

基于扫频响应反推黏弹性材料分数阶导数模型^{*}

孙 伟, 王 茁, 朱明伟

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

摘要 提出了基于测试获得的扫频响应反推黏弹性材料分数阶导数模型参数的方法。在同时考虑黏弹性材料阻尼和剩余等效黏性阻尼的基础上,建立了基础激励作用下黏弹性复合板动力学方程,给出了求解振动响应的方法。提出利用基于灵敏度的匹配计算实现分数阶导数模型参数辨识的方法。以贴敷 ZN-1 型黏弹性材料的悬臂钛板为例,辨识得到了该黏弹性材料的分数阶导数模型。将结果代入到黏弹性阻尼板振动响应分析模型中,通过理论与实验的对比,证明了辨识参数的合理性。

关键词 扫频响应; 黏弹性材料; 力学特性参数; 分数阶导数模型; 参数辨识

中图分类号 TB535; TH113.1

引 言

利用黏弹性材料耗能实现对结构件的振动抑制已成为一种重要的被动阻尼减振方法。创建可以有效预估黏弹性复合结构动力学特性的模型是该阻尼减振技术的基础,要获得分析模型,必须首先知道黏弹性材料的力学特性参数。黏弹性阻尼材料的力学特性参数包括储能模量和损耗因子(或耗能模量),具有频率依赖性的特点,这是黏弹性阻尼材料最独特的力学特点。黏弹性材料的频率依赖性使有效辨识材料的力学特性参数成为一项具有挑战性的研究任务。

目前,研究人员已提出大量的模型来表征黏弹性材料的频率依赖性,典型的模型包括:复模量模型^[1]、Golla-Hughes-McTavish 模型^[2]、滞弹性位移场模型^[3]和分数阶导数模型^[4]等。这使辨识黏弹性材料参数变为获得上述表征模型的各个特性参数。在上述模型中,分数阶导数模型可以有效表征真实黏弹性材料在时域和频域的力学行为,因而得到了广泛应用^[5-7]。

将数值分析和振动实验相结合的反推法是辨识黏弹性材料力学特性参数的一种常用方法,很多学者针对黏弹性复合梁结构进行了反推辨识。Barkanov 等^[8]基于响应面优化技术,通过实测复合梁的振动衰减响应来辨识用复模量模型表征的黏弹性

材料参数。Shi 等^[9]通过实测复合梁的共振频率和模态损耗因子,利用数值优化法反推黏弹性材料的弹性模量和损耗因子。上述研究最大的缺陷是仅能针对共振频率处的数据点进行参数辨识,而由于数据点数量上的欠缺可能导致辨识的黏弹性参数与真实值存在偏差。文献^[10]针对一个自由阻尼层悬臂梁,用力锤激励测得频响函数,采用两步法反推出用分数阶导数模型表征的黏弹性材料参数。该方法已经不局限于仅针对共振频率点进行参数辨识,是黏弹性材料力学特性参数辨识方法上的一个巨大进步。但是,锤击测试涉及激励位置难以准确确定的问题,不精确的激励点可能影响黏弹性材料参数的辨识结果。另外,上述研究在创建的理论模型中只考虑了单一的黏弹性材料阻尼,没有考虑梁夹持端以及空气中存在的阻尼(这里定义为剩余等效黏性阻尼)。这样的模型将导致测量的阻尼值总是大于计算的阻尼值,将影响黏弹性材料参数的辨识结果。

笔者提出一种基于扫频响应来反推黏弹性材料分数阶导数模型参数的方法。该方法具有以下特点:a. 以具有自由阻尼层的悬臂板形试件为对象开展黏弹性材料参数辨识研究;b. 理论模型中同时考虑了材料阻尼和剩余等效黏性阻尼;c. 利用共振点及非共振点处的数据实施分数阶导数模型参数辨识;d. 利用基础激励下扫频得到的频域响应进行参数辨识。研究中建立了基础激励作用下黏弹性复合板有限元方程,给出了求解振动响应的方法。提出

^{*} 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N150304008)
收稿日期:2016-04-08;修回日期:2016-05-30

面向振动响应、基于灵敏度法的匹配计算来实现黏弹性参数的反推辨识。最后,以贴敷 ZN-1 型黏弹性材料的悬臂钛板为对象,实现了该黏弹性材料用分数阶导数模型描述的力学特性参数辨识。

1 反推法辨识原理

如图 1 所示,基于反推法的黏弹性材料参数辨识主要涉及 3 项技术,分别为振动测试、理论建模及匹配计算。待辨识的黏弹性材料分数阶导数模型可表示为

$$E_v^*(\omega) = \frac{E_0 + E_\infty (i\omega\tau)^\alpha}{1 + (i\omega\tau)^\alpha} \quad (1)$$

其中: $E_v^*(\omega)$ 为具有频率依赖性的黏弹性材料的复模量(*表示复数); ω 为激振频率; E_0, E_∞ 分别对应频率为 0 和无穷大时黏弹性材料的储能模量; τ 为松弛系数; α 为分数阶次参数。

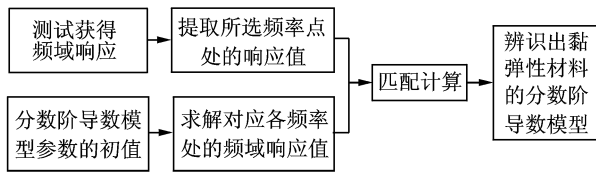


图 1 基于反推法辨识黏弹性材料分数阶导数模型的原理
Fig. 1 The procedure of identifying the fractional derivative model of viscoelastic materials

对于不同的聚合物组合以及承受的力学状态的差异,通常黏弹性材料表现出不同的力学特点^[10]。这里选择贴敷黏弹性材料的板型试件来辨识黏弹性材料参数,是因为基于梁型试件辨识的结果不一定完全满足板型试件动力学分析的需要。

辨识原理中的振动测试包含两部分:a. 获得阻尼处理前悬臂板的各阶模态阻尼比;b. 获得基础激励作用下黏弹性阻尼板的频域扫频响应。其中,模态阻尼比将作为剩余等效黏性阻尼引入分析模型,而测得的频域扫频响应主要用于反推辨识黏弹性材料参数。理论分析主要用于求解黏弹性阻尼板的频域振动响应,笔者创建的模型中同时考虑了黏弹性材料阻尼以及剩余等效黏弹性阻尼。

匹配计算是为了使理论模型获得的振动响应值与实验值的偏差最小,进而反推出所要获得的分数阶导数模型参数。这里提出了以振动响应为目标函数、基于灵敏度的匹配计算方法。需要说明的是,匹配计算可同时基于共振及非共振点进行材料参数辨识,但是考虑到共振点信噪比较高,因而应优先选择

共振点。此外,选择的共振及非共振频率点总数应大于分数阶导数模型待辨识参数的个数,对于本实例选择的频率点数应大于 4。

2 黏弹性复合板振动响应分析

2.1 运动方程的建立及响应求解

如图 2 所示,当薄板产生弯曲振动时,自由阻尼层会随基体一起运动,在阻尼层内部将产生拉压变形而产生耗能,从而起到减振的作用。笔者认为对于这样的结构,层间剪切效应可以被忽略,而将黏弹性阻尼层与基体视为一体。事实上,文献[10-11]也是按照这种忽略层间效应来对黏弹性自由阻尼层复合结构进行建模的。

设坐标轴恰好位于复合板中性面上, H_v 为黏弹性阻尼层厚度, H_e 为金属基体厚度, H_ω 为基体及黏弹性层中面之间的距离, d 为金属基体中面到复合板中性面的距离。

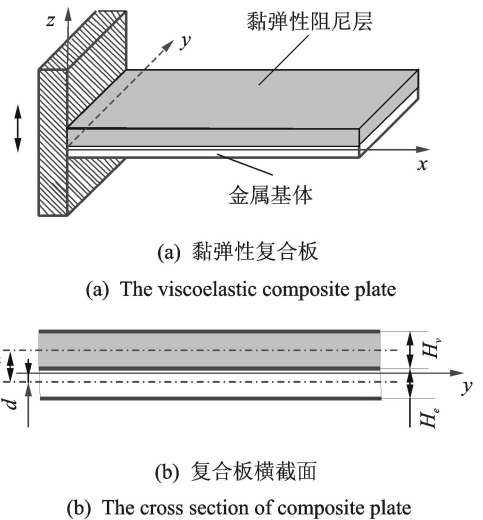


图 2 基础激励下的黏弹性复合悬臂板
Fig. 2 The cantilever plate attached with viscoelastic FLD under base excitation

对式(1)的分数阶导数模型进行实部及虚部分解,可得到复模量模型,其表达式为

$$E_v^*(\omega) = E_v(\omega) + iE_v''(\omega) = E_v(\omega) [1 + i\eta_v(\omega)] \quad (2)$$

其中: $E_v(\omega)$ 为黏弹性材料的储能模量; $\eta_v(\omega)$ 为黏弹性材料的损耗因子; $E_v''(\omega) = E_v(\omega)\eta_v(\omega)$ 为耗能模量。

用此复模量模型进行黏弹性阻尼板的振动特性分析。由于在辨识算法中仅涉及若干频率点对应的

振动响应值,频率信息已包含在内,因而在响应的求解过程中不需要考虑黏弹性材料的频率依赖性。

对于处于基础激励作用下的该黏弹性复合板,其频域运动方程为

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}^*) \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (3)$$

其中: \mathbf{M} 为复合板的质量矩阵; \mathbf{C} 为由夹持边界及空气产生的剩余等效黏性阻尼矩阵; \mathbf{K}^* 为基体及黏弹性阻尼层共同产生的复刚度矩阵(包含了材料阻尼); \mathbf{X} 和 \mathbf{F} 分别为相对响应向量和激振力向量。

\mathbf{X} 和 \mathbf{F} 表达式为

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}_0 - \mathbf{G}\mathbf{U} \quad (4a)$$

$$\mathbf{F} = -\mathbf{M}\mathbf{G}\ddot{\mathbf{U}} \quad (4b)$$

其中: \mathbf{U}_0 、 \mathbf{U} 分别为复合板的绝对位移和基础的位移; \mathbf{G} 为影响系数向量^[12]; $\ddot{\mathbf{U}}$ 为基础振动加速度。

式(4)表明黏弹性复合板的振动是由基础激励 $\ddot{\mathbf{U}}$ 的惯性力所产生,振动以相对坐标 \mathbf{X} 的运动形式出现。

这里采用模态叠加法求解黏弹性复合板在基础激励作用下的振动响应。求解实模态的特征方程可表示为

$$[-\omega_r^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}] \boldsymbol{\varphi}_r = 0 \quad (r=1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

其中: ω_r^2 和 $\boldsymbol{\varphi}_r$ 分别为第 r 阶特征值和特征向量(模态振型向量)。

求得的各阶模态振型向量可组成模态振型矩阵 $\boldsymbol{\varphi}$,用模态振型矩阵 $\boldsymbol{\varphi}$ 对式(3)进行解耦,得到一组独立的以模态坐标 x_{Nr} ($r=1, 2, \dots, n$)表达的运动方程,即

$$(\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{K}^* \boldsymbol{\varphi}_r + i\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_r \omega_r + \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_r) x_{Nr} = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{F} = f_{Nr} \quad (6)$$

式(6)括号内第1项和第3项系数分别为

$$\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{K}^* \boldsymbol{\varphi}_r = \omega_r^2 [1 + i\eta_r] \quad (7a)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_r = 1 \quad (7b)$$

其中: η_r 为第 r 阶模态损耗因子,来自于黏弹性材料阻尼。

根据振型阻尼假设,式(6)中括号内第2项可以写为

$$\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_r = 2\xi_r \omega_r \quad (8)$$

其中: ξ_r 为第 r 阶剩余等效模态阻尼比,可按照结构阻尼处理前的各阶模态阻尼比引入。

将式(7),(8)代入式(6),可以将方程转换到模态坐标下,整理后得到

$$x_{Nr}^* = \frac{f_{Nr}}{\omega_r^2 [1 + i\eta_r] + i2\omega \xi_r \omega_r - \omega^2} \quad (9)$$

由式(9)可知,在响应的求解中同时考虑了两种阻尼:a. 由黏弹性材料产生的模态损耗因子 η_r ;b.

由剩余等效黏性阻尼产生的模态阻尼比 ξ_r 。

按照式(9),获得每个模态的贡献度 \mathbf{X}_r^* 为

$$\mathbf{X}_r^* = x_{Nr}^* \boldsymbol{\varphi}_r \quad (10)$$

结构在基础激励作用下振动响应为

$$\mathbf{X} = \left| \sum_r^n \mathbf{X}_r^* \right| \quad (11)$$

其中: $|\cdot|$ 为求模运算。

实际计算时一般不用取所有 n 阶模态,考虑的阶次 m 只需大于分析频率范围内结构的最高阶次即可。

2.2 刚度及质量矩阵的生成

对于图2所示的黏弹性自由阻尼复合板,选用四边形板单元(该单元共有4个节点,每个节点有3个自由度)进行模拟。按照以下流程求解刚度矩阵和质量矩阵。

- 1) 将薄板复合结构划分为若干个单元。
- 2) 求解单元的刚度及质量矩阵,求解式分别为

$$\tilde{\mathbf{K}}^* = H_e \iint \mathbf{B}^T \mathbf{D}_e \mathbf{B} dx dy + H_v \iint \mathbf{B}^T \mathbf{D}_v \mathbf{B} dx dy \quad (12a)$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = \int_V \mathbf{N}^T (\rho_e H_e + \rho_v H_v) \mathbf{N} \quad (12b)$$

其中: $\tilde{\mathbf{K}}^*$ 和 $\tilde{\mathbf{M}}$ 分别为单元的刚度及质量矩阵; \mathbf{B} 为与单元形函数相关的应变矩阵; \mathbf{N} 为单元的形函数矩阵; ρ_e 、 ρ_v 分别为基体及黏弹性阻尼层的密度。

\mathbf{D}_e 和 \mathbf{D}_v 分别为基体和黏弹性阻尼层的弹性矩阵,表达式为

$$\mathbf{D}_e = \left\{ \frac{E_e H_e^3}{12(1-\mu_e^2)} + \frac{E_e H_e d^2}{12(1-\mu_e^2)} \right\} \times \begin{bmatrix} 1 & \mu_e & 0 \\ \mu_e & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\mu_e) \end{bmatrix} \quad (13a)$$

$$\mathbf{D}_v = \left\{ \frac{E_v^* H_v^3}{12(1-\mu_v^2)} + \frac{E_v^* H_v}{12(1-\mu_v^2)} (H_{ev} - d)^2 \right\} \times \begin{bmatrix} 1 & \mu_v & 0 \\ \mu_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\mu_v) \end{bmatrix} \quad (13b)$$

其中: μ_e 和 μ_v 分别为弹性基体和黏弹性层的泊松比。

复合板的中性面到基体中心的距离 d 表示为

$$d = E_v H_v H_{ev} / (E_e H_e + E_v H_v) \quad (14)$$

3) 在考虑约束条件的基础上组合单元刚度矩阵及单元质量矩阵,最终可形成黏弹性复合板的总

刚度矩阵 \mathbf{K}^* 和总质量矩阵 \mathbf{M} 。

3 基于灵敏度的匹配计算

参照式(1),将待辨识的分数阶导数模型的4个参数 E_0, E_∞, τ 和 α 作为设计变量,采用差分法获得灵敏度。以 E_0 为例,第 i 个频率点振动响应对设计变量 E_0 的灵敏度 $S_{E_0,i}$ 可表示为

$$S_{E_0,i} = \frac{\Delta x_{E_0,i}}{\Delta E_0} \quad (15)$$

其中: ΔE_0 为设计变量的变化量(即步长),这里设为 $10^{-4} E_0$; $\Delta x_{E_0,i}$ 为设计变量变化 ΔE_0 时振动响应的变化量(残差)。

同样,分别求出振动响应对 E_∞, τ 和 α 的灵敏度 $S_{E_\infty,i}, S_{\tau,i}$ 和 $S_{\alpha,i}$ 。假设在整个辨识中共选择 P 个频率点,则求得的针对设计变量的灵敏度可组成灵敏度矩阵 \mathbf{S} ,即

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{E_0,1} & S_{E_\infty,1} & S_{\tau,1} & S_{\alpha,1} \\ S_{E_0,2} & S_{E_\infty,2} & S_{\tau,2} & S_{\alpha,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{E_0,P} & S_{E_\infty,P} & S_{\tau,P} & S_{\alpha,P} \end{bmatrix} \quad (16)$$

该匹配计算的目标函数为

$$\text{Min}(|\mathbf{W}_x(\mathbf{S}\Delta\mathbf{b} - \Delta\mathbf{x})|^2 + |\mathbf{W}_b\Delta\mathbf{b}|^2) \quad (17)$$

其中: $\mathbf{W}_x, \mathbf{W}_b$ 分别为振动响应和设计变量的权重矩阵; $\Delta\mathbf{b}$ 为设计变量变化量所组成的向量; $\Delta\mathbf{x}$ 为对应各频率点振动响应的残差组成的向量。

$\Delta\mathbf{b}$ 和 $\Delta\mathbf{x}$ 的表达式为

$$\Delta\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \Delta E_0 \\ \Delta E_\infty \\ \Delta\tau \\ \Delta\alpha \end{bmatrix} \quad (18a)$$

$$\Delta\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_P \end{bmatrix} \quad (18b)$$

需要说明的是,式(18)中的残差对应所有设计变量变化时响应的变化量。

得到如下迭代公式

$$\mathbf{b}_j = \mathbf{b}_{j-1} - (\mathbf{S}^T \mathbf{W}_x^T \mathbf{W}_x \mathbf{S} + \mathbf{W}_b^T \mathbf{W}_b)^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{W}_x^T \Delta\mathbf{x} \quad (19)$$

经过若干次迭代,满足收敛条件后代代终止,获得对应分数阶导数模型待辨识的4个参数。需要说明的是,考虑到共振点对应的响应值信噪比高,设置

权重时应将共振点的权重设为大值,将非共振点权重设为小值。

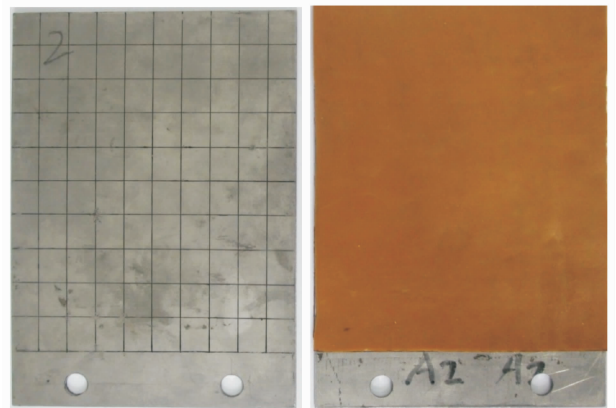
4 实例研究

以贴敷 ZN-1 型黏弹性材料的悬臂钛板为例,基于扫频获得频域响应反推分数阶导数模型参数。

4.1 试件及振动特性测试

阻尼处理前后的钛板如图3所示。该薄板的长、宽分别为 154.1 mm, 109.6 mm, 钛板基体的厚度为 1.32 mm, 薄板夹持区长度为 20 mm, 拧紧力矩为 32 N·m。在薄板的一侧贴敷 ZN-1 型黏弹性材料, 厚度为 0.5 mm。钛板的材料参数是已知的: 储能模量为 110.32 GPa, 密度为 4 420 kg/m³, 损耗因子为 0.000 7。ZN-1 型黏弹性材料的密度可实测获得, 具体为 789.5 kg/m³, 黏弹性材料及钛板的泊松比分别取 0.49 和 0.3, ZN-1 型黏弹性材料的分数阶导数模型参数需要辨识获得。

实验现场如图4所示,涉及的仪器设备如表1所示。整个测试过程中均用激光测振仪拾振,参照图4中的坐标,拾振点位置为 $x = 11$ mm, $y = 67$ mm。在基于反推法的辨识中,实验系统与理论模型相对应是至关重要的。剔除夹持区后,实验结构为受振动台基础激励的、单面全部贴敷 ZN-1 型阻尼材料的和由夹具固定的(实践表明,32 N·m 的螺栓拧紧力矩可以保证板的底部为完全固定约束)悬臂结构系统,这就保证了实验系统与理论模型之间激励条件、结构形式和边界条件均具有一致性。



(a) 阻尼处理前

(b) 阻尼处理后

(a) Before damping treatment

(b) After damping treatment

图3 钛板实验件

Fig. 3 Specimens used in the experiment

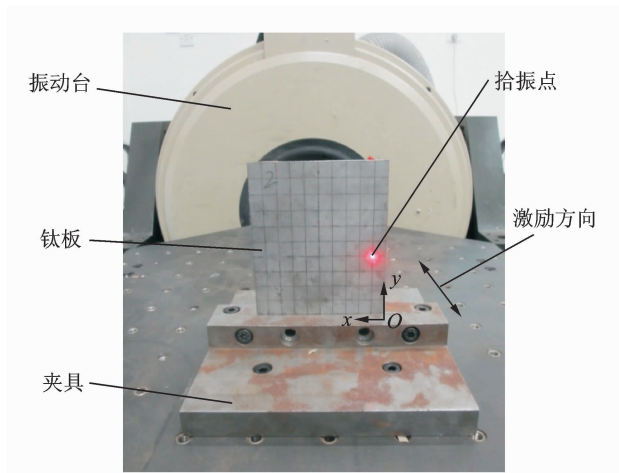


图 4 测试现场图

Fig. 4 Actual photograph of vibration test

表 1 主要测试仪器

Tab. 1 The instruments used in this test

序号	名称
1	LMS 16 通道便携式数据采集前端控制器
2	Polytec PDV-100 激光多普勒测振仪
3	金盾 EM-1000F 振动台
4	PCB 8206-001 54627 模态力锤
3	LMS. Testlab 笔记本工作站

对阻尼处理前的薄板进行锤击测试,采用半功率带宽法由获得的频响函数辨识出各阶模态阻尼比,测试结果如表 2 所示。利用振动台,设定包含共振频率的扫频区间,对阻尼处理后的薄板进行分段扫频测试。选择第 1,3,5 阶共振区的频域响应用于黏弹性材料参数辨识,对应的激励幅度分别为 0.25, 1 和 2 g,相应的测试结果如图 5 所示。

表 2 阻尼处理前薄板的模态阻尼比

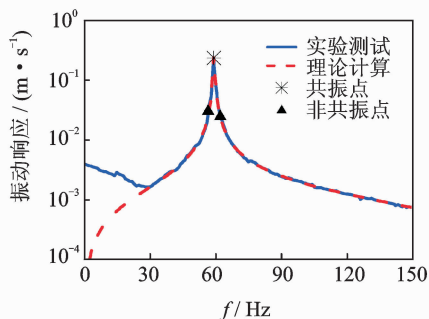
Tab. 2 Modal damping ratios of the titanium plate without damping treatment

阶次	1	2	3	4	5	6	7	8
阻尼比	0.37	0.19	0.22	0.29	0.15	0.11	0.13	0.08

4.2 黏弹性材料的力学特性参数辨识

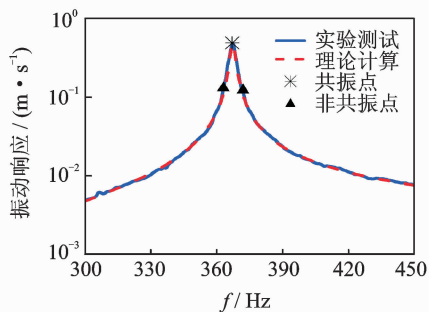
参照图 5 所示的扫频响应,选择 3 个共振频率点以及每个共振频率左右各一个非共振频率点(即 3 个共振点,6 个非共振点),利用本研究方法进行参数辨识。

整个模型共划分了 100 个单元,121 个节点,利用 Matlab 编程完成整个计算。参考文献[13]选择 ZN-1 型黏弹性材料分数阶导数模型的初值,具体



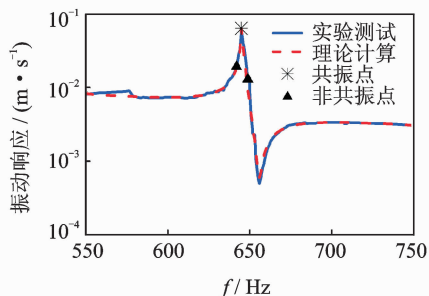
(a) 0.25 g 激励幅度 1 阶频域响应

(a) The 1st order frequency response under 0.25 g excitation



(b) 1 g 激励幅度 3 阶频域响应

(b) The 3rd order frequency response under 1 g excitation



(c) 2 g 激励幅度 5 阶频域响应

(c) The 5th order frequency response under 2 g excitation

图 5 实验测试及理论计算得到的频域响应

Fig. 5 Frequency domain responses obtained by experiment and analysis

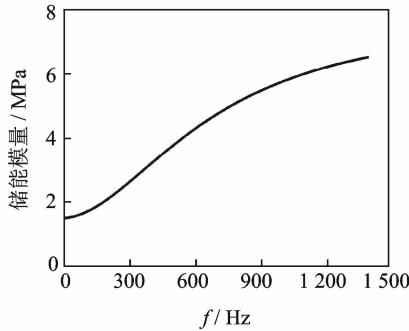
为: $E_0 = 1.8 \text{ MPa}$, $E_\infty = 12.5 \text{ MPa}$, $\tau = 2.42 \times 10^{-4}$, $\alpha = 0.99$ 。计算各频率点处振动响应对分数阶导数模型参数的灵敏度以及振动响应的残差向量。接着,将分数阶导数模型各参数的权重均取 0.25,在振动响应的权重矩阵中,共振点处的权重取 0.2,非共振点处的权重取 0.06。最后,将确定的灵敏度矩阵、振动响应残差向量以及权重矩阵代入式(17)进行迭代计算。设收敛条件为:计算得到的振动响应与相应的实验值偏差小于 1%。经过若干次迭代,可反推获得 ZN-1 型黏弹性材料的分数阶导数模型参数,具体结果如表 3 所示。例如,以激振频率为横

轴, ZN-1 型黏弹性材料的储能模量或损耗因子为纵轴, 则可对材料进行频率依赖性频域表征, 如图 6 所示。

表 3 ZN-1 型黏弹性材料的分数阶导数模型参数

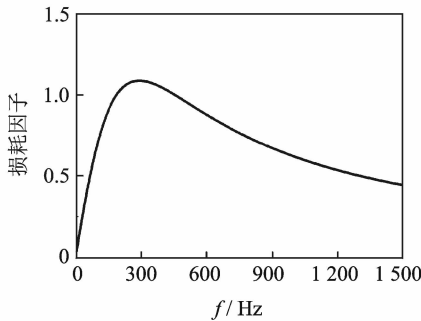
Tab.3 Fractional derivative model parameters of ZN-1 viscoelastic material

参数	E_0	E_∞	τ	α
辨识值	1.5 MPa	11.3 MPa	1.02×10^{-4}	0.97



(a) 储能模量

(a) Storage modulus



(b) 损耗因子

(b) Loss factor

图 6 ZN-1 型黏弹性材料的频率依赖性表征

Fig. 6 Characterization of ZN-1 viscoelastic material with frequency dependent characteristics

为了说明辨识结果的合理性, 将获得的黏弹性材料分数阶导数模型写成复模量的形式并代入到黏弹性阻尼板振动响应分析模型中。黏弹性复合板的频域振动响应需按照各频率点进行求解(计算步长为 1 Hz)。首先, 针对每个频率值确定黏弹性材料的储能模量和损耗因子; 其次, 确定总刚度矩阵 \mathbf{K}^* 和总质量矩阵 \mathbf{M} , 并进行模态分析; 然后, 取 8 阶模态, 将表 2 中的阻尼值作为剩余等效黏性阻尼输入分析模型, 按照模态叠加法求解每个频率点对应的响应值; 最后, 依次类推求解各频率点对应的响应值, 绘制与实验频率范围一致的频域响应曲线, 如图 5 所示。提取各指定频率点对应的理论计算与实验

测试获得的振动响应值并进行对比, 如表 4 所示。可以看出, 理论计算获得的黏弹性阻尼板频域响应值与实测值几乎一致, 证明了辨识结果的合理性。

表 4 实验测试及理论计算获得的振动响应

Tab.4 Vibration responses obtained by experiment and analytical calculation

频率点/Hz	振动响应/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)		偏差/%
	实验测试	理论计算	
56.54	0.030 9	0.030 4	1.62
59.13 *	0.235 1	0.235 6	0.21
62.03	0.024 4	0.024 7	1.23
363.09	0.130 8	0.132 9	1.61
367.11 *	0.485 4	0.48 40	0.28
372.21	0.123 5	0.125 9	1.94
642.10	0.019 3	0.019 9	3.11
645.08 *	0.064 4	0.064 8	0.62
649.36	0.013 0	0.013 5	3.85

* 号为共振点

5 结 论

1) 在同时考虑黏弹性材料阻尼以及剩余等效黏性阻尼的基础上, 创建了黏弹性阻尼板振动响应分析模型。以理论计算获得的振动响应与实测值偏差最小为目标函数, 研发出基于灵敏度的匹配算法, 在同时保证计算精度和计算效率的前提下实现了黏弹性材料分数阶导数模型参数的辨识。

2) 以 ZN-1 型黏弹性材料为例, 用本研究方法辨识出该材料的分数阶导数模型参数。将获得的辨识结果代入到黏弹性阻尼板振动响应分析模型中, 并比较计算得到的响应值与实测值, 发现两者几乎一致, 从而证明了辨识结果的合理性。利用实例中 9 个频率点(3 个共振点, 6 个非共振点)辨识出的黏弹性材料参数对复合板结构进行动力学分析, 完全可以再现实际的黏弹性阻尼板频域振动响应行为。

参 考 文 献

[1] Martinez-Agirre M, Elejabarrieta M J. Dynamic characterization of high damping viscoelastic materials from vibration test data[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(16): 3930-3943.

[2] McTavish D J, Hughes P C. Modeling of linear viscoelastic space structures[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1993, 115(1): 103-110.

[3] Lesieutre G A, Bianchini E. Time domain modeling of linear viscoelasticity using anelastic displacement fields

- [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1995, 117(4): 424-430.
- [4] Bagley R L, Torvik P J. Fractional calculus in the transient analysis of viscoelastically damped structures [J]. *AIAA Journal*, 1985, 23(6): 918-925.
- [5] Escobedo-Torres J, Ricles J M. The fractional order elastic-viscoelastic equations of motion: formulation and solution methods [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1998, 9(7): 489-502.
- [6] Schmidt A, Gaul L. Finite element formulation of viscoelastic constitutive equations using fractional time derivatives [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2002, 29(1-4): 37-55.
- [7] Cortés F, Elejabarrieta M J. Homogenised finite element for transient dynamic analysis of unconstrained layer damping beams involving fractional derivative models [J]. *Computational Mechanics*, 2007, 40(2): 313-324.
- [8] Barkanov E, Skukis E, Petitjean B. Characterisation of viscoelastic layers in sandwich panels via an inverse technique [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(3): 402-412.
- [9] Shi Y, Sol H, Hua H. Material parameter identification of sandwich beams by an inverse method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 290(3): 1234-1255.
- [10] Kim S Y, Lee D H. Identification of fractional-derivative-model parameters of viscoelastic materials from measured FRFs [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 324(3): 570-586.
- [11] Parthasarathy G, Reddy C V R, Ganesan N. Partial coverage of rectangular plates by unconstrained layer damping treatments [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1985, 102(2): 203-216.
- [12] 刘建涛, 杜平安, 黄明镜, 等. 阻尼连续体简谐基础振动的有限元实现方法 [J]. *机械工程学报*, 2010, 46(1): 109-114.
Liu Jiantao, Du Ping'an, Huang Mingjing, et al. Finite element approach for analyzing continua with damp under harmonic loads from the base [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(1): 109-114. (in Chinese)
- [13] 李恩奇, 盛秀成, 王江枫. ZN-1 型黏弹性阻尼材料模型参数修正研究 [J]. *强度与环境*, 2011, 38(5): 36-41.
Li Enqi, Sheng Xiucheng, Wang Jiangfeng. Parameter update of ZN-1 viscoelastic damping material model [J]. *Structure & Environment Engineering*, 2011, 38(5): 36-41. (in Chinese)



第一作者简介: 孙伟, 男, 1975 年 5 月生, 博士、教授、博士生导师。主要研究方向为机械系统动力学及振动控制。曾发表《硬涂层参数对基础激励作用下悬臂梁振动特性的影响分析》(《机械工程学报》2014 年第 50 卷第 19 期) 等论文。
E-mail: weisun@mail.neu.edu.cn

