

# 橡胶输送带黏弹性本构模型参数测定与分析\*

陈洪月<sup>1,3</sup>, 李永红<sup>1</sup>, 张 坤<sup>1</sup>, 邓文浩<sup>2</sup>, 王 鑫<sup>1</sup>

(1. 辽宁工程技术大学机械工程学院 阜新, 123000)

(2. 宾夕法尼亚大学工程与应用科学学院 宾夕法尼亚, 19104)

(3. 矿山液压技术与装备国家工程研究中心 阜新, 123000)

**摘要** 通过动态加载应变试验,分析了钢丝绳芯橡胶输送带在 0,10,20,30 和 40℃ 温度下的应力响应。以输送带的标准固体本构模型为基础,通过黏弹性材料的傅里叶级数拟合,推导了输送带标准固体模型中 3 个参数的识别公式,建立了 3 个参数随温度变化的拟合公式,并分析了其随温度的变化特性。结果表明:温度对黏度系数  $\eta$  和弹性模量  $E_1$  影响较大,呈非线性变化趋势;对弹性模量  $E_2$  影响相对较小,可以近似为线性变化。最后,通过试验对建立的拟合公式误差进行了分析,最大误差约为 3%,试验结果也证明了辨识公式的准确性。

**关键词** 输送带;黏弹性;本构模型;参数识别

**中图分类号** TH113;TD528

## 引 言

钢丝绳芯橡胶输送带是以钢丝绳为骨架、橡胶为外覆盖层的一种常用输送带,输送带黏弹性本构模型参数辨识是研究输送带动力学行为及输送机运行参数优化的关键问题。文献[1]以标准固体模型为基础,建立了托辊与输送带间的压陷阻力能耗。文献[2]采用广义 Maxwell 模型描述输送带的覆盖层,建立输送带的运行阻力模型。文献[3]对不同温度下输送带覆盖层橡胶与托辊间的运行阻力进行了试验测试。文献[4]采用标准固体模型建立了输送带覆盖层与托辊间的静、动态接触模型。文献[5]采用标准固体模型和 Winkler 基础假设研究了输送带覆盖层与托辊间的应力波动特性。文献[6]采用循环加载试验,测试了输送带的 Maxwell 模型的本构参数。文献[7]采用不同加载频率下的动态加载试验,分析了频率对 Maxwell 模型本构参数的影响。文献[8]在线性黏弹性的假设下,采用时-温度等效原理,研究了输送带标准固体模型的松弛特性。文献[9]采用有限差分法和 prony 级数研究了不同温度下橡胶材料的黏弹性行为。文献[10]采用温度扫描、频率扫描和应变幅扫描等方法研究了橡胶轮胎

的能耗特性。文献[11]采用傅里叶级数对橡胶输送带的标准固体参数进行了辨识进行了。文献[12]采用有限元仿真对橡胶的黏弹性参数进行了反演优化。文献[13]运用最小二乘拟合法对钢轨扣件减振橡胶动态特性进行重构,构建动态恢复力模型。文献[14]采用傅里叶变换和三角符号运算建立了金属橡胶广义恢复力模型。

现有的研究成果中,对本构模型参数的识别研究相对较少,特别是温度对输送带本构模型参数影响,研究成果相对缺乏,多限于某一稳定温度下研究输送带黏弹性动力学特性<sup>[15]</sup>。因此,笔者通过对不同温度下输送带的动态加载试验,获得试验数据,再通过傅里叶级数拟合建立输送带标准和分析,研究变温条件下输送带的本构模型参数的变化规律,对确定变温下输送带的黏弹性本构关系具有理论意义。

## 1 输送带动态加载试验

试验材料为 GB/T 9770-2013 中的 st1600 型钢丝绳芯输送带,利用橡胶带切割机将其沿钢丝绳方向切成 1 100mm×75mm 的试样,输送带的截面尺寸如图 1 所示。采用电子万能拉伸试验机和数显温控箱进行试验,如图 2 所示。试验温度分别为 0,

\* 国家自然科学基金资助项目(51404132)

收稿日期:2016-12-19;修回日期:2017-02-18

10,20,30 和 40℃,加载频率为 0.1 Hz,初始位移为 0.5mm,幅值为 1.25mm。试验获得的力与加载位移间的关系如图 3 所示。由图 3 可知,随着试验温度的增加,试验曲线变化量非常小。

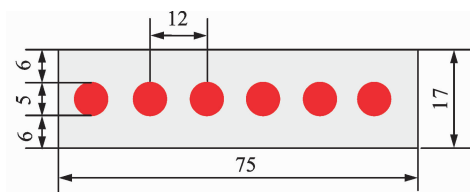


图 1 输送带尺寸参数(单位:mm)

Fig.1 Size of conveyer belt(unit:mm)



图 2 试验照片

Fig.2 Test photo

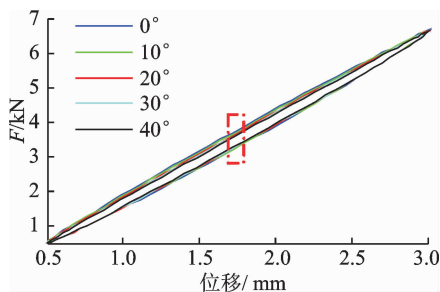


图 3 试验曲线

Fig.3 Test curve

为了清晰地观察不同温度下力-位移曲线间的差别,对图 3 中红色线框区域,即加载位移 1.7~1.8 mm 的曲线进行放大,如图 4 所示。随着温度的增加,试验曲线逐渐下移,但下移量很小。这是因为对输送带进行加载时,其内部的钢丝绳芯作为主要承载体,钢丝绳的动力学参数在试验温度下几乎不发生变化,而覆盖层橡胶作为次要承载体,其动力学参数随着温度的升高而下降引起的。通过图 3,4 可以看出,随着温度的增加,试验曲线的迟滞环的面积逐渐减小,说明输送带的拉伸能耗随着温度的增加而逐渐降低。

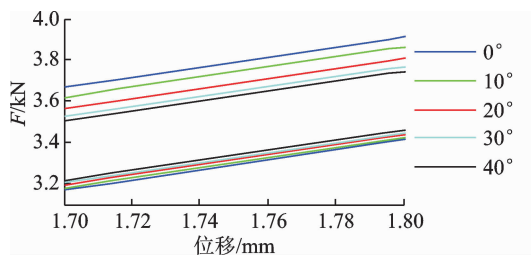


图 4 试验曲线放大

Fig.4 Amplification of test curve

## 2 输送带标准固体本构模型参数推导

在钢丝绳芯橡胶输送带中,钢丝绳及其外覆盖层分别表现出弹性、黏弹特性,可用标准固体模型来表征其综合性能,如图 5 所示。

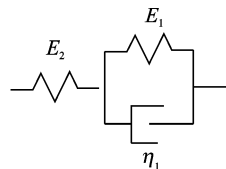


图 5 标准固体模型

Fig.5 Standard solid mode

本构模型为

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \epsilon + q_1 \dot{\epsilon} \quad (1)$$

其中:  $\eta_1, E_1$  为模型的应力和应变;  $q_0, q_1, p_1$  分别为  $\epsilon, \dot{\epsilon}, \dot{\sigma}$  的系数。

$$\begin{cases} p_1 = \frac{\eta_1}{E_1 + E_2} \\ q_0 = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \\ q_1 = \frac{\eta_1 E_2}{E_1 + E_2} \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $E_1, E_2$  为弹性模量;  $\eta_1$  为黏性系数。

当输送带的外载为动应变作用时,即

$$\epsilon = A \sin(\omega t) + \epsilon_0 \quad (3)$$

其中:  $\epsilon_0$  为初始应变;  $A$  为应变幅值;  $\omega$  为应变角频率;  $t$  为时间。

其动态应变下的应力为

$$\sigma(t) = q_0 \epsilon_0 + \frac{A(q_1 \omega^2 p_1 + q_0)}{1 + \omega^2 p_1^2} \sin \omega t + \frac{A(q_1 - q_0 p_1) \omega}{1 + \omega^2 p_1^2} \cos \omega t + C e^{-\frac{t}{p_1}} \quad (4)$$

对于输送带而言,一般情况下  $C e^{-\frac{t}{p_1}} \approx 0$  的值很小,当  $C e^{-\frac{t}{p_1}} \approx 0$  时,  $C e^{-\frac{t}{p_1}} \approx 0, C$  为常数。

由文献[11-14]可知,采用 1 阶傅里叶级数描述黏弹性材料的本构模型能达到很好的拟合效果,即

$$\sigma(t) = a_0 + a_1 \sin \omega t + b_1 \cos \omega t \quad (5)$$

由于式(4)与(5)对应项相等,得到

$$\begin{cases} q_0 = \frac{a_0}{\varepsilon_0} \\ p_1 = \frac{b_1}{a_1 \omega} - \frac{A a_0}{a_1 \varepsilon_0 \omega} \\ q_1 = \frac{a_1^2 \varepsilon_0 + b_1^2 \varepsilon_0 - A a_0 b_1}{A \omega a_1 \varepsilon_0} \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(2),得到橡胶输送带的标准固体模型参数的识别公式为

$$\eta_1 = \frac{(a_1^2 \varepsilon_0 + b_1^2 \varepsilon_0 - A a_0 a_1)^2}{A \omega b_1 (a_1^2 \varepsilon_0^2 + b_1^2 \varepsilon_0^2 - 2 A a_0 a_1 \varepsilon_0 + A^2 a_0^2)} \quad (7)$$

$$E_1 = \frac{a_0 (a_1^2 \varepsilon_0 + b_1^2 \varepsilon_0 - A a_0 a_1)}{(a_1 \varepsilon_0 - A a_0)^2 + b_1^2 \varepsilon_0^2} \quad (8)$$

$$E_2 = \frac{a_1^2 \varepsilon_0 + b_1^2 \varepsilon_0 - A a_0 a_1}{A (a_1 \varepsilon_0 - A a_0)} \quad (9)$$

以上 3 个参数在某一温度下为常量,但随着温度的变化,其参数值也会随之改变。

### 3 输送带本构模型参数拟合与精度验证

根据试验参数和结果,通过式(7)~(9)得到钢丝绳橡胶输送带在不同温度下的本构模型参数。采用多项式对其进行数据拟合,可知黏度系数  $\eta_1$  随温度  $T$  的变化为非线性关系,拟合方程为

$$\eta_1 = -0.001 T^3 + 0.036 93 T^2 - 0.519 1 T + 8 029 \quad (10)$$

试验与拟合曲线的对比如图(6)所示。试验曲线与拟合曲线的确定性系数为 0.99。由图(6)可知,随着温度的增加,黏度系数变化较为明显,特别是当温度超过 20°时,黏度系数变化相对较大。

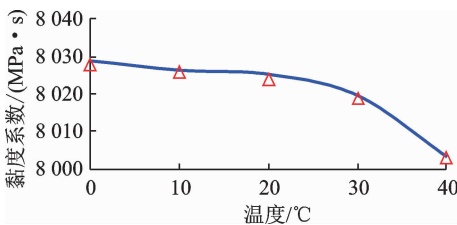


图 6  $\eta_1$  随温度的变化

Fig. 6  $\eta_1$  with the change of temperatur

弹性模量  $E_1$  与温度  $T$  间为非线性变化关系,拟合所得方程为

$$E_1 = 0.004 7 T^2 - 0.093 T + 1 633 \quad (11)$$

试验曲线与拟合曲线的对比如图(7)所示,试验曲

线与拟合曲线的确定性系数为 0.91。由图(7)可知,随着温度的增加,弹性模量  $E_1$  逐渐减小,变化较为明显。

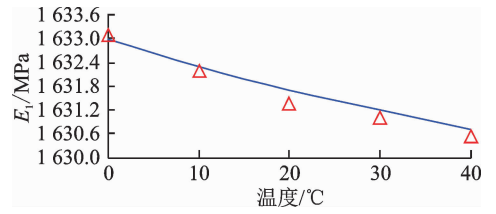


图 7  $E_1$  随温度的变化

Fig. 7  $E_1$  with the change of temperature

弹性模量  $E_2$  随温度  $T$  的变化可近似为线性关系,拟合所得方程为

$$E_2 = -0.318 8 T + 97 440 \quad (12)$$

试验曲线与拟合曲线的对比如图(8)所示,试验曲线与拟合曲线的确定性系数为 0.94。由图(8)可知,随着温度的增加,弹性模量  $E_2$  的变化相对较小。

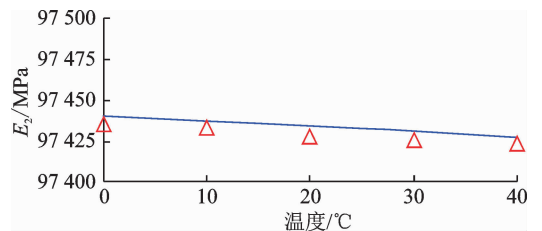


图 8  $E_2$  随温度的变化

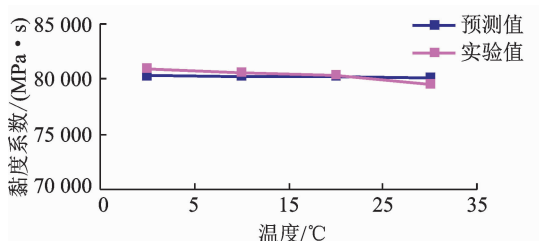
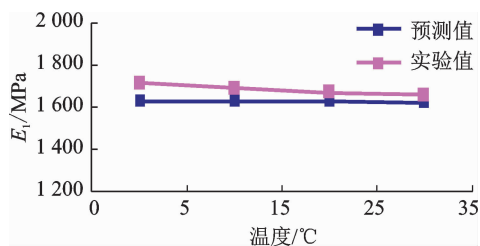
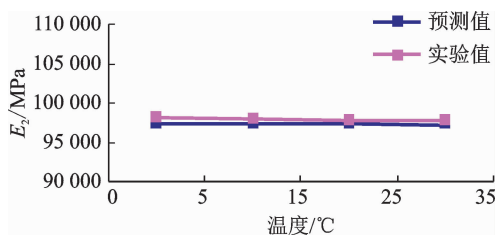
Fig. 8  $E_2$  with the change of temperature

### 4 预测与验证

为了验证本构模型参数拟合公式(10)~(12)的正确性,对不同温度下,输送带的模型参数进行试验和对比。试验温度  $T$  分别为 5,15,25 和 35° C,加载频率  $f$  为 0.1 Hz,初始位移  $x_0$  为 0.5 mm,幅值  $A$  为 1.25 mm。将式(10)~(12)的拟合结果与试验结果进行对比如图(9)~(11)所示。3 个参数中误差最大的为  $E_1$ ,误差值约为 45 MPa,约为试验值的 3%。从拟合结果看,3 个参数的拟合预测结果误差相对较小,说明模型参数拟合公式具有较高的预测精度。

### 5 结束语

通过对钢丝绳芯橡胶输送带进行不同温度下的动态拉伸试验,得到了动应变下的应力响应曲线。推导了标准固体模型参数的计算公式,通过试验数据得到了不同温度下标准固体模型参数的变化规律和拟合公式。研究表明:随着温度的增加,黏度系数

图9  $\eta_1$  理论与试验值对比Fig. 9 Comparison of  $\eta_1$  between theoretical and experimental values图10  $E_1$  理论与试验值对比Fig. 10 Comparison of  $E_1$  between theoretical and experimental values图11  $E_2$  理论与试验值对比Fig. 11 Comparison of  $E_2$  between theoretical and experimental values

$\eta_1$  和弹性模量  $E_1$  呈非线性变化趋势,且随着温度增加逐渐减小;随着温度的增加,弹性模量  $E_2$  可近似为线性变化趋势,且温度对弹性模量  $E_2$  影响相对较小。最后,通过试验对拟合公式的正确性进行了验证。

## 参 考 文 献

- [1] Qiu Xiangjun, Chai Chang. Estimation of energy loss in conveyor systems due to idler indentation[J]. Journal of Energy Engineering(ASCE), 2011, 3: 36-43.
- [2] Rudolphi T, Reicks A. Viscoelastic indentation and resistance to motion of conveyor belts using a generalized Maxwell model of the backing material[J]. Rubber Chemistry & Technology Journal, 2006, 79(2): 307-309.
- [3] Miroslav B, Robert K. Experimental tests of selected constituents of movement resistance of the belt conveyors used in the underground mining[J]. Miroslav Bajda and Robert Krol, 2015, 15: 702-711.
- [4] 王繁生. 带式输送机柔性多体动力学分析方法研究[D]. 徐州:中国矿业大学, 2010.

- [5] 杨彩红,毛君,李春林. 输送带压阻力的研究[J]. 煤炭学报, 2010, 35(1): 149-154.  
Yang Caihong, Mao Jun, Li Chunlin. Study of indentation resistance of conveyor belt[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(1): 149-154. (in Chinese)
- [6] 李之中,韩刚,黄松元. 输送带黏弹性试验方法简介[J]. 太原重型机械学院学报, 1994, 15(3): 250-254.  
Li Zhizhong, Han Gang, Huang Songyuan. The brief introduction to the testing methods of visco-elastic conveyer belts [J]. Journal of Tai Yuan Heavy Machinery Institute, 1994, 15(3): 250-254. (in Chinese)
- [7] 毛君,解本铭,孙国敏. 带式输送机动态设计理论与应用[M]. 沈阳:辽宁科学技术出版社, 1996: 16-20.
- [8] Rudolphi T, Reicks A. Applied rubber belt cover loss prediction from indentation[J]. Bulk Solids Handling, 2008(2): 25-34.
- [9] Arthur R J, Chen T K. Approximating thermo-viscoelastic heating of largely strained solid rubber components[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2005(194): 313-325.
- [10] 危银涛,杨挺青. 黏弹性橡胶动态力学性能与能耗[C]//中国力学学会学术大会. 北京: [s. n.], 2005: 406-407.
- [11] 陈洪月,王鑫,钟声,等. 橡胶输送带迟滞特性分析与恢复力模型参数预测[J]. 煤炭学报, 2015, 12(40): 2995-3001.  
Chen Hongyue, Wang Xin, Zhong Sheng, et al. Hysteresis characteristic analysis of rubber conveyor belt and parameter prediction of restoring force model[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 12(40): 2995-3001. (in Chinese)
- [12] 刘文武,翁雪清,朱石坚,等. 确定橡胶黏弹性模型参数的优化反推法研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(8): 185-190.  
Liu Wenwu, Weng Xueqing, Zhu Shijian, et al. Study on anti-optimization method to identify the parameters of viscoelastic model of rubber[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(8): 185-190. (in Chinese)
- [13] 刘艳,罗雁云. 钢轨扣件减振橡胶动态特性分析[J]. 中南大学学报, 2011, 42(9): 2875-2881.  
Liu Yan, Luo Yanyun. Dynamic characteristic analysis of rubber absorber in rail fastening[J]. Journal of Central South University, 2011, 42(9): 2875-2881. (in Chinese)
- [14] 郝慧荣,白鸿柏,候军芳. 金属橡胶广义恢复力模型辨识[J]. 振动与冲击, 2008, 27(11): 105-110.  
Hao Huirong, Bai Hongbai, Hou Junfang. Generalized re-suming force model for metal rubber[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(11): 105-110. (in Chinese)
- [15] 张义同. 热弹性理论[M]. 天津:天津大学出版社, 2002: 5-10.



**第一作者简介:** 陈洪月,男,1982年12月生,副教授、博士生导师。主要研究方向为机械系统动态设计与优化。曾发表《橡胶输送带迟滞分析与恢复力模型参数预测》(《煤炭学报》2015年第40卷)等论文。

E-mail: chyxiaobao@126.com

**通信作者简介:** 李永红,女,1990年4月生,硕士生。主要研究方向为橡胶输送带动力学参数变化机制与能耗机理。

E-mail: liyonghong\_ts@163.com