

基于实测数据的车轨耦合模型更新方法^{*}

王英杰¹, 焦彬洋¹, 姚忠达², 时瑾¹

(1. 北京交通大学土木建筑工程学院 北京, 100044) (2. 淡江大学建筑学系 台北, 25137)

摘要 提出了一种适用于车轨耦合系统的模型更新方法,其更新过程主要由两大步骤来实现:a.更新列车运行速度;b.更新扣件刚度。首先,建立了地铁列车车轨耦合系统模型,采用迭代的方法求解系统动力响应;其次,选取地铁普通整体道床轨道线路开展测试以获得现场实测数据,随后利用车轨耦合系统模型发现钢轨位移动力响应受扣件刚度影响较为明显,而受扣件阻尼影响较小。更新列车运行速度的主要目的是使激振主频更加吻合现场实测状况,在此基础上更新扣件刚度可使频域幅值更为接近。钢轨位移动力响应的频谱由列车周期荷载的一阶多次频率控制,这是由于轨道结构的多点连续支承特性所造成的。通过对比模型更新后的模拟结果与测试结果,验证了所提模型更新方法的可行性。研究结果表明,更新列车运行速度及扣件刚度是进行地铁列车与轨道耦合系统模型更新的有效方法之一。

关键词 地铁;车轨系统;模型更新;实测数据

中图分类号 TH113; TU317

引 言

在环境与外部荷载耦合重复作用下,土木工程结构的关键材料属性将发生变化,从而影响结构的长期服役性能,因此如何对结构系统参数的识别及更新已成为当前极具现实意义的研究课题之一^[1-2]。交通基础设施有别于其他土木工程结构,除承受环境荷载作用外,还长期承受车辆荷载的作用。当车辆在下部基础结构(桥梁轨道等)上运行时,由于车辆荷载的作用基础结构将发生振动,而基础结构的振动变形又会反馈到车辆上而引起车辆的振动,因此车辆与基础结构共同组成了一个耦合振动系统^[3]。

为了精确研究车辆荷载作用下桥梁结构的动力作用,韩万水等^[4]以一座钢桁架连续梁桥为例,建立了梁格法桥梁车桥耦合振动分析模型,结合现场试验采集的静、动力实测数据对初始有限元模型进行了更新。殷新锋等^[5]以一座加固实桥为例建立了车/桥耦合振动方程,并用实测振动数据对所建的车/桥耦合模型进行了更新,结果表明对于大多数路面严重损坏的桥梁采用现有规范计算出的桥梁冲击

系数并不可靠。Feng 等^[6]对美国交通技术中心的一座 100 多年的钢桥开展了现场测试,并利用测试结果对所建的车-桥耦合系统模型参数进行了修正。为减小模型计算误差,Garcia-Palencia 等^[7]根据设计图纸建立了 Powder Mill Bridge 的有限元模型,而后利用测试数据并基于频响函数提出了两步更新方法,即第 1 步更新模型刚度和质量参数,第 2 步再更新模型阻尼参数。以上研究均结合实测数据运用不同修正方法实现了有限元模型的更新,并取得了大量有意义的研究结论。然而其主要针对所建桥梁、车/桥等有限元模型展开,目前针对城市轨道交通车轨耦合系统模型更新的研究尚较少。主要原因是城市轨道交通的运速及车辆载重不及铁路的大,且轨道结构具有无限长特性。

本研究将车辆视为多刚体系统,采用有限元法模拟轨道结构,考虑轮轨赫兹非线性接触建立了地铁列车车轨耦合系统模型,并采用迭代的方法求解系统动力响应。文中结合地铁线路现场测试,提出了一种基于实测钢轨位移动力响应更新车轨耦合模型的方法,其更新过程主要分两大步骤来实现,即更新列车运行速度和更新扣件刚度。将模型更新后计算的钢轨位移动力响应与测试结果进行对比,验证

^{*} 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2017JBM081);国家自然科学基金资助项目(51408036);北京交通大学人才基金资助项目(2015RC014, 2013RC017);教育部留学回国人员科研启动基金资助项目(第 48 批);台湾科技部资助项目(MOST 106-2221-E-032-022)

收稿日期:2016-07-08;修回日期:2016-09-09

了笔者所提模型更新方法的正确性,并在频域内分析了钢轨位移动力响应特性。

1 车/轨耦合模型

当车辆在轨道结构上运行时,由于线路不平顺激励等的存在,会激发车轨系统的振动^[8]。笔者主要针对车轨耦合系统垂向振动进行研究,车/轨系统模型由列车模型和轨道模型两部分组成,其中轨道模型以普通整体道床轨道结构为例,列车模型和轨道模型间通过非线性赫兹轮轨关系连接,城市轨道交通列车模型由 N 节参数相同的车辆模型组成,如

图 1 所示。假设每节车辆均以速度 v 通过轨道结构,其坐标系的原点取在静平衡时的质心位置,坐标系的 y 轴垂直向下。车辆模型中各结构部件参数定义如下: m_v, m_t, m_w 分别为车体、转向架和轮对的质量; I_v, I_t 分别为车体和转向架的点头转动惯量; k_p, c_p 分别为一系悬挂系统的刚度和阻尼; k_s, c_s 分别为二系悬挂系统的刚度和阻尼; l_v, l_t, l_w 分别为车体总长、车辆定距之半和转向架固定轴距之半。轨道模型中各结构部件参数定义如下: m_r 为钢轨的单位长度质量; E_r 为钢轨的弹性模量; I_r 为钢轨的转动惯量; l_s 为扣件间距,即钢轨单元长度; k_f 和 c_f 为扣件的刚度和阻尼。

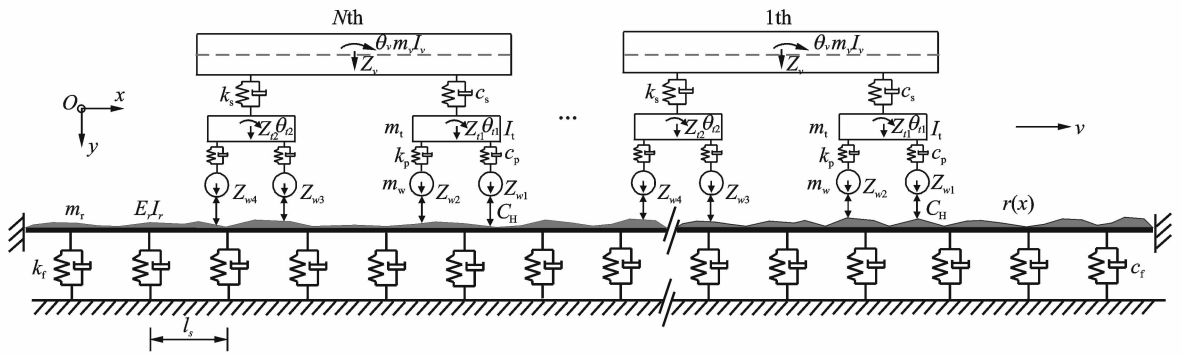


图 1 简化的车轨耦合系统模型

Fig. 1 Simplified vehicle/track system model

1.1 列车模型

如图 1 所示,城市轨道交通列车由多个车辆模型组成,每节车辆模型包括 1 个车体、2 个转向架和 4 个轮对,且将其视为刚体。轮对与转向架之间由一系悬挂系统连接,转向架与车体之间由二系悬挂系统连接,且将其等效为线性弹簧阻尼元。对于每节车辆模型共计 10 个自由度,即:车体的沉浮和点头运动 Z_v 及 θ_v ;前转向架的沉浮和点头运动 Z_{t1} 及 θ_{t1} ;后转向架的沉浮和点头运动 Z_{t2} 及 θ_{t2} ;4 个轮对的沉浮运动 Z_{w1}, Z_{w2}, Z_{w3} 和 Z_{w4} ^[9-10]。

根据动力平衡法,可将列车模型的运动方程写成矩阵形式^[11-12]为

$$\mathbf{M}_V \ddot{\mathbf{U}}_V + \mathbf{C}_V \dot{\mathbf{U}}_V + \mathbf{K}_V \mathbf{U}_V = \mathbf{F}_V \quad (1)$$

其中: $\mathbf{M}_V, \mathbf{C}_V$ 和 \mathbf{K}_V 分别为列车模型的质量、阻尼和刚度矩阵; $\ddot{\mathbf{U}}_V, \dot{\mathbf{U}}_V$ 和 \mathbf{U}_V 分别为列车模型的广义加速度、速度和位移向量; \mathbf{F}_V 为列车模型的外荷载向量,由车辆各部件重力和轮轨力 $f_{w_i}(t)$ 组成。

第 j 节车辆第 i 个轮对的轮轨力 $f_{jwi}(t)$ 定义^[13]如下

$$f_{jwi}(t) = \begin{cases} C_H [U_{jwi}(t)]^{3/2} & (U_{jwi}(t) > 0) \\ 0 & (U_{jwi}(t) \leq 0) \end{cases} \quad (2)$$

其中: $U_{jwi}(t) = Z_{jwi}(t) - u_{jri}(x, t) - r_{ji}(x)$, $Z_{jwi}(t)$ 为第 j 节车辆第 i 个轮对的垂向位移; $u_{jri}(x, t)$ 和 $r_{ji}(x)$ 分别为第 j 节车辆第 i 个轮对所在位置处钢轨的垂向位移和线路不平顺; C_H 为赫兹系数,取 $C_H = 9.37 \times 10^{10} \text{ N/m}^{3/2}$ 。

1.2 轨道模型

普通整体道床轨道结构由钢轨、扣件和整体道床组成,其中整体道床通过混凝土与下部基础固连,因此可将整体道床与下部基础视为一整体刚性结构^[14-15]。文中采用有限单元法建立如图 1 所示的普通整体道床轨道结构,将钢轨视为扣件等间距支承的欧拉梁,将扣件视为线性弹簧阻尼元^[16]。不考虑钢轨轴向变形的情况下,每个梁单元有 4 个自由度,即竖向位移 u_j 和 u_{j+1} ,转角 θ_j 和 θ_{j+1} ,同时可得梁单元的质量和刚度矩阵^[17]。

利用有限元法可将轨道模型的运动方程写成矩阵形式^[8,12]为

$$\mathbf{M}_T \ddot{\mathbf{U}}_T + \mathbf{C}_T \dot{\mathbf{U}}_T + \mathbf{K}_T \mathbf{U}_T = \mathbf{F}_T \quad (3)$$

其中： $\mathbf{M}_T, \mathbf{C}_T, \mathbf{K}_T$ 分别为轨道模型的质量、阻尼和刚度矩阵； $\ddot{\mathbf{U}}_T, \dot{\mathbf{U}}_T, \mathbf{U}_T$ 分别为轨道模型待求节点的加速度、速度和位移向量； \mathbf{F}_T 为轨道模型的外荷载向量，由轮轨力 $f_{wi}(t)$ 转换为节点力组成。

外荷载向量 \mathbf{F}_T 将随列车运行速度所造成车轮位置的变化而变化。

当列车在轨道上运行时，车轮位移、线路不平顺及其所在位置处钢轨位移将随之发生变化，从而影响作用在列车模型和轨道模型上的轮轨力，见式(2)。由于车轨系统非线性轮轨力的存在，为同时求解式(1)的列车动力响应和式(3)的轨道动力响应，需要在本时间步内进行迭代^[12]。在特定时刻 t ，首先利用第 n 迭代步的列车和轨道动力响应计算第 $n+1$ 迭代步车轨系统的外荷载；然后在时域内采用数值积分法，如 Newmark- β 法求解第 $n+1$ 步内列车和轨道的动力响应，见式(1)和(3)。将第 $n+1$ 迭代步得到的列车和轨道动力响应作为已知量进行新一轮迭代，直到前后两次迭代计算的列车和轨道位移误差满足精度要求

$$\begin{cases} \left\| \mathbf{U}_T^{n+1} - \mathbf{U}_T^n \right\| \leq \epsilon \\ \left\| \mathbf{U}_V^{n+1} - \mathbf{U}_V^n \right\| \leq \epsilon \end{cases} \quad (4)$$

其中： $\mathbf{U}_T^{n+1}, \mathbf{U}_T^n$ 分别为第 $n+1$ 和第 n 迭代步计算的轨道位移； $\mathbf{U}_V^{n+1}, \mathbf{U}_V^n$ 分别为第 $n+1$ 和第 n 迭代步计算的车辆位移； ϵ 为误差控制参数，文中取 10^{-6} m。

2 现场测试

为获得后续更新车轨模型的轨道动力响应数据，选取某地铁普通整体道床轨道线路开展实车试验，具体测试过程如图 2 所示。其中位移计采用 GA 2.5 型位移传感器，采集仪为振动信号采集系统 IOtech ZonicBook 618E，速度采用手持式测速仪记录，并采用笔记本电脑存储测试数据。首先将位移传感器布置于钢轨一侧，另一端则通过电缆线与

采集仪相连。为实时保存测试数据，通过专用网线将采集仪与笔记本电脑相连。当地铁列车通过测点时，采用测速仪记录列车运行速度，并触发采集仪开始记录钢轨位移动力响应，待列车通过后结束采集过程。



图 2 现场测试示意图

Fig. 2 Field testing plan

利用本研究所建车轨耦合模型，并采用表 1 所列车轨系统参数，计算地铁列车以一定速度运行时钢轨位移动力响应。其中线路不平顺采用地铁地下线路无砟轨道谱，并利用三角级数法生产，具体线路不平顺样本如图 3 所示^[18]。以测试过程中某次典型数据为例，将测试结果与模拟结果对比如图 4 所示，其中列车运行速度设定为 60.00 km/h。试验地铁列车采用 6 节车辆编组，车轨系统模型中钢轨长度取 320 m，且两端固支，以有限长钢轨来模拟无限长钢轨动力响应，该方法的可行性参见文献[12]。

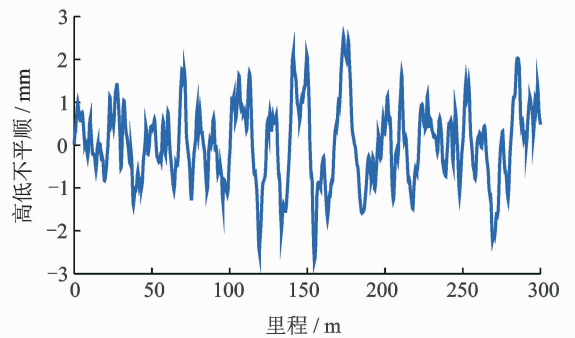


图 3 地铁线路不平顺样本

Fig. 3 Subway track irregularity

表 1 车轨耦合模型参数

Tab. 1 Parameters of vehicle/track system

N	m_v/t	$k_s/(kN \cdot m^{-1})$	$c_s/(kN \cdot s \cdot m^{-1})$	$I_t/(kg \cdot m^2)$	$I_v/(t \cdot m^2)$	m_t/t
6	21.8	480	160	0.8	250	1.3
m_w/t	l_v/m	$k_p/(kN \cdot m^{-1})$	$c_p/(kN \cdot s \cdot m^{-1})$	$E_r/(kN \cdot m^{-2})$	l_t/m	l_w/m
0.9	19.52	1 400	30	2.06×10^8	6.3	1.1
$m_r/(kg \cdot m^{-1})$	l_s/m	$k_t/(kN \cdot m^{-1})$	$c_t/(kN \cdot s \cdot m^{-1})$	I_r/m^4		
60.64	0.625	1.625×10^4	10	3.217×10^{-5}		

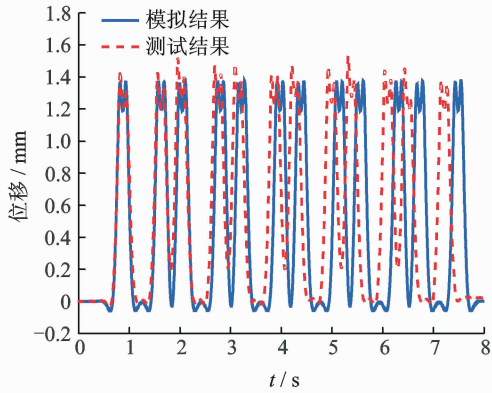


图4 测试结果与模拟结果初步对比

Fig. 4 Initial results of fielding testing and modeling

从图4可知,模拟结果与测试结果有以下两方面不太吻合:a.模拟结果峰值所对应的时间较测试数据出现些许的相差延迟(delay of phase difference)现象,尤其随时间增长而增加,这有可能是由于测速仪记录的列车运行速度与实际运行速度存在误差所引起的,所幸整体反应行为是一致的;b.模拟结果中列车轴重荷载所引起的位移峰值较测试结果小一些,这是由于车轨系统模型中系统参数误差所引起的。针对上述现象,笔者将提出一种适用于车轨耦合系统模型的更新方法来加以完善。

3 车轨模型参数灵敏度分析

轨道结构长期服役过程中可能发生老化、伤损等情况,从而带来结构部件力学性能参数(如刚度、阻尼等)与实际相差较远,最终导致有限元模型计算结果与测试结果相差较大^[19]。有限元模型更新的本质是对模型中不确定的参数进行优化,在参数允许的变化范围内保证模型模拟结果与测试结果尽可能接近,以此来确定有限元模型中参数的最优值。本研究将车轨模型参数优化的目标函数定义为有限元模型模拟结果和测试结果的距离。设车轨系统输入的实际激励为 $I(t_k)$;系统的实际响应为 $y(t_k)$,其中 t_k 为不同记录时刻且 $k=1, 2, \dots, n$;假定车轨系统中的不确定参数为 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}^T$ 。由此,车轨系统实际输入和输出的关系可表示为

$$y(t_k) = f[I(t_k), \theta] \quad (5)$$

定义 $Y(t_k)$ 为车轨耦合模型计算得到的模拟结果,计算中设置的参数值为 $\Theta = \{\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n\}^T$,则车轨耦合模型中输入和输出的关系可表示为

$$Y(t_k) = f[I(t_k), \Theta] \quad (6)$$

模型更新的目标就是要确定最优的参数值 Θ ,

使模型的模拟结果 $Y(t_k)$ 与测试结果 $y(t_k)$ 之间的差值最小。文中定义优化目标函数 F_{obj} (objective function,简称 F_{obj})为在整个时间历程内模拟结果和测试结果差值平方和的均值

$$F_{\text{obj}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |Y(t_k) - y(t_k)|^2 \quad (7)$$

其中: n 为测试记录的时间历程数。

轨道结构的动力响应同时受车辆参数和轨道参数的影响,然而车辆参数在地铁后期运营过程中较轨道参数变化较小,故主要针对轨道参数进行优化。为分析轨道参数对目标函数的影响,选取扣件刚度和阻尼进行灵敏度分析。对某个参数进行灵敏度分析时,优化目标函数 F_{obj} 值越大,表明该参数对结构动力响应的敏感性越高。采用本研究所建车轨耦合模型,分别计算不同扣件刚度、阻尼条件下钢轨的位移动力响应,其中扣件参数由下式确定

$$\begin{cases} k' = \alpha k_f \\ c' = \alpha c_f \end{cases} \quad (8)$$

其中: k_f 和 c_f 分别为扣件刚度和阻尼的基准值,如表1所列; k' 和 c' 分别为车轨耦合模型中扣件刚度和阻尼在允许范围内的变化值; α 为参数变化范围,取 $0.1 \sim 10$ 。

结合优化目标函数式(7),取 $y(t_k)$ 和 $Y(t_k)$ 分别为车轨耦合模型采用基准参数和变化参数计算得到的钢轨位移动力响应,计算地铁列车以不同运行速度(40,60和80 km/h)运行时,优化目标函数 F_{obj} 随扣件刚度和阻尼的变化曲线,如图5所示。

从图5可以看出(由优化目标函数 F_{obj} 幅值),扣件刚度 k_f 对钢轨位移动力响应影响较为明显,而扣件阻尼 c_f 对钢轨位移动力响应的影响较小,且当扣件刚度 k_f 一定时列车不同运行速度对钢轨位移动力响应影响较小。因此,一旦获得钢轨实测位移动力响应,便可基于现场实测数据以扣件刚度 k_f 作为待优化参数对车轨耦合模型进行更新。

4 车轨耦合模型更新方法

在参数灵敏度分析的基础上,笔者提出了一种利用地铁列车荷载作用下实测钢轨位移动力响应更新车轨耦合模型参数的方法。结合图4模拟结果与测试结果初步对比分析,车轨耦合模型参数更新方法主要通过两大步骤来进行实施:a.更新列车运行速度 v ;b.在第1步更新列车运行速度 v 的基础上更新扣件刚度 k_f ,具体流程如图6所示。在模型参数更新过程中,利用Matlab软件非线性优化函数

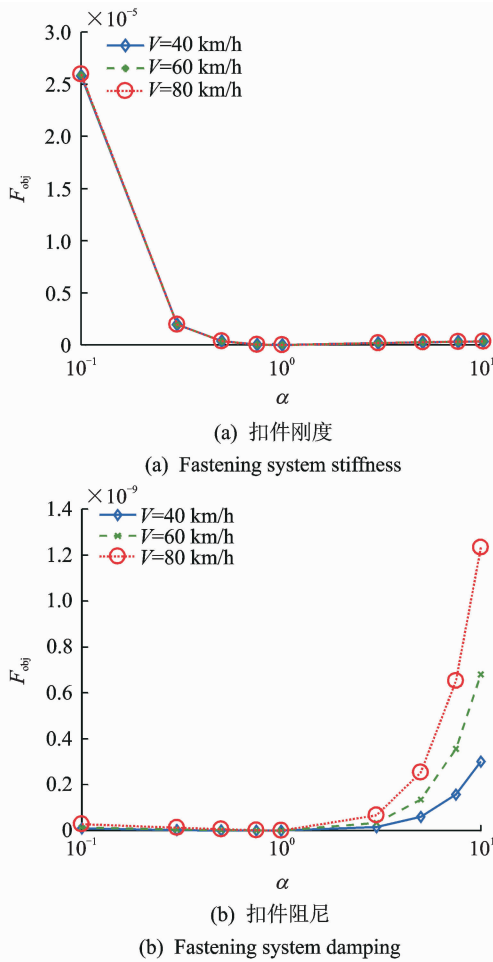


图5 目标函数随扣件参数变化曲线
Fig. 5 F_{obj} against fastening system parameters

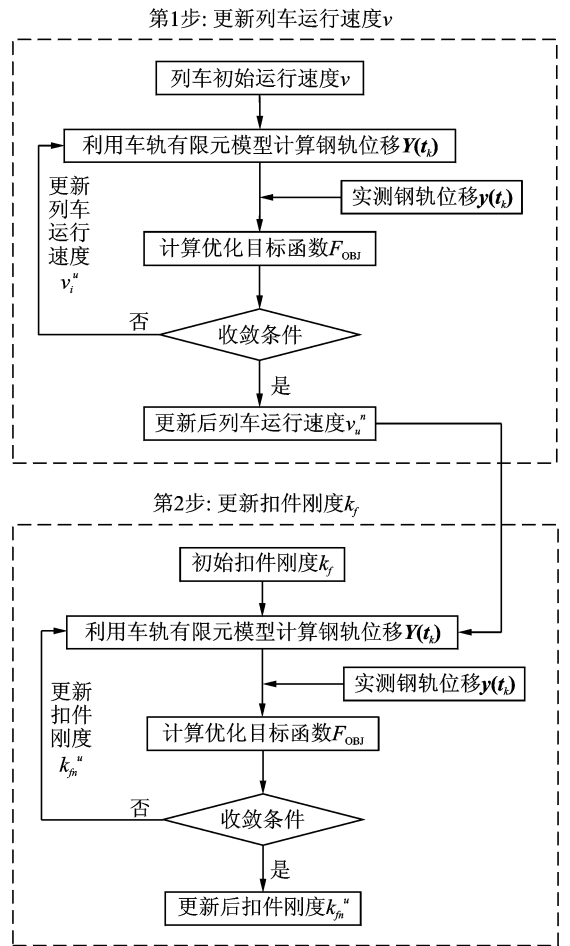


图6 车轨耦合模型更新流程
Fig. 6 Vehicle/track FE model updating flowchart

fminbnd 获得待更新参数最优值。

4.1 更新列车运行速度 v

该步仅对列车运行速度 v 进行更新。此时将列车运行速度 v 视为未知,即式(7)中的优化目标函数 F_{obj} 为运行速度 v 的函数。现场测试所得的列车初始运行速度 v 为 60.00 km/h,该速度通过测速仪获得,如图2所示。利用第1步模型更新方法更新后得到列车运行速度 v_u^* 为 62.41 km/h。更新列车运行速度 v 后钢轨位移模拟结果和现场测试结果如图7所示。

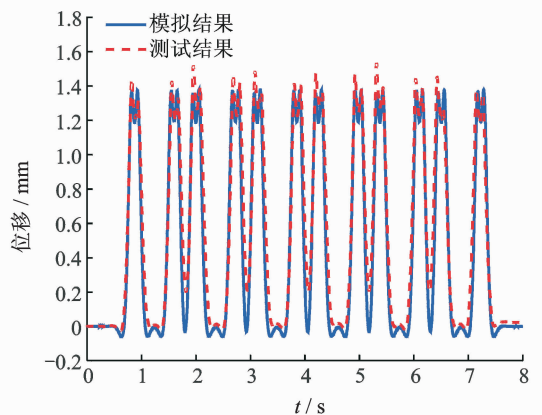


图7 更新列车运行速度
Fig. 7 Vehicle running speed updating

将图7与图4结果对比可知,第1步模型更新后模拟结果与测试结果在时间历程上的延迟明显得到改善,且由车轮轴重引起的钢轨位移峰值出现时间基本一致。然而,在钢轨位移时程曲线上模拟结果与测试结果峰值略有差异,这主要是由扣件刚度 k_f 的参数误差引起的,因此第2步主要针对扣件刚度 k_f 进行更新。

4.2 更新扣件刚度 k_f

利用第1步更新后的列车运行速度 v_u^* ,将扣件刚度 k_f 视为未知,即式(7)中的优化目标函数 F_{obj} 为扣件刚度 k_f 的函数。模型中的初始扣件刚度 k_f 为 1.625×10^4 kN/m,利用第2步模型更新方法更

新后得到的扣件刚度 k_{fn}^u 为 1.538×10^4 kN/m。更新扣件刚度 k_f 后钢轨位移模拟结果和现场测试结果见图8所示。

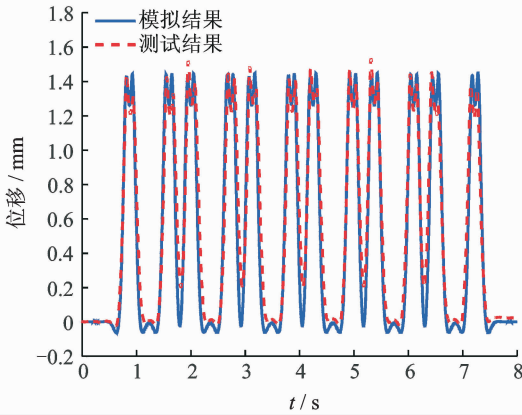


图8 更新扣件刚度

Fig. 8 Fastening system stiffness updating

将图8与图7结果对比可知,第2步模型更新后模拟结果与测试结果由车轮轴重引起的钢轨位移峰值差异进一步减小。经过第2步模型更新后,车轨耦合模型计算模拟结果与现场测试结果吻合较好。

5 列车荷载作用下钢轨位移频域分析

由于地铁车辆荷载的周期特性,钢轨位移动力响应会呈现一定的周期变化,如图4的测试结果。对于由固定车辆长度组成的地铁列车来说,其所引起的结构强迫振动主频率与列车运行速度和车辆长度有关^[20],可以表示为

$$f_{dn} = nv/l_c \quad (n=1,2,\dots) \quad (9)$$

其中: n 为主频率阶数; v 为列车运行速度; l_c 为车辆长度。

同时,将图4、图7与图8所得的钢轨位移动力响应结果进行傅里叶变化得到其频谱,如图9所示。

从图9可知,钢轨位移动力响应的测试结果、更新速度模拟结果与更新刚度模拟结果中存在3个明显峰值,对应频率分别为0.875、1.750和2.624 Hz。此时利用更新后列车运行速度62.41 km/h,再结合式(9)可以计算得到钢轨强迫振动主频率分别为 $f_{d1} = 0.888$, $f_{d2} = 1.776$ 和 $f_{d3} = 2.664$ Hz,这与图9的峰值频率基本一致。由经验知,桥梁结构的位移动力响应频谱往往由列车周期荷载的一阶一次频率控制,而钢轨位移动力响应的频谱由列车周期荷载的一阶多次频率

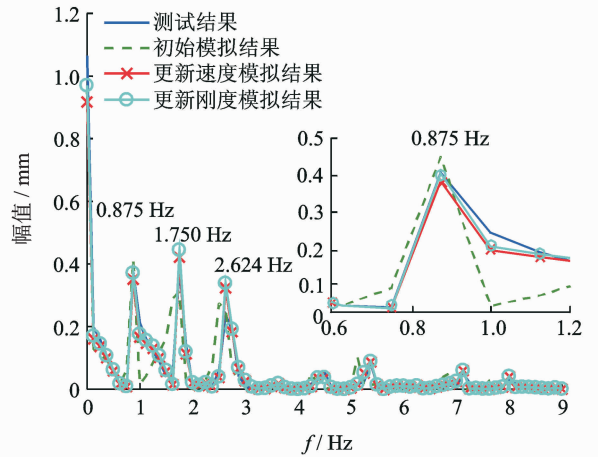


图9 钢轨位移动力响应频谱

Fig. 9 Frequency spectrum of rail displacement

控制,这是由于钢轨由多个轨枕连续支承所造成的。另外,由于初始模拟结果采用的列车运行速度为60.00 km/h,其对应的峰值频率与测试结果略有偏差,但差别不大。由图9可得,经过第1步模型更新后所得更新速度模拟结果与测试结果激振主频更为吻合,在此基础上进行第2步模型更新后所得更新刚度模拟结果与测试结果在频域幅值上更为接近,减小了模拟结果与测试结果的误差(见图9中局部放大图)。这也证实了本研究所提车轨耦合模型二次更新方法的可行性。

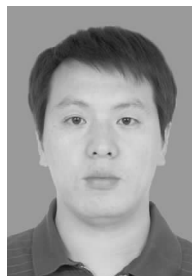
6 结束语

基于列车荷载作用下现场实测钢轨位移动力响应提出了一种车轨耦合模型更新方法,其更新过程可分为更新列车运行速度和更新扣件刚度两大步骤来实现。参数灵敏度分析表明,钢轨位移动力响应受扣件刚度影响较为明显,受扣件阻尼影响较小。更新列车运行速度可使模拟结果与测试结果激振主频更为吻合,再进行更新扣件刚度后可使模拟结果与测试结果在频域幅值上更为接近,从而减小了模拟结果与测试结果的误差。与桥梁结构强迫振动主频率不同,钢轨位移动力响应的频谱由列车周期荷载的一阶多次频率控制,这是由于轨道结构的多点连续支承特性所造成的。

参 考 文 献

- [1] Friswell M I, Mottershead J E. Finite element model updating in structural dynamics[M]. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1995:98-105.

- [2] 张欣. 土木工程结构的系统辨识技术[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 1-14.
- [3] 夏禾, 张楠. 车辆与结构动力相互作用[M]. 第2版. 北京: 科学出版社, 2005: 16-29.
- [4] 韩万水, 王涛, 李永庆, 等. 基于模型修正梁格法的车桥耦合振动分析系统[J]. 中国公路学报, 2011, 24(5): 47-55.
Han Wanshui, Wang Tao, Li Yongqing, et al. Analysis system of vehicle-bridge coupling vibration with grillage method based on model updating[J]. China Journal of Highway and Transport, 2011, 24(5): 47-55. (in Chinese)
- [5] 殷新锋, 刘扬, 彭晖, 等. 路面破损的桥梁在车辆作用下冲击系数分析[J]. 振动工程学报, 2013, 26(4): 531-538.
Yin Xinfeng, Liu Yang, Peng Hui, et al. Impact factors of a bridge with poor road roughness under moving vehicular loads[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(4): 531-538. (in Chinese)
- [6] Feng Dongming, Feng Maria Q. Model updating of railway bridge using in situ dynamic displacement measurement under trainloads[J]. Journal of Bridge Engineering, 2015, 20(12): 04015019-1-12.
- [7] Garcia-Palencia A J, Santini-Bell E, Sipple J D, et al. Structural model updating of an in-service bridge using dynamic data[J]. Structural Control & Health Monitoring, 2015, 22(10): 1265-1281.
- [8] 雷晓燕. 高速铁路轨道动力学——模型、算法与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 60-64, 101-121.
- [9] 朱涛, 肖守讷, 阳光武, 等. 车辆垂向轮轨力识别方法与试验[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(5): 892-896.
Zhu Tao, Xiao Shoune, Yang Guangwu, et al. Vertical wheel/rail force identification method for railway vehicle and its test validation[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(5): 892-896. (in Chinese)
- [10] 郑国琛, 祁皓, 颜学渊. 考虑车轨垂向耦合福州地铁振源加速度研究[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(2): 328-333.
Zheng Guochen, Qi Ai, Yan Xueyuan. Research on acceleration of vibration source from Fuzhou metro considering vehicle-track vertical coupled model of vibration[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(2): 328-333. (in Chinese)
- [11] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学(上册)[M]. 第4版. 北京: 科学出版社, 2015: 20-41.
- [12] Wang Y J, Mao Y X, Hu A Q. Numerical simulation of a metro vehicle running over rail with fastening system failure using finite element method[J]. Journal of Vibroengineering, 2015, 17(3): 1488-1498.
- [13] Shi J, Chan A H, Burrow M P N. Influence of unsupported sleepers on the dynamic response of a heavy haul railway embankment[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F-Journal of Rail and Rapid Transit, 2013, 227(6SI): 657-667.
- [14] 顾保南, 叶霞飞. 城市轨道交通工程[M]. 第3版. 武汉: 华中科技大学出版社, 2015: 115-133.
- [15] 张慧慧. 城市轨道交通轨道结构型式的选择[J]. 铁道建筑技术, 2013(10): 70-73.
Zhang Huihui. Selection for track structure type of urban rail transit[J]. Railway Construction Technology, 2013(10): 70-73. (in Chinese)
- [16] Yang S C, Kim E. Effect on vehicle and track interaction of installation faults in the concrete bearing surface of a direct-fixation track[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(1): 192-212.
- [17] 刘晶波, 杜修力. 结构动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 234-248.
- [18] 何越磊, 李再韩, 盛春玲, 等. 不同地铁线路条件下轨道谱的特性分析[J]. 铁道工程学报, 2014(8): 99-104.
He Yuelei, Li Zaiwei, Sheng Chunling, et al. Characteristic analysis of track spectrums of different subway line conditions[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2014(8): 99-104. (in Chinese)
- [19] 朱胜阳, 蔡成标. 一种高速铁路无砟轨道混凝土结构疲劳损伤模型[J]. 中国科学: 技术科学, 2014, 44(7): 714-721.
Zhu Shengyang, Cai Chengbiao. A fatigue damage model of concrete structure for ballastless track in high-speed railway[J]. Scientia Sinica Technologica, 2014, 44(7): 714-721. (in Chinese)
- [20] 姚忠达, 杨永斌. 高速铁路车-桥互制理论[M]. 台北: 图文技术服务有限公司, 2000: 87-97.



第一作者简介:王英杰,男,1982年9月生,博士、副教授、博士生导师。主要研究方向为轨道交通领域线路动力学。曾发表《单车过桥下弹性车体共振与消振现象分析》(《振动与冲击》2015年第34卷第2期)等论文。

E-mail: yingjiewang@bjtu.edu.cn

