150	0.15	0.159 5	0.147 6	1.3

从控制结果来看,两点不同频率处的响应幅值均控制在 5%之内,精度较高,能够满足工程需求。

5 结 论

1) 采用相关积分法分离随机与正弦混合信号,并分别进行随机振动试验与正弦振动试验是重要的混合控制策略之一,信号分离的精度对综合控制精度有着较大的影响,相关积分法分离精度较高。

2) 提出 J-阻抗混合控制算法,将 Jacobi 矩阵引入到随机振动试验控制之中,针对具体的谱元素进行有效地控制,可以大大提高控制效率。根据振动理论推导正弦控制算法公式,基于压缩因子提出阻抗控制算法,在保证收敛速度的同时提高了正弦振动的控制精度。

3) 针对悬臂梁进行两输入两输出随机加正弦振动试验控制算法验证试验,结果表明随机响应谱通过 Jacobi 控制算法均可修正到参考谱±3dB 容差范围之内,正弦幅值响应可控制在参考值的 5%之内,完全满足工程要求。控制结果说明所提出的控制算法有效且可靠,可为工程振动控制提供理论依据。

参 考 文 献

[1] United States Department of Defense. MIL-STD-810G: test method standard for environmental engineering considerations and laboratory tests[S]. 2008.

[2] 卢兆明,周骅,李仰钊. 混合振动试验在汽车电子装备中的应用和要点[J]. 环境技术, 2009(2):35-41.
Lu Zhaoming, Zhou Hua, Li Yangchao. Mixed mode vibration test applied to electrical and electronics equipment of road vehicles[J]. Environmental Technology, 2009(2):35-41. (in Chinese)

[3] 中国人民解放军总装备部. GJB 150. 16A-2009 军用装备实验室环境试验方法 [S]. 2009.

[4] 上海市质量监督检验技术研究院. GB/T 2423. 58-2008 电工电子产品环境试验 [S]. 2009.

[5] 张毅. 混合振动环境试验控制方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2014.

[6] Trimboli D, Oak R. Sine on random data analysis method for simulating engine vibration: United States, 5675505[P]. 1997-10-07.

[7] 孙成宽. 多输入多输出随机加正弦振动控制系统的研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2010.

[8] Kihm F, Halfpenny A, Ferguson N. Fatigue life from sine-on-random excitations[J]. Procedia Engineering, 2015, 101:235-242.

[9] Engelhardt C, Baker M, Mouron A, et al. Separation of sine and random components from vibration measurements[J]. Sound and Vibration, 2012, 7:6-11.

[10] 袁宏杰,李传日. 正弦加随机振动控制技术的研究[J]. 航空学报, 2000, 21(4):383-384.
Yuan Hongjie, Li Chuanri. Study of the sine-on-random vibration control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2000, 21(4):383-384. (in Chinese)

[11] 王述成,陈章位. 基于多分辨谱分析的正弦加随机振动试验控制算法的研究[J]. 中国机械工程, 2005, 16(15):1335-1338.
Wang Shucheng, Chen Zhangwei. A new algorithm for sine on random vibration test based on multirate spectrum estimation[J]. China Mechanical Engineering, 2005, 16(15):1335-1338. (in Chinese)

[12] Smallwood D. Multiple input multiple output (MIMO) linear systems extreme inputs/outputs [J]. Shock and Vibration, 2007, 14(2):107-131.

[13] Smallwood D. Minimum input trace for multiple input multiple output linear systems[J]. Journal of the Institute of Environmental Science and Technology, 2013, 56(2):57-67.

[14] Underwood M. Multi-exciter testing applications: theory and practice [C] // Proceeding of the Institute of Environmental Sciences and Technology. [S. l.]: IEST, 2002:1-10.

[15] Underwood M. Testing civil structures using multiple shaker excitation techniques[J]. Sound and Vibration, 2008, 42(4):10-15.

[16] 崔旭利,陈怀海,贺旭东,等. 多输入多输出随机振动试验交叉比例控制算法[J]. 南京航空航天大学学报, 2010, 42(4):429-434.
Cui Xuli, Chen Huaihai, He Xudong, et al. Cross proportional control algorithm for MIMO random vibration test [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010, 42(4):429-434. (in Chinese)

[17] 贺旭东,陈怀海. 多点随机振动控制中的互谱矩阵研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(6):744-747.
He Xudong, Chen Huaihai. Cross-spectra in multiple shaker random vibration test [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 36(6):744-747. (in Chinese)

[18] 姜双燕. 多轴向多激励振动控制的研究与实现[D]. 南京:南京航空航天大学, 2011.

[19] William T, Marie D. Theory of vibration with application[M]. 5th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005:424-427.



第一作者简介:张步云,男,1987年8月生,讲师。主要研究方向为振动测试与控制。曾发表《多输入多输出正弦扫频试验控制新方法》《《振动与冲击》2015年第34卷第8期》等论文。
E-mail: zhangby@uj.s. edu. cn