

基于 VMD 的故障特征信号提取方法^{*}

赵昕海，张术臣，李志深，李富才，胡越

(上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室 上海,200240)

摘要 变模式分解(variational mode decomposition,简称 VMD)能够将多分量信号一次性分解成多个单分量调幅调频信号(variational intrinsic mode function,简称 VIMF),但对噪声比较敏感。利用 VMD 对噪声的敏感特性,提出了一种基于 VMD 的降噪方法。利用排列熵定量确定 VMD 分解后各分量的含噪程度,对高噪分量直接剔除,对低噪分量进行 Savitzky-Golay 平滑处理,然后重构信号。运用该方法降噪后,对重构信号进行变模式分解,能够有效提取故障特征信号。仿真和实例分析表明,基于 VMD 的降噪方法的降噪效果优于小波变换降噪方法,VMD 能有效提取故障特征信号。

关键词 降噪;变模式分解;排列熵;故障特征提取
中图分类号 TN165.3;TB535

引 言

旋转机械故障特征信号的提取通常会受到噪声的干扰。为了准确提取故障特征,需要对原始信号进行降噪,提高信噪比。小波变换降噪法作为一种适用于非平稳信号的降噪方法,被广泛运用到工程当中,但在运用小波变换去噪时,阈值和小波基函数的选取会影响最终降噪效果。经验模态分解(empirical mode decomposition,简称 EMD)和局部均值分解(local mean decomposition,简称 LMD)等是近年发展起来的故障特征提取方法^[1-2],需要对原始信号进行反复迭代,从而实现对信号的分解,因此存在端点效应和虚假分量的问题。虽然有很多学者针对端点效应进行了研究^[3-5],但并没有从根本上解决。变模式分解是一种新的时频分析方法^[6],能够将多分量信号一次性分解成多个单分量调幅调频信号,避免了迭代过程中遇到的端点效应和虚假分量问题。该方法能有效处理非线性、非平稳信号,但也存在对噪声敏感的特性,当存在噪声时,可能会使分解出现模态混叠现象。

排列熵(permutation entropy,简称 PE)是一种检测动力学突变和时间序列随机性的方法,能够定量评估信号序列中含有的随机噪声。实际工程应用

中由于受背景噪声及信号衰减的影响,相对于强背景噪声,故障特征信号往往表现的非常微弱,这就需要对故障信号先进行降噪处理。本研究利用 VMD 的噪声敏感特性,即当分解含有强背景噪声的故障信号时,若 VMD 分解层数较多,由于噪声的影响,分解会出现模态混叠的现象,但同时也会分离出噪声信号。

笔者提出了一种基于 VMD 的降噪方法,利用排列熵来定量确定 VMD 分解后信号的含噪程度,对高噪分量直接剔除,对低噪分量进行 Savitzky-Golay 平滑处理。运用该方法降噪后,对信号进行 VMD 分解,实现有效的故障特征提取。仿真和试验分析表明,该降噪法降噪效果优于小波变换降噪方法,VMD 能有效提取故障信号的特征。

1 基本原理

1.1 VMD 方法

VMD 方法是一个自适应、准正交的信号分解方法,能够将多分量调幅调频信号一次性分解成多个单分量调幅调频信号^[7]。从本质上来讲,VMD 方法将信号分解问题变成了一个有约束最优化的问题,得到的最优解就是分解出来的单分量调幅调频

^{*} 上海市科学技术委员会基础研究资助项目(15JC1402600)
收稿日期:2016-01-12;修回日期:2016-06-07

信号。

VMD 可写成如下含有约束的最优化问题

$$\min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\}$$
$$\text{s. t.} \quad \sum_k u_k = f_{\text{signal}} \quad (1)$$

其中： u_k 为分解后的单分量调幅调频信号； ω_k 为每个单分量调幅调频信号的中心频率； f_{signal} 为原始信号。

式(1)可以通过引入一个二次罚函数项和拉格朗日乘子项来将一个有约束最优化问题转换为一个无约束最优化问题

$$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) :=$$
$$\alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 +$$
$$\left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \rangle \quad (2)$$

其中： α 为分解完备性的平衡参数，通过选取参数 α 可以调节 VMD 方法的完备性。

式(2)通过交替方向乘子算法将原问题等价分解成交替寻找 u_k, ω_k 的子问题

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2} \quad (3)$$

$$\omega_k = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k(\omega)|^2 d\omega} \quad (4)$$

VMD 的详细算法见文献[5]。

1.2 Savitzky-Golay 平滑法

Savitzky-Golay 平滑法最初由 Savitzky 和 Golay 于 1964 年提出，被广泛用于数据流平滑除噪。该方法对所选取数据的每一个数据点的固定长度邻域用一元 P 阶多项式进行拟合。用最小二乘法准则使拟合误差最小来确定多项式系数，得到邻域内该数据点的最佳拟合值，即降噪处理后的值，从而对信号实现降噪处理。

$$\min \sum_{j=-m}^m (Y_j - y_j)^2$$
$$\text{s. t.} \quad Y_i = c_0 + c_1 i + c_2 i^2 + \cdots + c_p i^p \quad (5)$$

1.3 排列熵算法

排列熵是一种检测动力学突变和时间序列随机性的方法[8]。

对于一组时间序列 $\{X(i), i=1, 2, \cdots, N\}$ ，对其进行相空间重构，得到矩阵 \mathbf{Y} 为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x(1) & x(1+\tau) & \cdots & x(1+(d-1)\tau) \\ x(2) & x(2+\tau) & \cdots & x(2+(d-1)\tau) \\ x(j) & x(j+\tau) & \cdots & x(j+(d-1)\tau) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(K) & x(K+\tau) & \cdots & x(K+(d-1)\tau) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中： d 为嵌入维数； τ 为延迟时间； K 为重构空间中重构分量的个数， $K=N-(d-1)\tau$ 。

矩阵 \mathbf{Y} 中的每一行都是一个重构分量，共有 K 个重构分量。将每一个重构分量按照升序重新排列，得到向量中各元素位置的列索引 j_1, j_2, \cdots, j_d ，即

$$x(i+(j_1-1)\tau) \leq \cdots \leq x(i+(j_d-1)\tau) \quad (7)$$

对于任意一个时间序列重构所得的矩阵， \mathbf{Y} 中每一行都可以得到一组符号序列

$$S(l) = \{j_1, j_2, \cdots, j_d\} \quad (8)$$

其中： $l=1, 2, \cdots, k$ ，且 $k \leq m!$ ， m 维相空间映射不同的符号序列 $\{j_1, j_2, \cdots, j_d\}$ 总共有 $m!$ 种。

计算每一种符号序列出现的概率 $\{P_1, P_2, \cdots, P_d\}$ 。

时间序列 $X(i)$ 的排列熵 H_p 可以按照 Shannon 熵的形式定义为

$$H_p(d) = - \sum_{j=1}^k P_j \ln(P_j)$$

$H_p(d)$ 最大值为 $\ln(d!)$ ，将 $H_p(d)$ 进行归一化处理，即

$$0 \leq H_p = \frac{H_p}{\ln(d!)} \leq 1 \quad (9)$$

H_p 值的大小表示时间序列 $\{X(i), i=1, 2, \cdots, N\}$ 的随机程度：熵值越小，说明时间序列越简单、规则；反之，熵值越大，则时间序列越复杂、随机。

1.4 基于 VMD 的降噪方法

根据 VMD 的噪声敏感特性，对含有强烈背景噪声的故障信号进行 VMD 分解时，由于高频噪声的存在，会使某些分量的中心频率 ω_k 在噪声中心聚集。为了在去除故障信号噪声的同时较好地保留信号中的有用信息，利用 VMD 的噪声敏感特性提出了一种基于 VMD 的降噪方法。首先，采用 VMD 将故障信号分解为一系列 VIMF 分量；然后，分别计算各 VIMF 分量的排列熵值，根据排列熵值评定该 VIMF 分量的含噪程度，直接滤除高噪分量，对低噪分量进行 Savitzky-Golay 平滑；最后，对经过

Savitzky-Golay 平滑后的 VIMF 重构得到降噪后的信号。其具体实现步骤为:

- 1) 根据原始信号 $x(t)$ 选定适合的 VMD 分解层数;
- 2) 给定 a 的取值范围(一般 $200 \leq a \leq 2\,000$, 以 200 为步进长度), 针对不同的 a 值, 对原始信号 $x(t)$ 进行 VMD 分解, 得到一系列 VIMF 分量;
- 3) 根据排列熵值确定 VIMF 含噪程度, 优先选择高噪分量数目较多的 a 值(保证噪声被更多的分离出来), 当高噪分量数目一样时, 选取较小的 a 值(保证获取更多的有用信息), 舍弃高噪分量, 并对低噪分量进行 Savitzky-Golay 平滑;
- 4) 对 Savitzky-Golay 滤波后的 VIMF 分量信号进行重构, 即为降噪后的信号。

2 仿真分析

2.1 降噪方法对比

采用含有高斯白噪声的非线性调幅调频仿真信号, 仿真信号 $f(t)$ 为

$$\begin{cases} x_1(t) = 0.6\sin\left(15\pi t + \frac{\pi}{5}\right) \\ x_2(t) = \cos(60\pi t + \sin 10\pi t) \\ x_3(t) = (1 + 0.3\cos(10\pi t))\sin(200\pi t) \\ f(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + \eta(t) \end{cases} \quad (10)$$

其中: $t=[0,0.001,1], 0.001$ 为时间步长。

该信号由正弦信号 $x_1(t)$, 调频信号 $x_2(t)$, 调幅信号 $x_3(t)$ 组成, 同时混有高斯白噪声 $\eta(t)$, 采样频率为 1 kHz。时域波形如图 1 所示, 频域波形如图 2 所示。可以看到, 噪声在信号整个频域内均匀分布, 对特征信号的准确提取造成了很大困难。

选取正交性较好的 db 和 sym 系列小波, 利用小波变换降噪法对仿真信号进行降噪。图 3(a) 和图 3(b) 分别为 db5 小波和 sym6 小波做 4 层软阈值小波变换降噪的结果。分析小波变换降噪结果发现: db5 小波降噪不够充分, 甚至出现了伪分量; sym6 小波降噪过滤掉了许多有用的高频信息, 造成了信号失真。

图 4 为本研究方法的降噪结果。取 $K=3, a=1\,000$, 选取 H_p 大于 0.7 的分量为高噪分量。可以看出, VMD 的噪声敏感特性虽然造成了有用分量的模态混叠(将 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 合并成 VIMF₁ 分量), 但该方法很好地将噪声分量分离出来(VIMF₃

分量), 再对 VIMF₁ 和 VIMF₂ 分量进行 Savitzky-Golay 平滑, 进一步降低噪声。当原始信号信噪比为 8.90 时, 上述方法降噪后的信噪比分别为 9.67, 2.09 和 14.43。

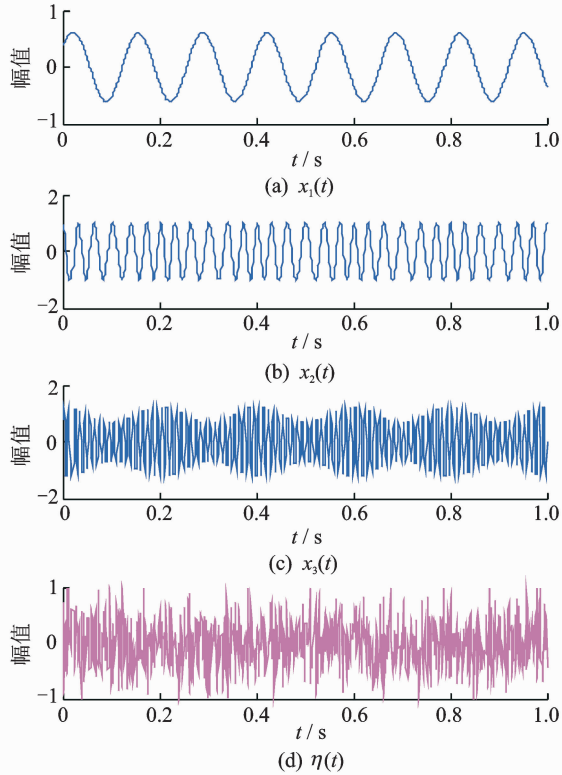


图 1 仿真信号及其各成分时域波形
Fig. 1 The time domain waveforms of simulation signal and its components

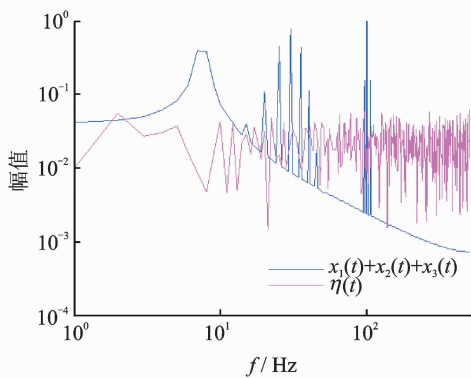


图 2 仿真信号幅值谱
Fig. 2 The amplitude spectrum of simulation signal

对比 3 种方法降噪后的剖面质量表明: a. 小波变换降噪存在难以确定合适的降噪阈值和选定合适的小波基函数等问题, 容易出现信号失真或者降噪不充分; b. 本研究方法信噪比最高, 可以自适应地根据信号特征分离出高频噪声, 同时平滑低

适应地根据信号特征进行降噪,效果优于小波变换降噪方法。

表 1 不同噪声水平下 3 种方法仿真信号降噪结果
Tab. 1 The denoising results of three methods at different noise levels

含噪信号的信噪比	db5 小波变换降噪	sym6 小波变换降噪	本研究方法
6.86	9.10	2.13	12.49
8.90	9.67	2.09	14.43
11.27	13.38	2.10	16.11
14.79	10.86	2.11	19.39

2.2 VMD 分解

VMD 分解对噪声存在很强的敏感性,对仿真信号用本研究方法降噪后,取 $K=3,a=200$ 对信号进行 VMD 分解。图 5 为分解后各个分量的幅值谱。图 6 为分解后各个分量的时域波形。可以看到,此时 VMD 分解能够成功离出单分量调幅调频信号,降噪后分解准度和效果得到很大提高。

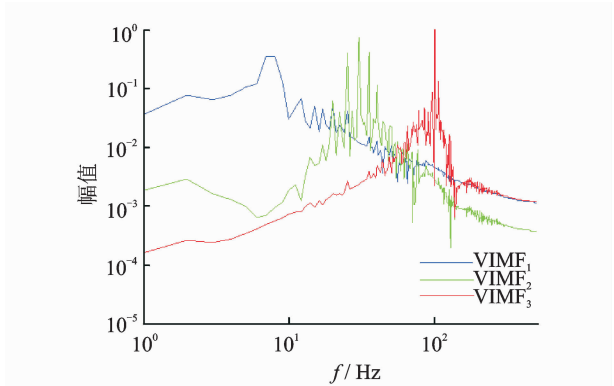


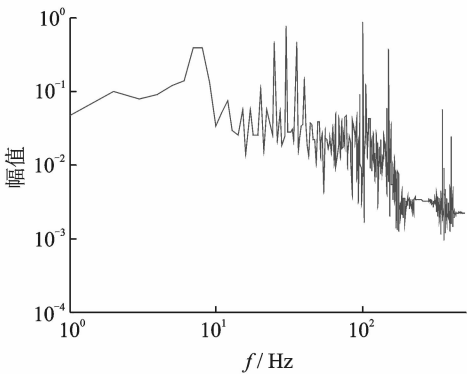
图 5 降噪后经 VMD 分解各个分量幅值谱

Fig. 5 The amplitude spectrum of the VMD decomposition of the de-noised signal using the denoising method based on VMD

3 实例分析

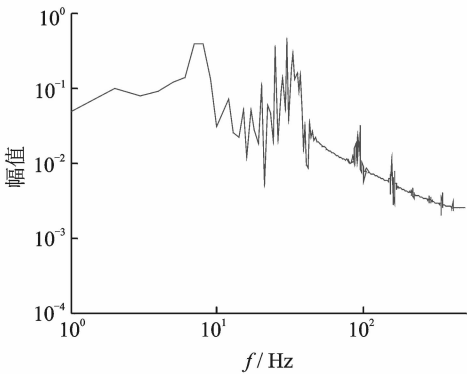
3.1 轴承故障数据

本研究选用美国凯斯西储大学轴承数据中心的轴承故障数据^[9],对故障信号加入强的高斯白噪声,再对所提出的降噪方法进行验证。轴承试验台由 1.4 kW 电动机、扭矩传感器、编码器、测力计和电器控制装置组成。选取电机传动轴端的 6205-2RS SKF 深沟球轴承,其结构参数如表 2 所示。



(a) db5小波变换降噪后信号幅值谱

(a) The amplitude spectrum of the de-noised signal using db5 wavelet transform denoising method



(b) sym6小波变换降噪后信号幅值谱

(b) The amplitude spectrum of the de-noised signal using sym6 wavelet transform denoising method

图 3 小波变换降噪后信号幅值谱

Fig. 3 The amplitude spectrum of the de-noised signal using wavelet transform denoising method

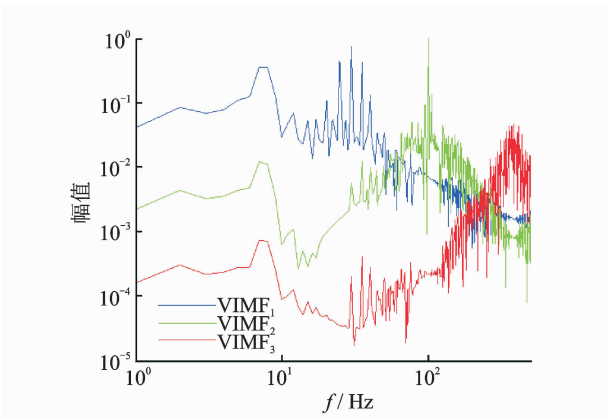


图 4 本研究方法降噪后信号幅值谱

Fig. 4 The amplitude spectrum of the de-noised signal using the denoising method based on VMD

频噪声。

对比不同噪声水平下各种方法的降噪效果,如表 1 所示。可以发现,笔者提出的降噪方法可以自

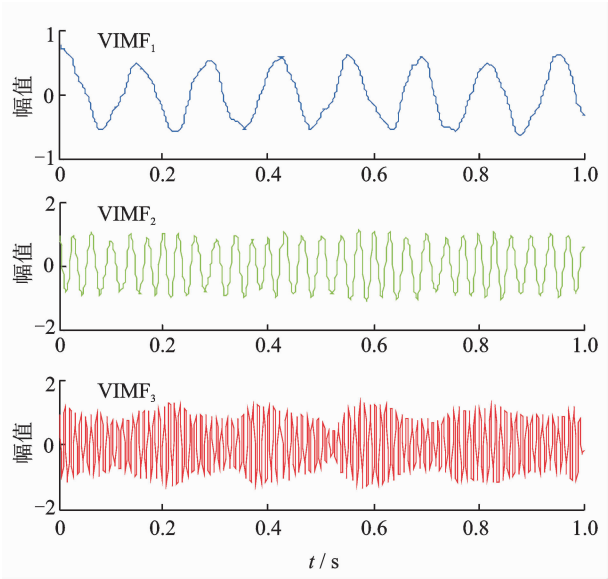


图 6 降噪后经 VMD 分解各分量时域波形

Fig. 6 The time domain waveforms of the VMD decomposition of the de-noised signal using the denoising method based on VMD

表 2 轴承结构参数

Tab. 2 The structural parameters of bearing

参数	数值
钢球直径 d/mm	8
球组节圆直径 D/mm	40
钢球数 Z	9
接触角 $\alpha/(\text{^\circ})$	0

外圈故障频率计算公式为

$$f_o = \frac{Z}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) f_r \tag{11}$$

轴承外圈故障信号采样频率为 12 kHz,采样点数为 12 000 个,转轴基频为 $f_r=29.95\text{ Hz}$,根据表 2 轴承结构参数和式(11)计算出外圈故障频率 f_o 为 107.8 Hz。

图 7 为强高斯白噪声背景下的振动信号时域波形及其包络谱。图 8 为采用 db5 小波变换降噪后进行 VMD 分解得到的结果。图 9 为小波变换降噪后运用 VMD 方法提取出的故障特征信号(即 VIMF_2 分量)的时域波形及其包络谱。图 10 为采用本研究方法降噪后进行 VMD 分解的结果。图 11 为采用本研究方法降噪后运用 VMD 提取出的故障特征信号(即 VIMF_3 分量)的时域波形及其包络谱。

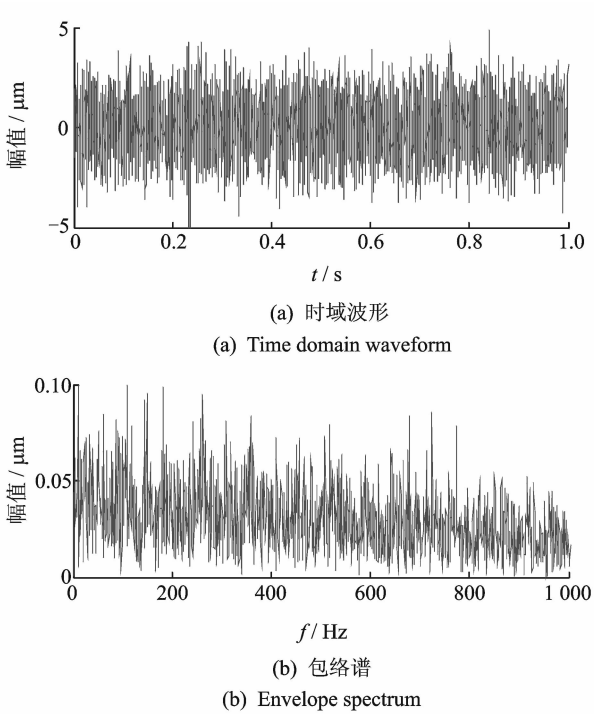


图 7 强高斯白噪声背景下滚动轴承外圈故障信号

Fig. 7 The roller bearing data with outer-race fault under strong background white Gaussian noise

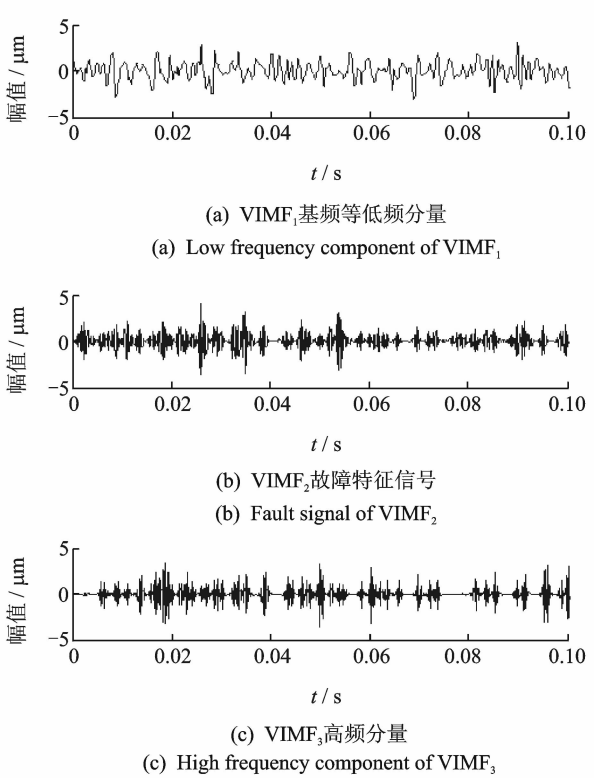


图 8 VMD 分解小波变换降噪信号各分量时域波形

Fig. 8 The VMD component of the signal denoised by wavelet transform method

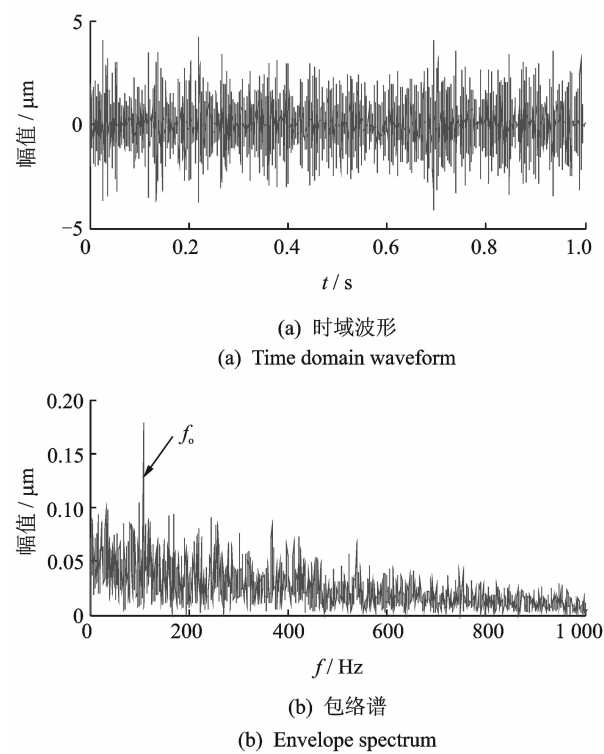


图 9 故障特征分量(VIMF₂)

Fig. 9 The fault feature component (VIMF₂)

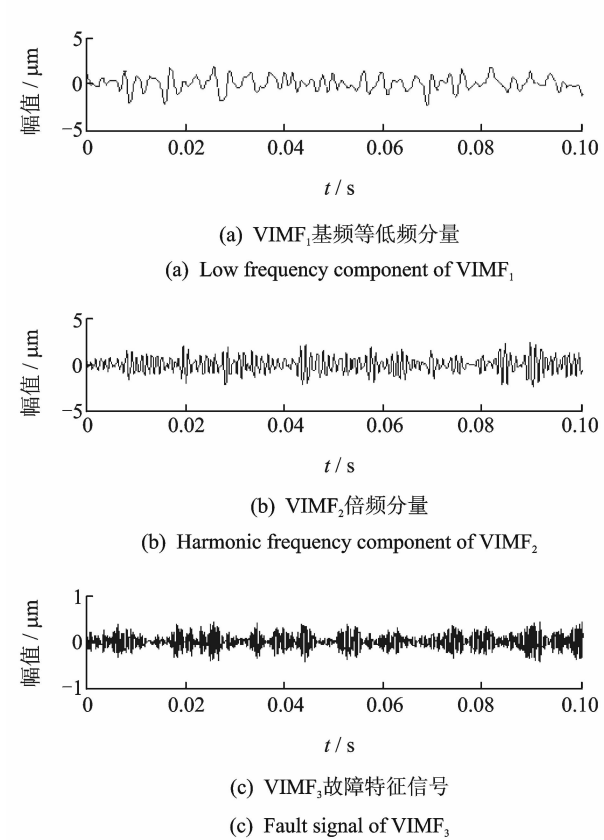


图 10 VMD 分解 VMD 降噪信号各分量时域波形
Fig. 10 The VMD component of the signal denoised by VMD

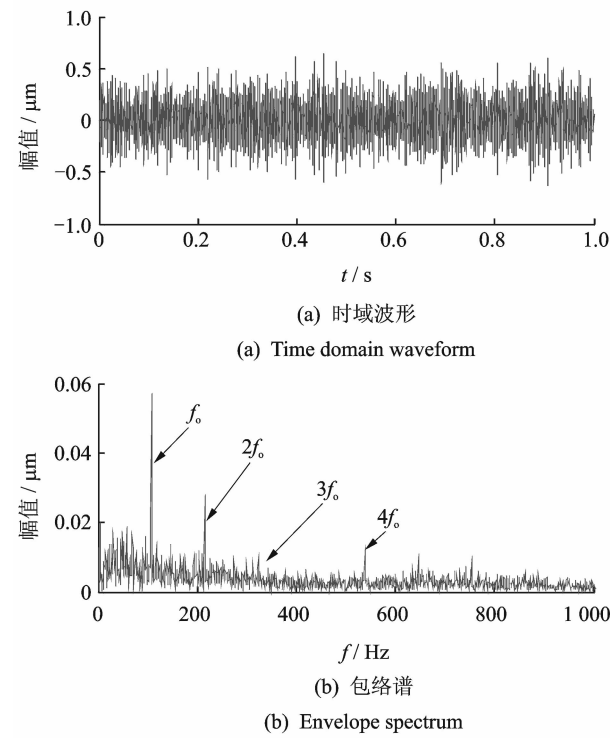


图 11 故障特征信号(VIMF₃)

Fig. 11 The fault feature signal (VIMF₃)

从图 7(b)发现,噪声已经掩盖掉信号原有的故障特征。图 9(b)可以看出,滚动轴承外圈故障频率仍包含较多噪声。图 11(b)可以看到,滚动轴承外圈故障通过频率及其谐频,且降噪效果非常明显,优于小波变换降噪方法。

3.2 试 验

在本实验室内搭建了滚动轴承振动测试台,运用电火花技术在滚动轴承外圈上加工微弱故障。轴承型号为 6205-2Z SKF,结构参数如表 2 所示。测试采样频率为 12.8 kHz,采样点数为 12 800 个,转轴的基频为 $f_r=28.3$ Hz。根据结构参数和式(11)计算外圈故障频率 f_o 为 101.9 Hz。

图 12 为原始信号时域波形及其包络谱。图 13 为采取 db5 小波变换降噪后进行 VMD 分解得到的结果。图 14 为采用小波变换降噪后经 VMD 分解得到的故障特征信号(即 VIMF₂ 分量)的时域波形与包络谱。图 15 为采用本研究方法降噪后进行 VMD 分解得到的结果。图 16 为采用本研究方法降噪后经 VMD 分解得到的故障特征信号(即 VIMF₂ 分量)的时域波形与包络谱。从图 12(b)可以看出,原始信号的包络谱杂乱无章,无法提供有效

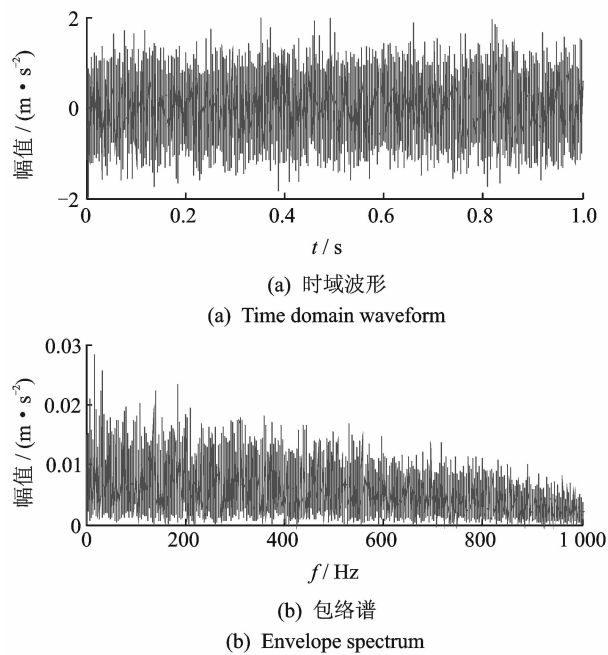


图 12 外圈微弱故障

Fig. 12 The roller bearing data with weak outer-race fault

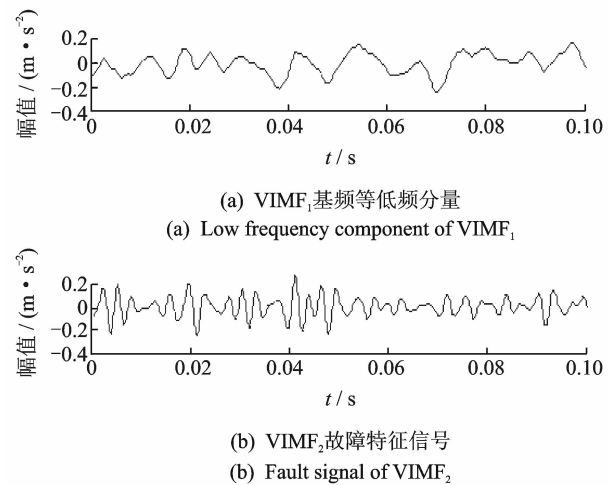


图 13 小波变换降噪后经 VMD 分解后各分量时域波形

Fig. 13 The VMD decomposition result of the de-noised signal using wavelet transform denoising method

的故障特征。图 14(b)故障特征信号仍然包含较多噪声,导致故障特征并不突出。从图 16(b)可以看到,滚动轴承外圈故障通过频率及其谐频且降噪效果明显。

为突出 VMD 方法在故障特征提取方面的优点,对该微弱故障信号运用本研究方法降噪,再运用 EMD 提取其故障特征的方法进行对比。当运用 EMD 方法分解完信号后,取其最佳包络谱(所有分量均做包络谱,取其包络效果最好的分量),即为故

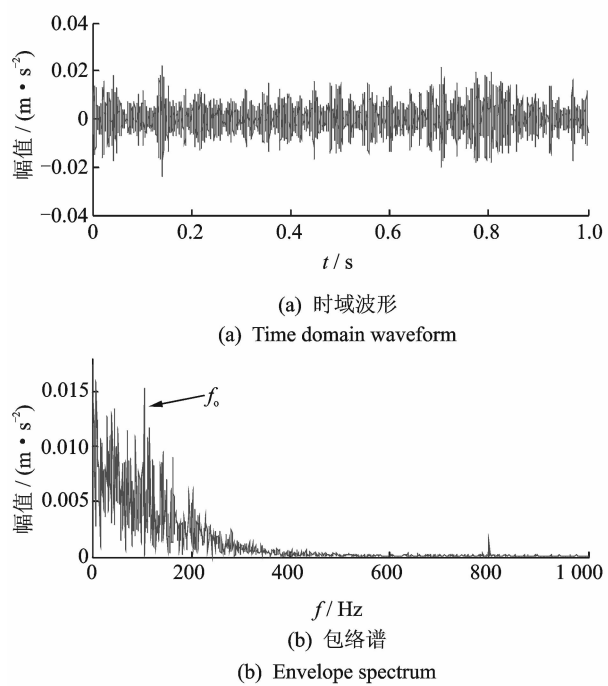


图 14 故障特征 (VIMF_2)

Fig. 14 The fault feature (VIMF_2)

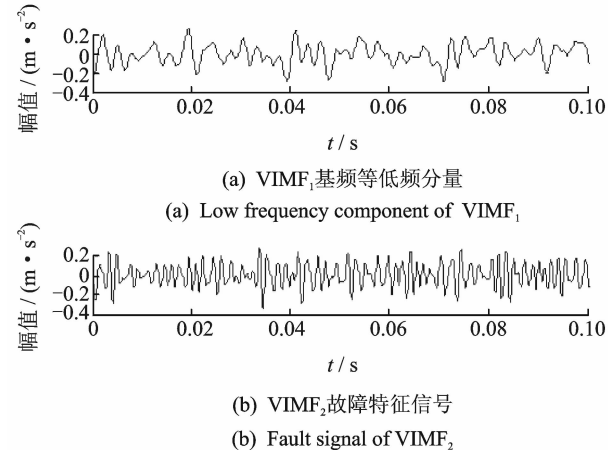


图 15 基于 VMD 降噪方法降噪后经 VMD 分解后各分量时域波形

Fig. 15 The VMD decomposition result of the de-noised signal using the denoising method based on VMD

障特征信号。

图 17 为本研究方法降噪后经 EMD 分解的结果。图 18 为本研究方法降噪后 EMD 分解得到的故障特征信号(即 IMF_1 分量)的时域波形及其包络谱。结果表明,降噪后的信号经 EMD 分解出现了很多不具有物理含义的虚假分量,同时提取的故障特征信号无法准确提供轴承微弱外圈故障特征。通过对比说明 VMD 方法在故障特征提取上的有效性,

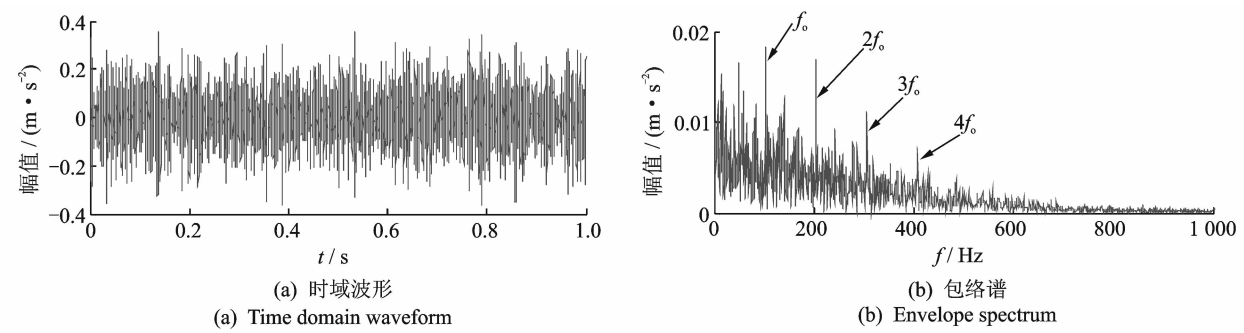


图 16 故障特征信号(VIMF₂)
Fig. 16 The fault feature signal (VIMF₂)

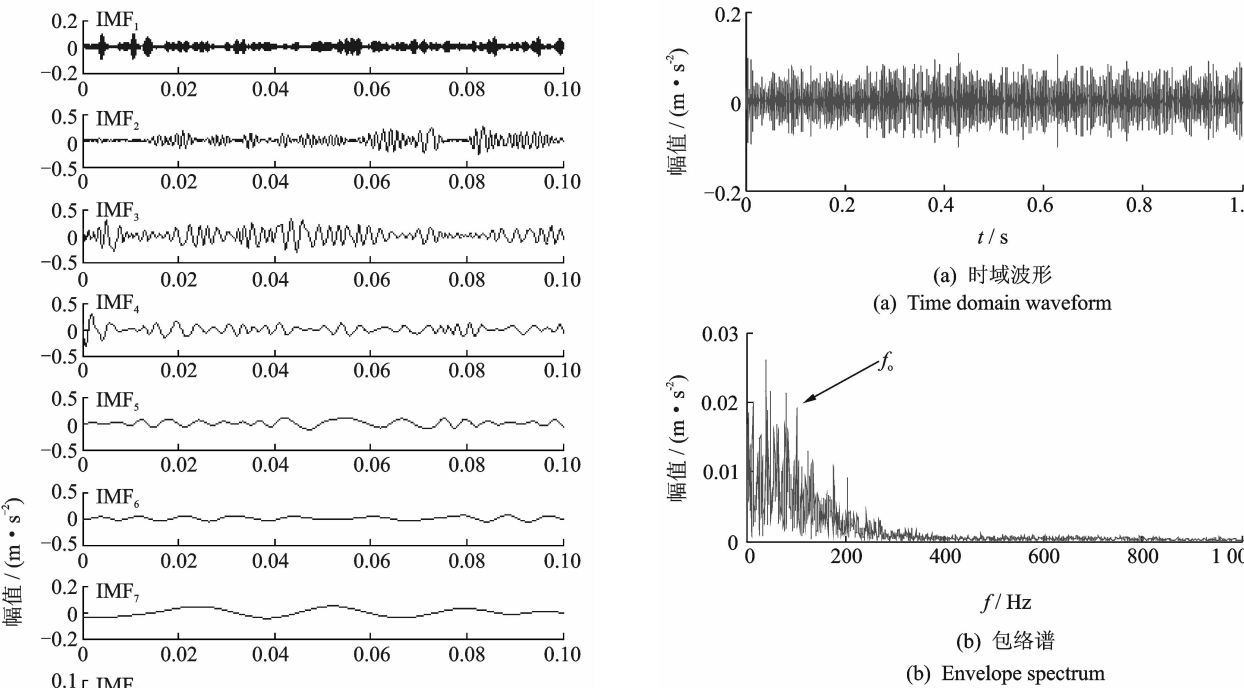


图 18 故障特征信号(IMF₁)
Fig. 18 The fault feature signal (IMF₁)

突出了 VMD 方法在故障特征提取上的有效性。

4 结束语

针对小波变换降噪难以选取合适的阈值和小波基函数的问题,利用 VMD 对噪声的敏感特性,提出了一种基于 VMD 的降噪方法。利用排列熵定量确定 VMD 分解后各分量的含噪程度,对高噪分量直接剔除,对低噪分量进行 Savitzky-Golay 平滑处理,然后重构信号。该方法可以根据信号本身的噪声特性自适应地对信号进行降噪,再进行 VMD 分解,能够有效提取故障特征信号。仿真和试验信号分析结果表明,基于 VMD 的降噪方法降噪效果优于小波变换降噪方法,VMD 能有效提取故障特征信号。

图 17 基于 VMD 降噪方法降噪经 EMD 分解后各分量时域波形
Fig. 17 The EMD decomposition result of the de-noised signal using the denoising method based on VMD

参 考 文 献

[1] Smith J S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2005,2(5):443-454.

[2] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The Empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1998, 454 (12):903-995.

[3] 王学敏,黄方林. EMD 端点效应抑制的一种实用方法[J]. 振动、测试与诊断, 2012,32(3):493-497.
Wang Xuemin, Huang Fanglin. Practical method to restrain the end effect of EMD[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32 (3): 493-497. (in Chinese)

[4] 张子阳, 谢寿生, 龙门. 利用 Kriging 预测模型的 EMD 端点延拓[J]. 振动、测试与诊断, 2011,31(6): 774-778.
Zhang Ziyang, Xie Shousheng, Long Men. Kriging prediction method for end issue of empirical mode decomposition[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011,31(6):774-778. (in Chinese)

[5] Yao Gang, Zhao Jianjun, Yao Yueting, et al. Separation of systematic error based on improved EMD method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014,33(14):176-180.

[6] Dragomiretskiy K, Zosso D. Variational mode decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014,62(3):531-544.

[7] Gilles J. Empirical wavelet transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013,61(16):3999-4010.

[8] Bandt C, Pompe B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series[J]. Physical Review Letters, 2002,8(17):174102.

[9] Case western reserve university bearing data center [EB/OL]. (2011-05-03). <http://www.eecs.case.edu/laboratory/bearing/>.



第一作者简介:赵昕海,男,1992 年 7 月生,博士。主要研究方向为信号处理与模式识别、故障诊断。
E-mail:zhaoxinhai@sjtu.edu.cn

通信作者简介:李富才,男,1976 年 1 月生,教授、博士生导师。主要研究方向为信号处理、机器学习。
E-mail:fccli@sjtu.edu.cn

欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管,南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办,是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献,包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等,不拘泥于行业和测试项目。

本刊为 EI Compendex 数据库收录期刊和中文核心期刊,双月刊,每逢双月末出版,每本定价 30 元,全年 180 元。欢迎订阅和投稿,欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址:南京市御道街 29 号

邮政编码:210016

电话:(025)84893332

传真:(025)84893332

E-mail:qchen@nuaa.edu.cn

网址:<http://zdc.sjtu.edu.cn>

