

导弹滑行出箱过程中颤动现象的建模与分析*

商霖, 周国峰, 卢鑫

(中国运载火箭技术研究院 北京, 100076)

摘要 为了深入研究导弹在发射箱内滑行产生的颤动现象,建立了基于 Stribeck 摩擦模型的质量块-传输带干摩擦动力学模型,利用静、动摩擦转换时摩擦力降落引起的负阻尼力激发系统的自激颤动现象。通过对运动方程进行稳定性分析,得到平衡点失去渐进稳定特性并产生自激颤动的临界速度。利用数值方法求解常微分方程得到相平面内的相轨迹,仿真证明系统存在稳定的极限环、发生了自激颤动。通过试验曲线与仿真曲线的对比,阐明了导弹发动机燃气喷流、发射箱内燃气绕流和发射车底盘振动等强干扰因素对不稳定周期运动的影响。最后,给出了工程上切实可行的摩擦控制、颤动抑制的方法,这对地面箱/轨式发射导弹具有较大的参考价值。

关键词 发射动力学; 颤动现象; 干摩擦; 稳定性分析; 相平面法

中图分类号 V19; TJ760.9; TH117.1

引言

导弹在滑行出箱过程中其局部在某一时段内会出现振动的突然放大,即弹体的颤动现象^[1]。导弹局部的颤动不仅影响其地面发射时的出箱安全性,还影响其后续飞行的初始姿态角,特别是滑行过程中表现出的强烈的振动还会影响弹上设备的工作性能,进而诱发飞行故障。因此,有必要研究导弹滑行出箱过程中出现的颤动现象,分析其形成机理,为武器系统工程提供理论支撑和设计指导。

笔者从信号分析处理试验数据的角度出发,对导弹滑行出箱过程中采集到的振动数据进行了时域波形和频域谱分析,采用频域积分的方法^[2]得到了导弹局部的相轨迹图,论述了颤动现象的形成原因,给出了消除颤动现象的初步措施。然而,文献^[1]未能提炼出用于分析颤动现象的数学模型,不能对系统是否发生颤动提前预示,不能对系统颤动发生的条件进行预估,因而也无法提出明确可操作的实施方案,因此有必要在此基础上开展进一步研究。

本研究首先从导弹出箱过程的实际情况出发,考虑其运动状态和边界条件,建立了研究导弹颤动现象的动力学模型,即质量块-传输带干摩擦模型。随后利用龙格-库塔数值方法编制动力学程序计算得到导弹滑行过程中响应局部的时域波形图、相平面图和庞加莱截面图,阐明了颤动现象从形成、保持

到消失的过程。同时,通过平衡点稳定性分析法可知,导弹出箱速度较低时系统的静平衡状态容易失去渐进稳定特性,进而出现滑动形式的干摩擦自激振动。最后,结合数值计算和理论分析的结果,明确导弹滑动出箱过程中诱发颤动现象的影响因素,并给出了工程上切实可行的抑制颤动的具体措施,并在后续型号试验中得到了很好的验证。

1 动力学模型的建立

1.1 质量块-传输带模型

导弹滑动出箱过程中其局部的振动放大是一种颤动现象,此时会有多个弹性模态被同时激发,且振动强度各不相同。为便于分析,现只考虑一个模态,为此选择响应最强的基频模态的惯性参数 m 和刚度系数 k ,建立单自由度振动模型,同时考虑地面发射时导弹在箱内滑行过程中的刚体运动状态和导轨的边界约束情况,从而构建分析导弹颤动现象的质

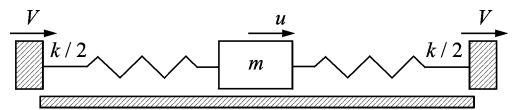


图 1 导弹颤动分析的动力学模型

Fig. 1 The dynamic model for the chattering analysis of missile

* 国家自然科学基金资助项目(11602306)

收稿日期:2017-06-27;修回日期:2017-10-10

量块-传输带动力学模型,如图 1 所示。以图 1 中的滑块(质量为 m)和弹簧(系统整体刚度为 k)为研究对象,建立如下运动微分方程

$$m\ddot{u} + f(\dot{u} - V) + ku = 0 \quad (1)$$

其中: u 为滑块位移; V 为导弹刚体运动速度; $f(\dot{u} - V)$ 为导轨对滑块的摩擦力。

当滑块处于平衡状态时,有

$$\begin{cases} \dot{u} = 0 \\ \ddot{u} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)带入式(1),找到平衡点位置

$$u_e = -k^{-1}f(-V) \quad (3)$$

以平衡位置 u_e 作为新的坐标原点,引入新的变量

$$x = u - u_e \quad (4)$$

将式(3)和式(4)代入式(1)中,得到

$$m\ddot{x} + kx + F(\dot{x}) = 0 \quad (5)$$

其中:非线性摩擦力函数 $F(\dot{x}) = f(\dot{x} - V) - f(-V)$ 。

1.2 摩擦力模型

丁千等^[3]介绍和评述了工程领域中常见的几类摩擦力模型。从中可以发现,过分简单的模型不能正确描述摩擦力的变化规律,而复杂的模型不能得到系统运动过程的解析结果,因此采用合理的模型是至关重要的。本研究利用某型导弹多次地面发射试验测量得到的惯组数据,采用四元数法^[4]进行导航得到其刚体运动状态,在已知发动机推力曲线的前提下,根据刚体动力学方程得到了导弹滑动出箱过程中导弹与滑轨之间的滑动速度-摩擦力曲线,如图 2 所示。观察图 2 曲线,发现其变化趋势与摩擦系统动力学研究中最常用的 Stribeck 模型比较一致。因此,文中采用 Stribeck 模型,其一般形式为

$$f(V_r) = N(\mu_s \text{sgn}(V_r) - \alpha V_r + \beta V_r^3) \quad (6)$$

其中: N 为运动界面之间的法向压力; V_r 为运动界面之间的相对速度; μ 为运动界面之间的静摩擦系数; α 和 β 为动摩擦因数(与运动界面间的表面粗糙度、接触状态等均有关)。

当 α 和 β 等于零时,上式即为 Coulomb 摩擦力,也称为理想干摩擦力。

文献[3,5-6]所示 Stribeck 摩擦力曲线和图 2 所示摩擦力曲线中克服静摩擦力后,摩擦力在相对滑动速度较低的范围随相对速度的增加反而下降,出现了负斜率摩擦现象。这里的负斜率部分就是负黏性阻尼项,这种阻尼机制在小的运动幅值时使系统的能量增加,而在大的运动幅值时使系统的能量减小,由此产生了不稳定的效果,进而引发纯滑或滞滑形式的干摩擦自激振动。虽然研究中可以根据某型导弹多次地面发射试验获取的摩擦力曲线借

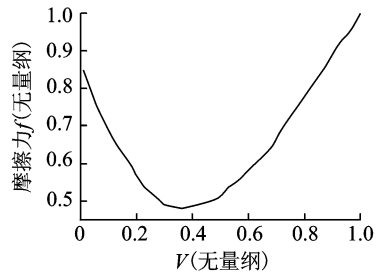


图 2 弹轨间的摩擦力变化曲线

Fig. 2 The friction force between the missile and the rail of launch box

助最小二乘法拟合得到式(6)中的摩擦力系数,但是为了能较好地模拟这种类型同于 Van der pol 振子的阻尼机制,实际仿真时在确定了静摩擦系数 μ 的基础上还需对动摩擦因数 α 和 β 作适当调整。

1.3 动力学方程

方程(5)表明在质量块-传输带干摩擦系统中,由初始扰动位移 x 产生的非线性摩擦力 F 可以激励系统产生颤动现象。这正对应了导弹滑动出箱过程中,若滑块向前摩擦力小于向后摩擦力,则在一个振动周期内摩擦力对导弹所做正功大于负功,由此使得导弹局部振动的能量越来越大。此外,若将非线性摩擦力 F 对滑块速度 \dot{x} 进行微分,则可以得到上文所述黏性阻尼性质的参数项,微分处理^[7]如下

$$F(\dot{x}) = \dot{x} \lim_{\dot{x} \rightarrow 0} \frac{f(\dot{x} - V) - f(-V)}{\dot{x}} = \dot{x} \left. \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} \right|_{V_e} = -N(\alpha - 3\beta V_e^2)\dot{x} \quad (7)$$

其中: $V_e = -V$ 。

将式(7)代入方程(5),并令导弹基频频率 $\omega^2 = k/m$,可得

$$\ddot{x} + \omega^2 x - g \cos\theta (\alpha - 3\beta V^2)\dot{x} = 0 \quad (8)$$

其中: g 为重力加速度; θ 为导弹发射倾角。

令变量 $y = \dot{x}$,则可将二阶微分方程(8)变成两个一阶微分方程

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega^2 x + g \cos\theta (\alpha - 3\beta V^2)y \end{cases} \quad (9)$$

二维变量 (x, y) 称为状态变量,方程(9)称为状态方程。以 x 和 y 为坐标轴构成的二维状态空间(状态平面)称为相平面,该平面上的点表示系统的特定运动状态,称为相点。

2 稳定性分析

为了研究系统参数对导弹颤动现象的影响,采用平衡点稳定性分析法对式(9)系统进行分析。

图1中,当导弹滑动出箱速度足够大时,滑块会在摩擦力和恢复力均衡作用下处于平衡状态。系统平衡点扰动方程的线性特征多项式为

$$\lambda^2 - g\cos\theta(\alpha - 3\beta V^2)\lambda + \omega^2 = 0 \quad (10)$$

根据Routh-Hurwitz准则,系统渐近稳定性条件为

$$g\cos\theta(\alpha - 3\beta V^2) < 0 \quad (11)$$

显然,导弹发射倾角 θ 不会改变式(11)的性质,由此满足式(11)的条件是

$$V > \sqrt{\alpha/(3\beta)} \quad (12)$$

令临界速度 $V_{cr} = \sqrt{\alpha/(3\beta)}$,则当导弹出箱速度 $V < V_{cr}$ 时系统的平衡点失去渐进稳定特性,由此产生自激振动,即导弹局部出现颤动现象。

由式(12)可见,动摩擦因数 α 和 β 的取值决定了临界速度 V_{cr} 的数值,表明它们是影响系统振动特性的一组重要参数。工程中,动摩擦因数 α 和 β 通常可通过试验来获取,因与接触材料、接触状态、界面粗糙度和结构形式及环境条件等多种因素均有关,其数值在一定范围内是变化的^[8]。若动摩擦因数 α 和 β 同比变化,即 α/β 保持不变,则临界速度 V_{cr} 不变;若 α/β 增大,则临界速度 V_{cr} 变大,系统更容易失去渐进稳定特性;若 α/β 减小,则临界速度 V_{cr} 变小,系统保持渐进稳定特性的能力将会提高。

3 数值分析

根据式(9)微分方程组,采用4阶龙格-库塔算法编制动力学计算程序进行相平面分析。考虑到导弹出箱滑行过程中,其质量变化很小,基本可以忽略,因此和质量相关的所有参数均假定为常值。根据计算程序,设定已知值导弹基频 $\omega = 472$ rad/s和重力加速度 $g = 9.8$ m/s²,设置参数值发射倾角 $\theta = 60^\circ$ 、动摩擦系数 $\alpha = 0.071$ 和 $\beta = 0.00017$,给定初始值滑块位移 $x_0 = 0.01$ m和滑块速度 $y_0 = 0$,由此得到导弹滑行过程中响应局部的时域波形图、相平面图和庞加莱截面图,分别见图3~图5所示。

图3导弹局部振动的时域波形图中,仿真和试验曲线都表征出了自激振动的特征^[9],即在振动过程中:当输入能量大于耗散能量时,振幅增加;当输入能量等于耗散能量时,振幅保持不变;当输入能量小于耗散能量时,振幅减小。图3中试验曲线相比仿真曲线来说,在整体变化形态上尚不理想:仿真曲线在 $t < 0.5$ s的上升段,其幅值渐进增加;在 $t > 0.8$ s的下降段,其幅值渐进减小。试验曲线在 $t < 0.5$ s的时段,其幅值有跳跃、变化无规律;在 $t > 0.8$ s的时段,其幅值有变化、未表现出明显渐进趋势。

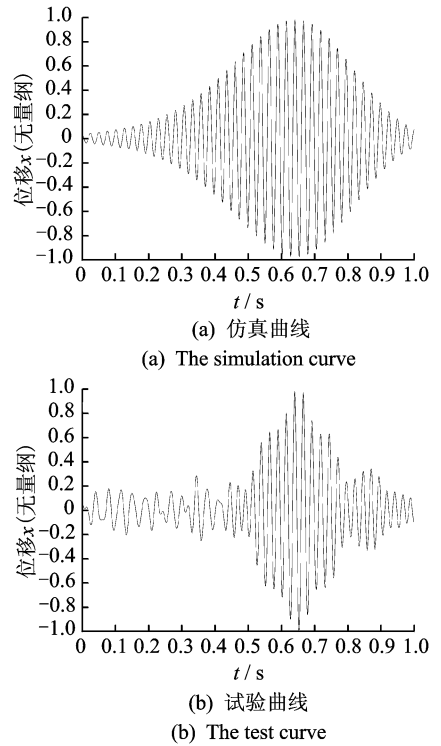


图3 导弹局部振动的时域波形图

Fig. 3 Time domain waveform of local vibration of missile

文献[10]指出,真实的动力学系统要承受外界扰动,不稳定的周期运动不能保持,稳定的周期运动才能保持为稳定的极限环。由此表明,导弹滑行出箱过程中除了由弹轨间摩擦力提供的能量外,还包含了其它的外激励能量,如发动机燃气喷流噪声、发射箱内燃气绕流噪声和发射车底盘的振动激励等。其中,发射车底盘振动引起的基础激励为低频机械能,能量较强,且对颤动现象的形成、发展和消亡等过程最为直接;发动机产生的燃气喷流噪声和箱内燃气绕流噪声为高频声能,能量较弱,在一定程度上影响着颤动。在这些外界强扰动作用下,导弹滑行过程中不稳定的周期运动无法保持,如图3试验曲线中 $t < 0.5$ s时段和 $t > 0.8$ s时段。

此外,文献[11]认为,考虑可动边界后,自激振动的振幅将随边界运动速率的增加而减小,但其频率不受影响。为了便于研究弹轨间摩擦力效应引起的颤动现象,笔者简化了工程问题,将发射车底盘理想化为固定边界。实际发射时,导弹出箱过程中发射车底盘是处于不断变化的振动状态。结合图3仿真曲线和试验曲线的对比可以发现,二者的差异在某种程度上也吻合了文献[11]的结论。

图4为导弹局部振动的封闭相轨迹(即极限环),相轨迹从图中左侧灰色方块出发,经箭头1,2,3返回图中右侧灰色方块,箭头1,2,3之间的曲线

转折只是图示方便。图示表明,相平面的环形区域在内、外边界上的相轨迹均指向环域内,且环域内没有奇点(相轨迹的源),表明这是一个稳定极限环。由此仿真证明,系统发生了自激,即导弹出箱过程中其局部出现了颤动现象。

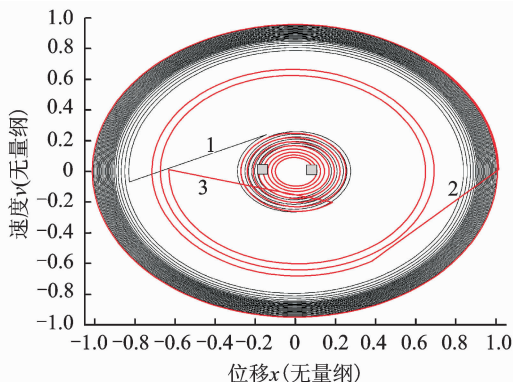


图4 导弹局部振动的相平面图

Fig. 4 Phase plane diagram of local vibration of missile

图5为采用定相位庞加莱截面法获取的导弹局部振动的庞加莱截面图。通过观察图中庞加莱截面上截点的情况发现,庞加莱截面上是一条近似封闭的曲线,表明导弹滑行过程中的稳定运动是准周期运动,由此说明弹箱组成的颤动系统具有较强的非线性因素^[10]和较大的阻尼特性^[12]。由此可见,在外界强干扰作用下,导弹局部振动的时域波形图更接近于图3所示的试验曲线。

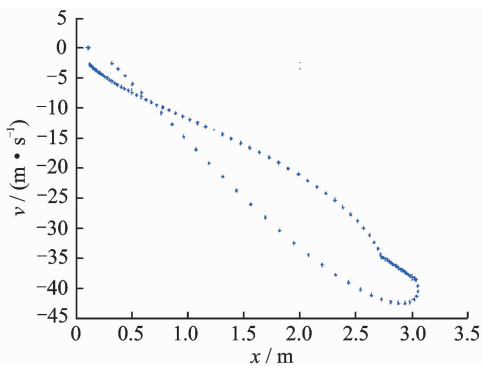


图5 导弹局部振动的庞加莱截面

Fig. 5 Poincaré section of local vibration of missile

4 抑制颤动的措施

根据数值分析,导弹滑动出箱过程中会发生颤动现象,而这种情况是导弹地面发射时所不希望出现的。为此,结合上述分析,从工程的角度提出了抑制系统颤动的基本措施。

1) 提高导弹在箱内的滑动速度。

上文利用平衡点稳定性分析法研究得到了诱发

系统自激振动的临界速度 V_{cr} ,并得出结论:当导弹出箱速度 V 大于临界速度 V_{cr} 时系统不会出现自激振动。众所周知,导弹在箱内的滑动速度 V 是一个由低到高的过程,而导弹颤动发生在低速阶段,如果能有效地规避低速段(小于临界速度 V_{cr})、实现高速段(大于临界速度 V_{cr})的长时滑行,则会在很大程度上避免自激振动。由此,工程上可以通过设计一种“单室双推力”发动机,导弹在箱内滑行段采用高燃速推进剂快速提高发动机的推力,以使导弹在尽可能短的时间内达到并超过临界速度 V_{cr} ,从而消除导弹颤动或将颤动的影响减少到最小。

2) 增大导弹发射倾角。

由式(11)可见,导弹发射倾角 θ 和系统颤动没有直接关系,而方程(8)则表明其数值影响着系统的黏性阻尼,进而影响了系统颤动的振幅。因此,导弹地面发射时,可以通过提高发射倾角的方法降低导弹局部的振幅。

3) 改变弹轨间的动摩擦因数。

前文所述,临界速度 V_{cr} 的大小取决于动摩擦因数 α 和 β 。若设计中通过降低动摩擦因数 α 、提高动摩擦因数 β ,则临界速度 V_{cr} 将会变小,进而降低系统颤动的可能性。文献[12]中,将动摩擦因数 α 和 β 表示为静摩擦因子 μ_s 、动摩擦因子 μ_m 和对应于最小动摩擦的速度 v_m 等三者之间的关系。工程中,可以通过已有材料摩擦数据或试件摩擦试验数据预先设计满足要求的弹轨间的动摩擦因数。

4) 改变弹轨间的摩擦性质。

无论是提高导弹的滑行速度还是增大其发射倾角,亦或改变弹轨间的动摩擦因数,它们的根本出发点都是改变系统的黏性阻尼,而最为有效的措施就是改变导弹与滑轨之间的黏性滑动摩擦因数 α 和 β 。理论的指导是,补偿弹轨间摩擦力中的负阻尼分量,即施加足够的正阻尼力,抵消摩擦力中的负阻尼力的影响分量。工程的措施是,在导弹与导轨之间涂抹较厚的润滑剂或润滑油,由此变干摩擦为湿摩擦,变自激振动为黏性阻尼振动。

采取以上措施后,该型号导弹地面发射试验时再未发生弹体局部颤动的现象,保证了工程研制工作的顺利进行。

5 结束语

笔者研究了导弹滑行出箱过程中出现的颤动现象,通过弹轨间的摩擦、阻尼特性、自激振动机理等分析,建立了模拟弹轨关系的质量块-传输带摩擦动力学模型。利用数值计算得到了导弹滑行过程中

颤动现象从形成、保持到消失的全过程,绘制了稳定封闭的极限环和庞加莱截面图,论述了导弹发动机燃气喷流、发射箱内燃气绕流和发射车底盘振动等诸多干扰因素对不稳定周期运动的影响。同时,通过平衡点稳定性分析法得到导弹出箱的临界速度,当出箱速度低于临界速度时系统的静平衡状态将会失去渐进稳定特性,并由此出现滑动形式的干摩擦自激振动。最后,根据数值计算和理论分析的结果,论述了导弹滑动出箱过程中诱发颤动现象的影响因素,并据此给出了工程上切实可行的抑制颤动的具体措施。本工作不仅为导弹颤动现象的研究提供了一种可资借鉴的方法、填补了相关空白,而且为导弹颤动现象的抑制提供了简单有效的方法。

参 考 文 献

- [1] 商霖,王亮,金晶. 某型号导弹发射过程中颤动现象的分析[J]. 振动与冲击, 2015, 34(15): 51-54.
Shang Lin, Wang Liang, Jin Jing. Chattering analysis for a missile during its launching [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(15): 51-54. (in Chinese)
- [2] 商霖,李璞,廖选平. OMEGA算法在导弹振动工程中的应用[J]. 装备环境工程, 2015, 12(3): 58-63.
Shang Lin, Li Pu, Liao Xuanping. Application of OMEGA algorithm in missile vibration engineering [J]. Equipment Environmental Engineering, 2015, 12(3): 58-63. (in Chinese)
- [3] 丁千,翟红梅. 机械系统摩擦动力学研究进展[J]. 力学进展, 2013, 43(1): 112-131.
Ding Qian, Zhai Hongmei. The advance in researches of friction dynamics in mechanics system [J]. Advances in Mechanics, 2013, 43(1): 112-131. (in Chinese)
- [4] 孙冬梅,田增山,韩令军. 捷联惯导系统中四元素法求解姿态角仿真模拟[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(1): 51-53.
Sun Dongmei, Tian Zengshan, Han Lingjun. Simulation on quaternion calculate attitude angle of the strap-down inertial navigation system [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(1): 51-53. (in Chinese)
- [5] 贾启芬,于雯,刘习军,等. 多自由度分段光滑非线性系统的近似解——中华文物龙洗的自激振动[J]. 力学学报, 2004, 36(3): 373-378.
Jia Qifen, Yu Wen, Liu Xijun, et al. Approximate analytical solution of the piecewise-smooth nonlinear systems of multi-degrees-of-freedom [J]. ACTA Mechanica Sinica, 2004, 36(3): 373-378. (in Chinese)
- [6] 黄毅,王太勇,李强,等. 干摩擦系统的自激振动数值研究[J]. 机械强度, 2008, 30(4): 539-543.
Huang Yi, Wang Taiyong, Li Qiang, et al. Numerical study on self-excited vibrations of a dry-friction system [J]. Journal of Mechanical Strength, 2008, 30(4): 539-543. (in Chinese)
- [7] 王振,陈照波,焦映厚,等. 轮轨横向接触系统的自激振动分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(9): 56-61.
Wang Zhen, Chen Zhaobo, Jiao Yinghou, et al. Self-excited vibration analysis for wheel/rail lateral contact system [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2011, 43(9): 56-61. (in Chinese)
- [8] 李鸿光,闻邦椿. 具有间隙和振动边界的自激振动系统的非线性振动[J]. 振动工程学报, 2000, 13(1): 122-127.
Li Hongguang, Wen Bangchun. Nonlinear vibration of self-excited vibration system with clearance and oscillating boundaries [J]. Journal of Vibration Engineering, 2000, 13(1): 122-127. (in Chinese)
- [9] 刘延柱,陈立群,陈文良. 振动力学[M]. 北京:高等教育出版社, 2011: 57-58.
- [10] 丁文镜. 自激振动[M]. 北京:清华大学出版社, 2009: 22-23.
- [11] 李鸿光,杨文平,闻邦椿. 具有可动边界和间隙的机械系统自激振动分析和数值模拟[J]. 机械科学与技术, 2000, 19(2): 177-179.
Li Hongguang, Yang Wenping, Wen Bangchun. Theoretical analysis of self-excited vibration in mechanical system with moving boundary and clearance [J]. Mechanical Science and Technology, 2000, 19(2): 177-179. (in Chinese)
- [12] 李小彭,鞠行,杨皓天,等. 基于Stribeck模型的自激系统分岔混沌特性研究[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(5): 864-867.
Li Xiaopeng, Ju Xing, Yang Haotian, et al. Stribeck-based study on the bifurcation and chaos of self-excited vibration system [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2014, 34(5): 864-867. (in Chinese)



第一作者简介:商霖,男,1977年12月生,博士、研究员。主要研究方向为发射动力学分析、非线性振动分析与响应控制和结构动特性设计等。曾发表《某型号导弹发射过程中颤动现象的分析》(《振动与冲击》2015年第34卷第15期)等论文。

E-mail: shang_lin30@126.com

