Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2018.03.004

改进的浸入边界-晶格 Boltzmann 法的蠕动流分析

任晓飞¹, 魏守水¹, 刘飞飞¹, 张 玲², 王少伟³, 许明田³ (1.山东大学控制科学与工程学院 济南,250061) (2.山东大学数学学院 济南,250061) (3.山东大学+建与水利学院 济南,250061)

摘要 基于改进的浸入边界-晶格 Boltzmann 方法研究蠕动流问题,采用晶格 Boltzmann 法描述流场,用改进的浸入边界法实现管壁运动-流体流动之间的相互作用,将变形管壁的运动速度作为速度源引入晶格 Boltzmann 方程, 代替了传统浸入边界-晶格 Boltzmann 法中固态变形力与流体速度之间的转换。分析了管道内蠕动流场的分布情况,研究了各相关参数如振幅比、频率、液体黏度以及波数对流量的影响,数值结果与已有的结果进行了对比,证实 了本研究方法的合理性与有效性。

关键词 计算流体力学; 蠕动流; 流固耦合; 晶格 Boltzmann 方法; 浸入边界法 中图分类号 TH38; O35

引 言

蠕动流是由管壁的蠕动引起的管道内部液体的 流动。其驱动原理与效果一直是生理学及工程领域 研究的热点。如食糜在肠道中的运动^[1]、输卵管中卵 子的运输^[2]、子宫内液体的运动^[3]及胚胎心脏的泵 血[4]均属蠕动流。文献[5-6]对蠕动流的速度、压力 分布以及蠕动流特有的"回流"和"陷圈"现象做了研 究。Hanin^[7]研究了以蠕动效应为机理的流体输运性 质。Weinberg 等^[8]通过实验证实了现有理论下蠕动 流的基本流动特征。Haroun^[9]研究了在非对称管道 中管壁顺应性对牛顿液体的蠕动传输的影响。Srinivas 等^[10]研究了二维非对称斜管道中黏性不可压缩 液体的磁流体重力流问题。这些研究都是在低雷诺 数、长波和(或)小振幅的假设条件下进行的,这为理 论分析带来方便,但与真实的流动问题颇有差距。另 外,所用方法为传统的数值方法,如有限元法[11]和有 限差分法[12-13],这些方法在处理边界的非线性运动与 流体流动之间的相互作用时有诸多限制,如网格重建 困难、耗时长及计算成本大等。

浸入边界法^[14] (immersed boundary method, 简称 IBM)是将浸入流体的边界变形产生的力分布 到周围流体,用体积力描述浸入边界的运动,再根据 周围流体的速度更新浸入边界的位置和速度,以此 来描述流体-边界之间的相互作用。因此,选择合适 的数值方法通过固定、规则的欧拉网格计算流场可 以避免动边界问题。对于复杂的浸入边界结构,如 红细胞的变形^[15]、血小板的聚集^[16]、精子的游 动[17]、纤毛的波动[18]及昆虫的飞行[19]等,均取得了 较好的效果。晶格玻尔兹曼方法(lattice Boltzmann method, 简称 LBM)^[20]采用固定的欧拉网格代表 流场,将连续流体假想为分布到欧拉网格上的离散 粒子,克服了传统计算流体力学方法中网格重新生 成和自适应网格变换的困难,降低了计算成本。此 外,由于它的并行性和扩展性,边界条件容易处理, 被广泛用于研究多相流、非牛顿流体、悬浮粒子流、 微流体和多孔流[21-25]等复杂流体的流动。文献[26-28 分别用 IBM 和 LBM 研究了宏观颗粒通过蠕动 泵在牛顿流体中的输运。Waldrop 等^[29]用 IBM 研 究了短波和大振幅的流体蠕动。

笔者基于一种改进的浸入边界-晶格玻尔兹曼方法(modified immersed boundary-lattice Boltzmann method,简称 MIB-LBM)研究蠕动流。将变形管壁的运动速度作为速度源引入晶格玻尔兹曼方程(lattice Boltzmann equation,简称 LBE)中,避免了传统 IB-LBM 中边界变形产生的力的复杂计算,简化了计算过程。这种方法已经成功应用于研究弹性细丝的周

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51075243,11672164);山东省自然科学基金资助项目(ZR2014EEM033);山东省研发计 划资助项目(2016GGX103027) 收稿日期:2017-05-19;修回日期:2017-08-15

期性波动对流体的驱动作用^[30]。与传统的 IB-LMB 及其他的数值方法相比, MIB-LBM 计算过程简单, 计 算效率高, 流体和固体之间的相互作用容易实现, 而 且打破了传统数值方法在研究蠕动流时对波幅和波 长大小的限制。

1 理论方法与数值模型

1.1 晶格玻尔兹曼方法

LBM 将流体抽象为大量具有离散速度的微观 流体粒子的集合,流体粒子在离散晶格上按一定规 则进行迁移和碰撞,通过粒子密度分布函数与宏观 流动变量之间的关系获得宏观流动信息。其理论模 型中 D2G9 是一种不含压缩效应的 LBGK 模型,它 通过 Chapman-Enskog 展开可以导出标准的不可压 Navier-Stokes 方程组,适合不可压缩流分析。笔者 选用 D2G9 模型^[31]。

1.2 浸入边界法的改进

图 1 为浸入边界法示意图,其中空心点和实心 点分别表示流体结点和浸入边界结点。传统的 IBM 将浸入边界变形产生的力通过 Dirac delta 函 数分布到周围流体网格点上,然后流体再通过速度 *u* 影响浸入边界的变形,控制方程^[32]为

$$\boldsymbol{f}_{b}(\boldsymbol{x},t) = \int_{0}^{l} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X},t) \delta_{b}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X}) d\boldsymbol{X}$$
(1)

$$U(\mathbf{X},t) = \int_{\Omega} \boldsymbol{u}(\mathbf{x},t) \delta_h(\mathbf{x}-\mathbf{X}) \,\mathrm{d}\mathbf{x}$$
(2)

其中:x = (x, y)为流体网格点的位置;l为浸入边界的长度;X = (X, Y)为浸入边界上的点;F(X, t)为边界变形产生的力密度; $f_b(x, t)$ 为边界传递给流场的体积力; $u(x, t) = (u_x, u_y)$ 为流体速度; $U(X, t) = \partial X/\partial t$ 为浸入边界的运动速度; $\delta_b(x - X)$ 为 Dirac delta 函数。

给出其定义

$$\delta_{h}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{16h^{2}} (1 + \cos \frac{\pi x}{2h}) (1 + \cos \frac{\pi y}{2h}), \\ |x| \leq 2, |y| \leq 2 \\ 0 \\ \text{其他} \end{cases}$$
(3)

其中:h=Δx 为格子单位。

由于蠕动流问题中行波的位置及运动信息都包 含在其速度信息内,笔者采用的 MIB-LBM 直接将 弹性管壁的运动速度通过 Dirac delta 函数引入 LBE,形成如下控制方程



图 1 浸入边界法示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the immersed boundary method

$$\Delta \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) = \int_{0}^{l} \boldsymbol{U}(\boldsymbol{X},t) \delta_{h}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{X}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{X} \qquad (4)$$

 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t+\Delta t) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) + \Delta \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ (5)

边界速度 U(X,t)通过 Dirac delta 函数分布到 周围流体网格结点上,式(4)和式(5)描述了管壁运 动与流体流动之间的耦合关系。该方法避免了边界 变形产生的力的复杂计算,简化了计算程序。

1.3 数值模型

基于 MIB-LBM 分析了二维管道中蠕动流的 驱动原理,其二维模型如图 2 所示。将管壁看作 浸入空气和液体之间的边界,管道内充满黏性不 可压缩的牛顿流体,初始状态为静态。计算区域 的长度和高度分别为 L 和 H,管道进出口采用非 平衡外推边界条件^[33],波动管壁采用无滑移反弹 边界条件^[34-35],将计算区域均匀离散化为 $N_{x} ×$ N_{y} 的固定欧拉网格,将做行波运动的管壁均匀 离散化为一系列可动的拉格朗日节点,其水平坐 标为 X',竖直坐标为 Y',行波速度为 c'。其控制 函数为

$$Y'(X',t') = R' + B'_{0} \cos \frac{2\pi}{\lambda'} (X' - c't') \quad (6)$$

其中:R'为管道半径;B' 为波幅;λ'为波长。



Fig. 2 The two-dimensional model diagram

为了方便计算,将式(6)中的参数转化为无量纲 形式,转化规则如下

$$\begin{cases}
Y = Y'/R' \\
X = X'/\lambda' \\
t = f't' \\
Re = \frac{R'c'}{\nu} \alpha \\
\alpha = R'/\lambda' \\
\phi = B'_0/R'
\end{cases}$$
(7)

其中:ν为流体运动黏度;φ为振幅比;α为归一化的 波数;Re为雷诺数。

2 结果和讨论

为了计算收敛,在波开始形成时引用以下约束 方程

$$g(t) = \frac{1}{1 + e^{-(t - t_0)}}$$
(8)

其中:t₀为常数,表示波开始形成的时间。

进出口处流体的瞬时流量 Q(t)为

$$Q_{\text{out}}(t) = \int_{0}^{Y} u_x(l, y, t) \,\mathrm{d}y \tag{9}$$

其中:u_x(l,y,t)为t时刻(l,y)处的流体速度在x 方向的分量,当流量为正时表示液体正向(向右)流动,当流量为负时表示液体反向(向左)流动。

时间 t 内管道出口处累积流出的液体体积 V_{out}为

$$V_{\rm out} = \int_{t_0}^t Q_{\rm out}(t) \,\mathrm{d}t \tag{10}$$

管道出口处的时间平均流量 Qavg 为

$$Q_{\text{avg}} = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t Q_{\text{out}}(t) \,\mathrm{d}t \tag{11}$$

流量对应的无量纲形式为

$$\begin{cases} \Theta_{\text{out}} = Q_{\text{out}} / Rc \\ \Theta_{\text{avg}} = Q_{\text{avg}} / Rc \end{cases}$$
(12)

当管道两端施加的压力差为 0 时, Jaffrin 等^[6] 在低雷诺数和长波近似的条件下得到无量纲流量与 振幅比的关系

$$\Theta = \frac{3\phi^2}{2+\phi^2} \tag{13}$$

为了验证该方法的正确性,在长波近似和低雷 诺数的条件下,获得平均流量 Θ_{avg} 与振幅比 φ 的关 系,并与文献[6]得到的结果相比较,如图 3 所示。 从图中可以看出,即使在振幅比较大时,本研究仿真 结果与理论值仍吻合良好。



图 3 平均流量 Θ 与振幅比 φ 的关系

Fig. 3 Relationship between the time-mean flow and the amplitude ratio

2.1 流场与流量分析

笔者分析了蠕动流在一段时间内的运动结果。 图 4 分别为不同时刻管道内的速度分布以及流线 图,图中箭头表示速度方向,颜色表示速度幅值。从 图中可以观察到,随着管壁行波沿着 x 方向传播, 管壁收缩部分的流体沿着与波相反的方向流动,管 壁扩张部分的流体沿着与波相同的方向流动,这与 文献[6]描述相同。同时可以看出,管壁变形幅度大 的区域(红色区域)的流体速度大于管壁变形幅度小 的区域(蓝色区域)的流体速度。



图 4 t=0.4, 1.2, 2.0, 2.8, 3.6 的速度分布以及流线图 Fig. 4 Snapshots of the velocity distribution and streamlines at t=0.4, 1.2, 2.8, 3.6 图 5(a) 描绘了管道出口处瞬时流量 Θ_{out} 随时间 t 的变化过程。 Θ_{out} 初始为 0, 在 $t_0 = 0.1$ 时波开始形成, 波幅从 0 开始增大, 使管道内压强增大, 挤压管 道内的液体流动, Θ_{out} 增大; 在波向右传播的过程中, 波的扩张部分开始出现, 使管道内压强减小, Θ_{out} 减小, 流体运动速度减小, 甚至向着相反方向运动。通 过分析可以发现, 在 t = 3.1 以后, Θ_{out} 趋于周期性 稳定。



图 5 流量随时间的变化情况 Fig. 5 Flow over time

图 5(b) 描绘了时间 t 内管道出口处累积流出 的液体体积 Vout。通过分析知道,曲线上升区间对 应 $\Theta_{out} > 0$ 的部分,曲线下降区间对应 $\Theta_{out} < 0$ 的部 分,而且随着时间的增加, Vout 总体呈增大趋势。尽 管管道内液体的流动随着管壁行波的传播改变方 向,但由曲线可以看出, Vout 总是大于零,说明管壁 蠕动对管道内的流体具有正向驱动作用。

2.2 参数分析

对于周期性的行波而言,蠕动流问题主要由振 幅比、频率、雷诺数(液体黏度)和波数决定。

2.2.1 振幅比 \$ 对流量的影响

通过改变波幅 B_0 来调节振幅比 ϕ ,图 6 所示为 振幅比对流量的影响。从图 6(a)可以看出,随着 ϕ 的增大, Θ_{out} 的幅值增大。图 6(b)为振幅比 ϕ 与平 均流量 Θ_{avg} 的关系图,从曲线可以看出, Θ_{avg} 与 ϕ 呈 非线性增长的关系。这是由于管壁蠕动效应是驱动 流体流动的主要原因,随着波形振幅的增大,蠕动效 应增强,导致流量增大。



因 派袖比 9 利加重的影响

Fig. 6 The effect of the amplitude ratio on the flow

2.2.2 频率 f 对流量的影响

图 7 描绘了波的频率对流量的影响。当频率增大时,管壁传递给液体的能量增强,导致流量变大。 从图 7(a)可以看出, Θ_{out} 幅值随着 f频率的增大而 增大。图 7(b)为频率 f与平均流量 Θ_{avg} 的关系图, 从曲线可以看出, Θ_{avg} 随着 f频率的增大而线性 增大。

2.2.3 液体运动黏度对流量的影响

图 8 描绘了液体运动黏度 ν 对流量的影响。从 图中 8(a)可以看出,总体上 ν 的改变对 Θ_{out} 的影响 较小。图 8(b)为 ν 与平均流量 Θ_{avg} 的关系图,从图 中可以看出,当 $\nu < 10 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 时, Θ_{avg} 随着 ν 的 增大而迅速减小;当 $\nu > 10 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 时, Θ_{avg} 随着 ν 的增大而缓慢增大;当 $\nu > 50 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 时, Θ_{avg} 几乎不再增长。这说明液体黏度相对较小时对流量 有一定的影响,当大于一定值时,黏度对流量的影响 可以忽略。这是由于当液体黏度较小时,管壁与液 体间的作用力占主导作用;随着黏度的变化,管壁与







液体之间的作用力变化较快,导致流量迅速变化;当 液体黏度增长到一定程度时,液体的黏性阻力占主 导作用,随着黏度的增加,流量几乎不再发生变化。 2.2.4 波数α对流量的影响

图 9 描绘了波数对流量的影响。从图 9(a)可 以看出,当波速不变时,波数越大,波的频率越大, Θ_{out} 幅值随着 α 的增大而减小。图 9(b)为波数 α 与 平均流量 Θ_{avg} 的关系图,从曲线可以看出, α 与 Θ_{avg} 呈非线性减小关系,并且随着 α 的增大, Θ_{avg} 减小趋 势变缓。



Fig. 9 The effect of the wavenumber on the flow

3 结束语

笔者采用 MIB-LBM 研究了蠕动流的运动情况,将做行波运动的变形管壁看作浸入空气与液体 之间的边界,通过 Dirac delta 函数直接将变形管壁 的运动速度分布到周围流体的网格点上,再用 LBM 描述流体的运动,克服了传统数值方法在处理动边 界时网格重建困难、自适应网格耗时长及计算成本 大等诸多困难。为了验证该方法的正确性,在长波 近似和低雷诺数的条件下,获得平均流量 Θavg 与振 幅比 φ 的关系,结果与理论值吻合良好。分析了管 壁蠕动过程中管道内的流场分布,获得了出口处流 一段时间内出口处累积流出的液体体积 Vout。通过 对流场的计算分析了行波驱动原理,从 Vout 曲线可 以看出,出口处流出的液体体积总是大于零,说明管 壁上的行波运动对管道内的液体具有正向驱动作 用。在此基础上分析了各相关参数对驱动效果的影 响,分析发现,振幅比 φ、频率 f 和波数 α 对出口处 的时间平均流量 Θ_{avg} 的影响较大。 Θ_{avg} 随着 ϕ 的增 大而非线性增大,随着 f 的增大而线性增大, Θ_{avg} 与 α 呈非线性减小关系,并且随着 α 的增大, Θ_{avg} 减小 趋势变缓。管道中液体运动黏度 v 总体上对 Oavg 的 影响较小,分析发现当黏度相对较小时对流量有一 定的影响;当黏度大于一定值时,其对于流量的影响 可以忽略。仿真结果在较大的振幅比和波数条件下 获得收敛的解,并且与已有结果吻合良好,打破了传 统方法研究蠕动流时对波幅和波长大小的约束。

参考文献

- Barton C, Raynor S. Peristaltic flow in tubes[J]. Bulletin of Mathematical Biology, 1968, 30(4): 663-680.
- [2] Blake J R, Vann P G, Winet H. A model of ovum transport[J]. Journal of Theoretical Biology, 1983, 102(102): 145-166.
- [3] Eytan O, Elad D. Analysis of intra-uterine fluid motion induced by uterine contractions [J]. Bulletin of Mathematical Biology, 1999, 61(2): 221-238.
- [4] Taber L A, Zhang J, Perucchio R. Computational model for the transition from peristaltic to pulsatile flow in the embryonic heart tube[J]. Journal of Biomechanical Engineering, 2007, 129(3): 441-449.
- [5] Fung Y C, Yih C S. Peristaltic transport[J]. Journal of Applied Mechanics, 1967, 35(4): 669-675.
- [6] Jaffrin M Y, Shapiro A H. Peristaltic pumping[J]. Fluid Mechanics, 1971, 3(3): 13-37.
- [7] Hanin M. The flow through a channel due to transversally oscillating walls (mean flow rate calculated for flow in two dimensional channel generated by transverse deflection oscillations along walls) [J]. Israel Journal of Technology, 1968, 6: 67-71.
- [8] Weinberg S L, Eckstein E C, Shapiro A H. An experimental study of peristaltic pumping [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1971, 49(3): 461-479.
- [9] Haroun M H. Effect of wall compliance on peristaltic transport of a Newtonian fluid in an asymmetric chan-

nel[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2006, 2006(3): 39-62.

- [10] Srinivas S, Pushparaj V. Non-linear peristaltic transport in an inclined asymmetric channel[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2008, 13(9): 1782-1795.
- [11] Tong P, Vawter D. An analysis of peristaltic pumping
 [J]. Journal of Applied Mechanics, 1972, 39(4): 857-862.
- [12] Brown T D, Hung T K. Computational and experimental investigations of two-dimensional nonlinear peristaltic flows [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1977, 83(2): 249-272.
- [13] Takabatake S, Ayukawa K, Okura M. Numerical analysis of two-dimensional peristaltic flows (3rd report, pumping characteristics of peristaltic transport)
 [J]. Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu B Hen/transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Part B, 1985, 51(467): 2365-2372.
- [14] Peskin C S. Flow patterns around heart valves: a numerical method[J]. Journal of Computational Physics, 1972, 10(2): 252-271.
- [15] Navidbakhsh M, Rezazadeh M. An immersed boundary-lattice Boltzmann model for simulation of malariainfected red blood cell in micro-channel[J]. Scientia Iranica, 2012,19(5):1329-1336.
- [16] Wang N T, Fogelson A L. Computational methods for continuum models of platelet aggregation[J]. Journal of Computational Physics, 1999,151(2):649-675.
- [17] Fauci L J, Mcdonald A. Sperm motility in the presence of boundaries[J]. Bulletin of Mathematical Biology, 1995,57(5):679-699.
- [18] Vahidkhah K, Abdollahi V. Numerical simulation of a flexible fiber deformation in a viscous flow by the immersed boundary-lattice Boltzmann method[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012,17(3):1475-1484.
- [19] Miller L A, Peskin C S. When vortices stick: an aerodynamic transition in tiny insect flight[J]. Journal of Experimental Biology, 2004,207(17):3073-3088.
- [20] Chen Shiyi, Doolen G D. Lattice Boltzmann method for fluid flows[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1998,30(1):329-364.
- [21] Grunau D, Chen Shiyi, Eggert K. A lattice Boltzmann model for multiphase fluid flows[J]. Physics of Fluids A, 1993,5(10):2557-2562.
- [22] Fallah K, Khayat M, Borghei M H, et al. Multiple-

relaxation-time lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past a rotating circular cylinder[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2012 (177-178):1-14.

- [23] Lim C Y, Shu Chang, Niu Xiaodong, et al. Application of lattice Boltzmann method to simulate microchannel flows [J]. Physics of Fluids, 2002, 14 (7): 2299-2308.
- [24] Pan Chongxun, Luo Lishi, Miller C T. An evaluation of lattice Boltzmann schemes for porous medium flow simulation[J]. Computers & Fluids, 2006, 35(8): 898-909.
- [25] 郭亚丽,徐鹤函,沈胜强,等.利用格子 Boltzmann 方 法模拟矩形腔内纳米流体 Raleigh-Benard 对流[J].物 理学报,2013,62(14):1691-1702.

Guo Yali, Xu Hehan, Shen Shengqiang, et al. Nanofluid Raleigh-Benard convection in rectangular cavity: simulation with lattice Boltzmann method[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(14):1691-1702. (in Chinese)

- [26] Fauci L J. Peristaltic pumping of solid particles[J]. Computers & Fluids, 1992, 21(4): 583-598.
- [27] Chrispell J, Fauci L. Peristaltic pumping of solid particles immersed in a viscoelastic fluid[J]. Mathematical Modelling of Natural Phenomena, 2010, 20(5): 67-83.
- [28] Connington K, Kang Qinjun, Viswanathan H, et al. Peristaltic particle transport using the lattice Boltzmann method[J]. Physics of Fluids, 2009, 21(5): 711-715.
- [29] Waldrop L, Miller L. Large-amplitude, short-wave peristalsis and its implications for transport[J]. Biomechanics and Modeling in Mechanobiology, 2016, 15 (3): 629-642.

- [30] Liu Feifei, Ren Xiaofei, Wei Shoushui, et al. Bio-inspired micro pump model based on the movement pattern of sperm[J]. International Journal of Hybrid Information Technology, 2016, 9(11): 323-336.
- [31] Guo Zhaoli, Shi Baochang, Wang Nengchao. Lattice BGK model for incompressible navier - stokes equation[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 165 (1): 288-306.
- [32] Zhang Junfeng, Johnson P C, Popel A S. Effects of erythrocyte deformability and aggregation on the cell free layer and apparent viscosity of microscopic blood flows[J]. Microvascular Research, 2009, 77(3): 265-272.
- [33] Zinner G, Geister B. An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method[J]. Physics of Fluids, 2007, 14(14): 2007-2010.
- [34] Chen Shiyi, Martínez D, Mei R. On boundary conditions in lattice Boltzmann methods[J]. Physics of Fluids, 1998, 8(9): 2527-2536.
- [35] Yong K S, Kang J, Kang S. Assessment of algorithms for the no-slip boundary condition in the lattice Boltzmann equation of BGK model[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2008, 58 (12): 1353-1378.



第一作者简介:任晓飞,男,1989年1月 生,博士生。主要研究方向为微流体的 驱动与控制。

E-mail:renxiaofei891215@163.com

通信作者简介:魏守水,男,1965年11 月生,教授、博士生导师。主要研究方向 为微流体驱动与控制。 E-mail:sswei@sdu.edu.cn