

# 基于 VKF-OT 和 DFA 的齿轮时变状态特征提取方法<sup>\*</sup>

章翔峰, 孙文磊, 姜宏

(新疆大学机械工程学院 乌鲁木齐, 830049)

**摘要** 针对齿轮在时变工况下的振动具有非线性、非平稳的特性, 提出 Vold-Kalman 阶比跟踪 (Vold-Kalman filter based order tracking, 简称 VKF-OT) 和去趋势波动分析 (detrended fluctuation analysis, 简称 DFA) 相结合的一种特征提取方法。该方法以齿轮转频和啮频作为 VKF-OT 的提取频率, 获取任意时变工况下的两类阶比信号, 减弱或消除转速变化所引起的频率调制干扰, 通过求解复包络得到两种频率分量的精确幅值和相位以保留齿轮状态的瞬变信息。在此基础上, 引入去趋势波动法分别处理原信号、转频和啮频阶比信号, 消除负载变化所产生的幅值调制干扰, 对比 3 种信号的双对数波动函数图, 选定齿轮振动信号的特征向量。通过对齿轮不同工作状态下的 150 组振动信号进行实验, 结果表明该方法所提取的故障特征可有效地区分任意时变工况下的齿轮早期局部微弱故障。

**关键词** 时变工况; 频率调制; 瞬变信息; 转频阶比信号; 特征提取

**中图分类号** TH165.3

## 引言

齿轮故障信号特征提取是机械设备故障诊断领域的研究重点之一。目前人们采用的方法主要是处理恒定工况下的振动信号, 而实际工程测试表明齿轮时刻处于变转速或变负载的工况, 转速一般会导导致信号频率的调制而负载会造成调幅现象, 都会造成信号在时、频域具有“伪随机”性和“宽频”性, 易导致故障诊断出现误差, 因此在分析信号的同时一定要考虑转速和负载的影响。

阶比跟踪方法<sup>[1]</sup>能提取与转速相关的分量。Wang<sup>[2]</sup>将阶比跟踪用于旋转设备的起停车故障检测, 结果表明阶比分析用于起停车分析较合适, 考虑到起停车也可理解为时变工况, 因此认为阶比跟踪方法比较利于分析变转速类的时变工况信号<sup>[3]</sup>。第二代 Vold-Kalman 阶比跟踪无需使用等角域转换, 计算理论相对更成熟, 它能实现近似阶比、交叉阶比的分离<sup>[4-5]</sup>, 且计算提取的阶比分量是以复包络及载波乘积形式表示, 以复包络求幅值、相位信息有利于获取瞬变信息特征, 保证不丢失时变工况下的振动

信号特征。目前, 该方法在机械设备故障诊断中使用较少。温广瑞等<sup>[3]</sup>结合弗德卡曼阶比跟踪和全息谱的方法实现了转子起停车的故障特征提取, 并证明这种方法能克服傅里叶变换的平均效应, 保留转子的瞬变信息。孙宜权等<sup>[6]</sup>应用 VKF-OT 实现发动机的失火故障在线实时诊断, 取得较好的成果。以上文献说明弗德卡曼阶比跟踪在处理变工况条件下的振动信号具有很强的优势。

去趋势波动分析在金融<sup>[7]</sup>、医学<sup>[8-9]</sup>、水文和气象学领域使用较广泛。在机械设备故障诊断领域, de Moura 等<sup>[10]</sup>采用 DFA 进行齿轮故障的识别, 采用 DFA 用于提取齿轮的故障特征效果显著。肖涵等<sup>[11]</sup>分析了齿轮振动信号具有双标度性, 并用 DFA 方法成功地提取了故障特征, 但并不能很好地解决任意工况下的齿轮故障诊断。

考虑到 VKF-OT 提取的任意变工况下的各阶阶比分量能很好地保留瞬变信息特征和 DFA 在提取早期局部微弱故障特征方面的优势, 提出一种 VKF-OT 和 DFA 相结合的变工况齿轮状态特征提取方法, 并通过风电机组齿轮箱故障实验平台所采集的信号验证了算法的鲁棒性和泛化能力。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目 (51565055); 新疆维吾尔自治区青年教师科研培育基金资助项目 (自然科学类) (XJEDU2016S036)

收稿日期: 2017-01-12; 修回日期: 2017-03-24

# 1 故障特征提取理论

## 1.1 VKF-OT 算法

第2代 VKF-OT<sup>[12]</sup>将阶比信号表示为复包络和载波乘积,通过解调方式提取阶比分量。Kalman 滤波器按以下两个条件设定:a.未知复包络是低阶平滑的;b.所有的待跟踪阶次分量的和与测得信号近似相等。平滑条件由结构方程描述,数据方程描述待跟踪阶次和与实测信号的关系。算法流程如图1所示。

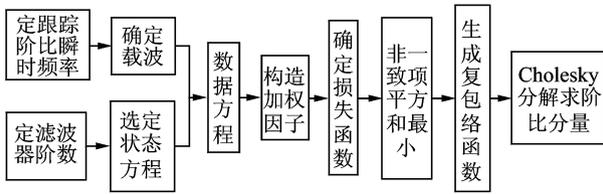


图1 VKF-OT 算法流程

Fig.1 The process of VKF-OT algorithm

假定阶比分量为

$$x_t = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k(t)\theta_k(t) \quad (1)$$

其中: $k$ 为基准频率或提取频率,即被跟踪阶比; $a(t)$ 为复包络; $\theta_k(t)$ 为载波,其离散计算公式为

$$\theta_k(n) = \exp\left(ik \sum_{m=0}^n \omega(m)\Delta T\right) \quad (2)$$

其中: $i$ 为虚数单位; $\omega(m)$ 为参考轴角频率;

$\sum_{m=0}^n \omega(m)\Delta T$ 为前 $n$ 个采样点角位移。

定义阶比状态方程如下

$$\nabla^s x_k(n) = \varepsilon(n) \quad (3)$$

其中: $\nabla$ 为不同算子; $s$ 为设定的阶数; $\varepsilon(n)$ 为非一致项。

可看出,多项式阶比决定提取效果,经分析证明,滤波器阶数不超过4阶可保证滤波效果的稳定性<sup>[13]</sup>。本次选用二阶多项式如下

$$\nabla^2 x(n) = x(n) - 2x(n+1) + x(n+2) = \varepsilon(n) \quad (4)$$

由文献[2]知,提取单轴单个阶比分量时,测量数据序列与阶比分量的数据方程如下

$$y(n) = x(n)\theta(n) + \xi(n) \quad (5)$$

其中: $y(n)$ 为实际测量信号; $x(n)$ 为阶比分量;

$\theta_k(n) = \exp\left(i \sum_{m=0}^n \omega(m)\Delta T\right)$ ; $\xi(n)$ 为非阶比分量。

满足非阶比分量 $\xi(n)$ 和非一致项 $\varepsilon(n)$ 的平方和最小,可求解 VKF-OT 分量。非阶比分量 $\xi(n)$ 平方和如下

$$\xi^T \xi = (y^T - Cx)(y - Cx) \quad (6)$$

其中: $C$ 为 $N$ 维对角阵; $x$ 为 $N$ 维列向量。

非一致项 $\varepsilon(n)$ 平方和如下

$$\varepsilon^T \varepsilon = x^T A^T A x \quad (7)$$

为平衡 $\varepsilon(n)$ 与 $\xi(n)$ 所占比例对结果的影响,设定加权因子 $r(n)$ 用于决定算法的跟踪特性,如式(8)所示

$$J = r^2 \varepsilon^T \varepsilon + \xi^T \xi \quad (8)$$

其中: $r$ 为加权因子。

设 $x^H$ 为复向量 $x$ 的共轭转置,求 $J$ 对 $x^H$ 的一阶导数如下

$$\frac{dJ}{dx^H} = \frac{d[r^2 x^T A^T A x + (y^T - C^H x^H)(y - Cx)]}{dx^H} = 2r^2 A^T A x + 2(x - C^H y) = 0 \quad (9)$$

当一阶导数为零时表示 $\xi(n)$ 和 $\varepsilon(n)$ 的平方和为最小,解方程得复包络 $x(n)$ 如下

$$x = (r^2 A^T A + E)^{-1} C^H y \quad (10)$$

其中: $A^T, A$ 为对称半正定矩阵; $B = r^2 A^T A + E$ 为对称正定矩阵。

对矩阵 $B$ 做 Cholesky 分解,即 $B = LL^T = LU$ , $L$ 为下三角矩阵, $U$ 为上三角矩阵,令 $y = C^H y$ ,则式(10)可化为

$$x = U^{-1} L^{-1} y \quad (11)$$

通过向前分解、向后带入式(11)方程组,即可求出未知解。

VKF-OT 的阶比分量由复包络与载波乘积组成,通过复包络直接求出各转速下振幅及相位,完全摆脱 FFT 的平均效应,使幅值、相位精度更高,保证时变工况振动信号中的瞬变信息。

## 1.2 去趋势波动算法(DFA)

设时间系列的振动信号 $x\{n\}(n=1,2,\dots,N)$ ,去趋势波动分析的具体步骤如下。

1) 求振动信号 $x\{n\}(n=1,2,\dots,N)$ 的累积离差

$$y(k) = \sum_{t=1}^k [x(n) - \bar{x}] \quad (k=1,2,\dots,N) \quad (12)$$

其中: $\bar{x}$ 为 $x\{n\}$ 的均值。

2) 将 $y(k)$ 等分成 $N_s$ 个不重叠的区间,每个区间含有 $s$ 个采用点,则有 $N_s = [N/s]$ (取整)。

3) 假设每个区间都有一个关于时间 $t$ 的 $p$ 阶趋势项,则每个区间内的趋势项可表达为

$$y_s(k) = \sum_{j=0}^p \beta_j t^j \quad (13)$$

其中:  $\beta_j$  ( $j=0, 1, \dots, p$ ) 为趋势项系数, 由区间数据的最小二乘拟合得到。

4) 去除每一个区间  $y(k)$  的趋势项  $y_s(k)$

$$\Delta y_s(k) = y(k) - y_s(k) \quad (14)$$

5) 计算  $\Delta y_s(k)$  的二阶波动函数

$$F(s) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Delta y_s(k))^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_s(k)]^2} \quad (15)$$

6) 依据数据区间长度  $s$ , 按照设定步长递增, 重复步骤 2~步骤 5 步, 即可拟合出波动函数  $F(s)$  随  $s$  变化的曲线。计算  $F(s)$  和  $s$  对数, 即可得到双对数坐标图, 其中曲线斜率就是尺度指数  $\alpha$ <sup>[14]</sup>, 通过最小二乘法拟合  $\lg F(s)$  与  $\lg s$ , 求得  $\lg F(s) = \lg A + \alpha \lg s$ 。

## 2 基于 VKF-OT 和 DFA 的特征提取方法

VKF-OT 将阶比信号表示成复包络和载波的形式, 通过解调的方式提取阶比分量, 抑制了转速波动带来的干扰, 同时很好地保留信号中的瞬变幅频信息, 再结合去趋势波动分析处理阶比分量, 所提取的尺度指数与截距能反映齿轮变工况下的工作状态。

齿轮故障诊断理论认为, 不同故障状态的齿轮振动信号在频率分布和幅值上存在差异, 其中主要关注的信息包括转频和啮频分量, 因此采用 VKF-OT 提取各转速下的转频和啮频的阶比分量, 组合成阶比信号, 以 DFA 计算阶比信号的尺度指数和截距作为故障特征。具体的特征提取方法流程如图 2 所示。

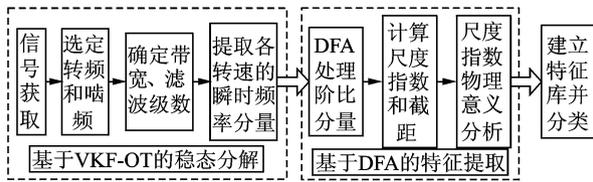


图 2 特征提取方法流程

Fig. 2 The process of fault feature extraction

## 3 实验

使用美国 SQi 公司生产的齿轮箱振动实验平台来验证上述特征提取方法。如图 3 所示, 该齿轮

箱振动实验平台主要包含 DT9837 信号采集系统、608A11 型加速度传感器、CLUTCH PHC-100 型号磁粉加载器及齿轮故障实验台组成。齿轮故障实验台由带转速反馈的调速电机、两级齿轮变速箱组成。实验的主要参数为: 高速轴的主动轮齿数为 36, 从动轮齿数为 90, 低速轴的主动轮齿数为 29, 从动轮齿数为 100, 传感器固定在高速级轴的输入端。

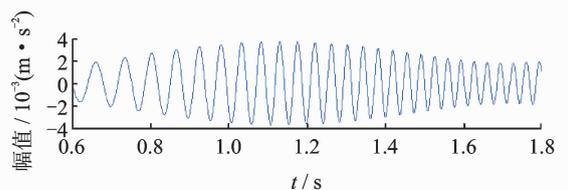


图 3 齿轮箱振动实验平台

Fig. 3 Wind turbines vibration experiment platform

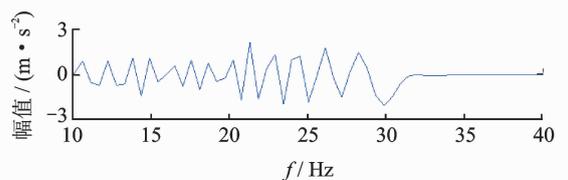
实验时, 采样频率为 5 000 Hz, 齿轮箱实验台的转速为 180~1 800 r/min, 负载为 6~50 N·m, 获取区间内任意变工况下的振动信号。设定齿轮箱高速级输入端的转频和啮频作为阶比分量的提取频率, 采用 3 dB 带宽、3 阶的 Vold-Kalman 滤波器, 提取齿轮箱某时变工况下转频和啮频阶比信号如图 4、5 所示。

实验时的齿轮箱的转频在 30 Hz 以内, 根据齿数可以计算对应的啮频应在 1 080 Hz 范围, 图 4、图 5 可以明显地看到转频、啮频在达到 30, 1 080 Hz 以后, 信号基本消失, 说明 VKF-OT 算法成功地将



(a) 转频阶比信号的时域

(a) Time domain of rotation frequency order signal

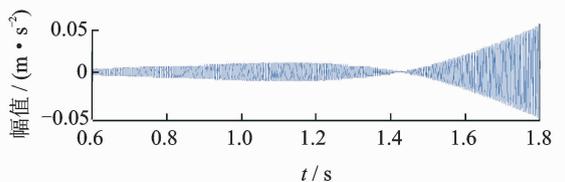


(b) 转频阶比信号的频域

(b) Frequency domain of rotation frequency order signal

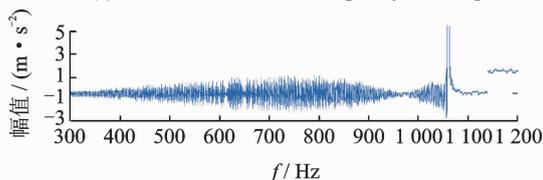
图 4 转频阶比信号的时、频域图

Fig. 4 Time and Frequency domain figure of rotation frequency order signal



(a) 啮频阶比信号的时域

(a) Time domain of mesh frequency order signal



(b) 啮频阶比信号的频域

(b) Frequency domain of mesh frequency order signal

图5 啮频阶比信号的时、频域图

Fig. 5 Time and Frequency domain figure of mesh frequency order signal

各转速下的转频和啮频分量提取出,较完整地保存了齿轮箱的瞬变信息,即VKF-OT算法处理变转速工况信号具有很大的优势。

采用去趋势波动分析分别处理原信号以及转频和啮频的阶比信号,设定趋势阶数 $p=1$ ,最小区间数据点数 $s_{\min}=10$ ,最大数据点数 $s_{\max}=1000$ 。则正常齿轮的时变振动信号及其转频和啮频分量的DFA对应的双对数点如图6~8所示。图中 $\lg s$ 为数据长度的对数, $\lg F(s)$ 为波动函数的对数形式,故图中 $\lg s$ 和 $\lg F(s)$ 皆无量纲单位。

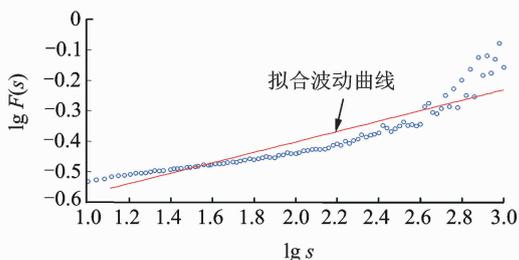


图6 原信号 DFA 曲线图

Fig. 6 DFA graph of original signal

分析图6~8,3种信号在 $\lg s < 2$ 时,拟合点的分布相对都比较平滑。由DFA的理论知,时间尺度 $\lg s$ 和信号频率是相互对应的,时间尺度越小对应的频率越高, $\lg s < 2$ 主要反映的是信号高频区间的特征。由于原信号受工况的变化和各种振动源的影响,本身含有多种频率成分信号,直接采用DFA分析,不管其时间尺度怎么分配,获取的高频区间拟合系数都不能确定为振动源的状态,这一点可以从

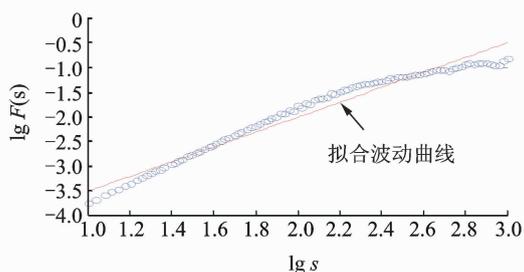


图7 转频阶比信号 DFA 曲线图

Fig. 7 DFA graph of rotation frequency order signal

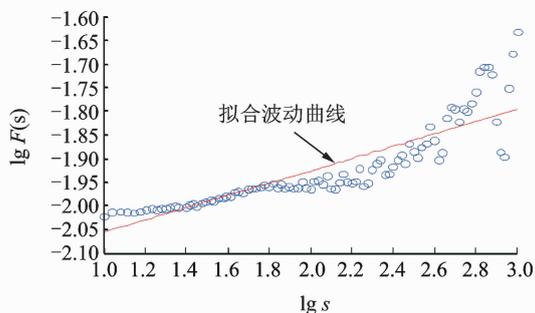


图8 啮频阶比信号 DFA 曲线图

Fig. 8 DFA graph of mesh frequency order signal

图6的高时间尺度拟合点分布可知。另外,3个图中的直线为一阶拟合的波动曲线,由波动曲线的拟合度也可证明这一结论,因此,直接对原信号采用DFA处理是不可取的。而采用VKF-OT处理方法可去除大部分干扰成分,使获取的转频和啮频阶比信号理论上只包含随转速变化的振动源信号成分,即信号源数目则相对单一。因此,以此判定时变工况下的齿轮工作状态相对更有优势。

因实验时使用的齿轮齿数为36,正常运转时,齿轮箱啮合频率处于高频区间,即 $\lg s < 2$ 对应的区间。由图8可看出,在 $\lg s < 2$ 区间拟合点的分布比较均匀,说明VKF-OT成功地提取了各工况下的啮频分量。而在 $\lg s > 2$ 以后,对应的为啮合频率的低频部分,受实验参数的限制,啮合频率不可能为低频,故啮频阶比信号的DFA拟合点的分布呈随机特性,说明这样的分布是符合理论分析的。又因这种状态下所拟合的曲线本身存在很大的误差,因此,啮频阶比信号不适用于提取故障特征。而转频阶比信号在整个DFA曲线的分布都是比较均匀的,并且其分布也是符合实际实验条件的,因此选择转频阶比信号的尺度指数 $\alpha$ 和截距 $A$ 作为故障特征。

采用VKF-OT和DFA方法处理变工况下的齿根裂纹和均匀磨损信号,获取的原信号及其转频阶比分量的DFA分布如图9~12所示。

图9~12中可看出,原信号的DFA点波动比较

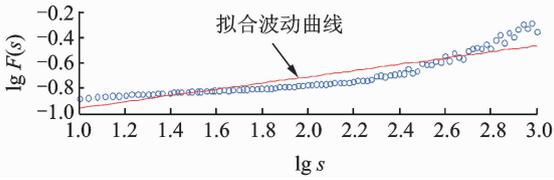


图 9 齿根裂纹的原信号 DFA 曲线图  
Fig. 9 DFA graph of root cracks original signal

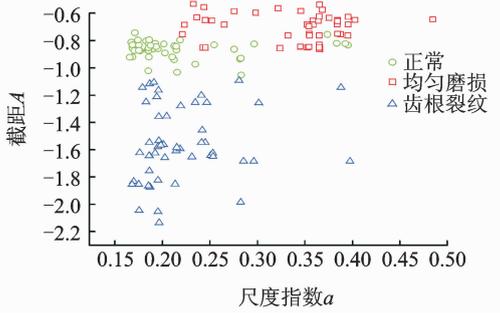


图 13 3 种状态的原信号 DFA 特征分布图  
Fig. 13 DFA characteristic distribution of original signal in three states

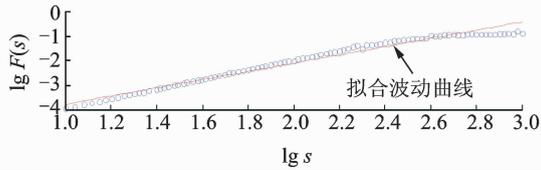


图 10 齿根裂纹的转频阶比信号 DFA 曲线图  
Fig. 10 DFA graph of root cracks rotation frequency order signal

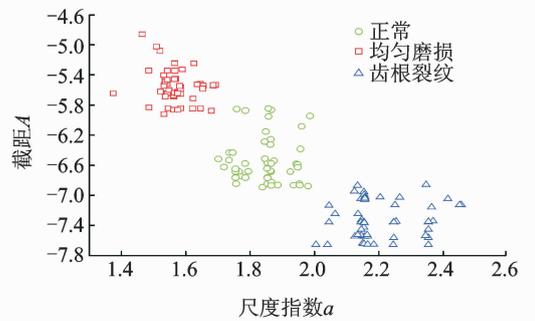


图 14 3 种状态的转频阶比信号 DFA 特征分布图  
Fig. 14 DFA characteristic distribution of rotation frequency order signal in three states

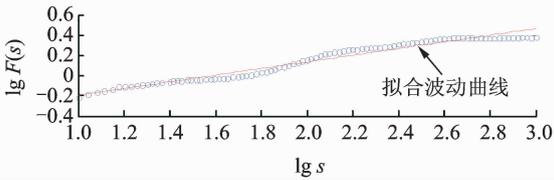


图 11 均匀磨损的原信号 DFA 曲线图  
Fig. 11 DFA graph of even wear original signal

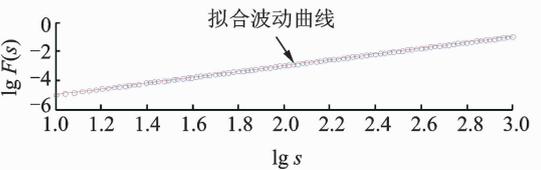


图 12 均匀磨损的转频阶比信号 DFA 曲线图  
Fig. 12 DFA graph of even wear rotation frequency order signal

明显,不符合一阶拟合曲线的要求,进一步表明直接以原信号的 DFA 作为故障特征是不够准确的。而转频阶比信号的分量 DFA 点的分布比较均匀,说明提取转频阶比信号的分量 DFA 参数作为特征对判定变速工况下的齿轮工作状态是比较好的。同时,从图中也可以看出,当工况变化不明显时,DFA 拟合点的分布基本符合直线排列,因此单一 DFA 方法在处理恒定转速的信号具有比较明显的优势。

为了表明 VKF-OT 和 DFA 方法在处理不同负载、不同转速工况下信号的优势,分别提取正常、齿根裂纹和均匀磨损任意时变状态各 50 组振动信号,依照上述方法进行计算,以尺度指数  $\alpha$  和对应的截距  $A$  绘制齿轮的特征分布,由 DFA 的计算过程知,图中的截距  $A$  和尺度指数  $\alpha$  均为无量纲参数。图 13、图 14 分别为原信号和转频阶比信号的 DFA 曲线图。

从图 13 中可看出,使用原信号直接进行去趋势波动分析用来处理变速工况的振动信号,其区分效果不好,3 种状态出现较大的重合,且信号特征的分布不均匀,呈随机分布的趋势。而图 14 中可以看出,各状态的信号特征能很好的区分,且呈中心点分布。因此,对比两图的特征分布情况,确定 VKF-OT 和 DFA 方法提取变速工况齿轮振动信号特征具有很大的优势,能很稳定的实现齿轮故障诊断。

#### 4 结束语

通过算法理论及实验证明,笔者提出的基于 VKF-OT 和 DFA 的故障特征提取方法可明显地区分齿轮箱时变工况下的早期齿轮故障信号,通过这种方法可揭示:a. VKF-OT 能有效地提取变速工况下的随转速变化的各阶分量,并且有效保留其瞬变信息。b. 在任意时间尺度下,转频阶比信号相对于原信号和啮频阶比信号的拟合直线的线性关系更好,因此,用转频阶比信号的尺度指数  $\alpha$  和截距  $A$  作为齿轮故障特征更易实现故障识别。c. VKF-OT 结合 DFA 方法可以有效抑制因变速工况所引起的频

幅调制,提取的特征有利于区分时变工况下的齿轮的早期局部微弱故障,可用于提前发现齿轮的退化状态,预防断齿等重大故障的发生。但本方法对低转速、大负载工况下的信号处理效果不好,究其原因,可能是低转速、大负载工况存在设备“颤振”现象,影响 VKF-OT 算法的提取精度,这将作为后期重点关注和研究的对象。

### 参 考 文 献

- [1] 赵晓平,张令弥,郭勤涛. 旋转机械阶比跟踪技术研究进展综述[J]. 地震工程与工程振动, 2008, 28(6): 213-219.  
Zhao Xiaoping, Zhang Lingmi, Guo Qintao. Advances and trends in rotational machine order tracking methodology[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2008, 28(6): 213-219. (in Chinese)
- [2] Wang Kesheng. Approaches to the improvement of order tracking techniques for vibration based diagnostics for in rotating machines[D]. South Africa: University of Pretoria, 2010.
- [3] 温广瑞,江铨,李杨,等. 基于弗德卡曼阶比跟踪的转子起停车故障特征提取方法及应用[J]. 振动与冲击, 2016, 35(2): 64-68.  
Wen Guangrui, Jiang Cheng, Li Yang, et al. Fault feature extraction from the vibration signals in rotor start-up or slowdown processes based on order tracking and holospectrum[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(2): 64-68. (in Chinese)
- [4] Vold H, Leuridan J. High resolution order tracking at extreme slew rates using Kalman tracking filters[C]// Noise & Vibration Conference & Exposition. Traverse City: Mckendrick, 1993: 627-641.
- [5] Pan Minchun, Wu Chengxue. Adaptive angular displacement Vold-Kalman order tracking [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(13): 1293-1296.
- [6] 孙宜权,张英堂,李志宁,等. 运用 Vold-Kalman 阶比跟踪的发动机失火故障在线诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(6): 1014-1018.  
Sun Yiquan, Zhang Yingtang, Li Zhining, et al. Method for diagnosing misfiring fault of engine online based on vold-klman order track[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(6): 1014-1018. (in Chinese)
- [7] Alvarez J R, Rodriguez E, Echeverria J C. A DFA approach for assessing asymmetric correlations [J]. Physica A, 2009, 388(24): 2263-2270.
- [8] Echeverria J C, Alvarez J R, Pena M A, et al. Fractal and nonlinear changes in the long-term baseline fluctuations of fetal heart rate[J]. Medical Engineering & Physics, 2012, 34(4): 466-471.
- [9] Lim J H, Khang E J. Detrended fluctuation analysis and Kolmogorov-Sinai entropy of electroencephalogram signals[J]. Physics Letters A, 2013, 38(377): 2542-2545.
- [10] de Moura E P. Applications of detrended-fluctuation analysis to gearbox fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(12): 682-689.
- [11] 肖涵,吕勇,王涛. 齿轮振动信号的去趋势波动分析及其在故障分类中的应用[J]. 机械工程学报, 2015, 28(2): 331-336.  
Xiao Han, Lv Yong, Wang Tao. Detrended fluctuation analysis to gear's vibration signals and its application in fault classification[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(2): 331-336. (in Chinese)
- [12] 傅炜娜. 基于 Vold-Kalman 跟踪滤波的旋转机械阶比分析方法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2010.
- [13] 孔庆鹏,宋开臣,陈鹰. 发动机变速阶段振动信号时频分析阶比跟踪研究[J]. 振动工程学报, 2005, 18(4): 448-452.  
Kong Qingpeng, Song Kaichen, Chen Ying. Study of time-frequency order tracking of vibration signals in engine speed changing stage[J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(4): 448-452. (in Chinese)
- [14] 田再克,李洪儒,孙健,等. 基于改进 MF-DFA 的液压泵退化特征提取方法[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(1): 140-147.  
Tian Zaike, Li Hongru, Sun Jian, et al. Degradation feature extraction of hydraulic pump based on improved MF-DFA[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(1): 140-147. (in Chinese)



**第一作者简介:**章翔峰,男,1984年7月生,博士生。主要研究方向为机械系统动力学和机械故障诊断。曾发表《基于全矢频带能量谱的风电机组齿轮箱故障诊断方法研究》《太阳能学报》2017年第38卷第8期)等论文。

E-mail: 15276606076@163.com

**通信作者简介:**孙文磊,男,1962年10月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为机械传动系统动力学。  
E-mail: sunwenxj@163.com

