Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2018.04.009

# 基于非线性动响应的夹持松动特性研究

陆 飞1, 曹芝腑1, 姜 东2,3, 何顶顶1, 费庆国3

(1. 东南大学工程力学系 南京,210096) (2. 南京林业大学机械电子工程学院 南京,210037)(3. 东南大学机械工程学院 南京,211189)

**摘要** 根据夹持结构存在的局部非线性特点,研究基于非线性动响应的夹持松动识别方法。利用悬臂梁结构在夹 持边界条件下自由振动的非线性动响应理论解,将结构非线性响应的二次谐波振幅与基频振幅响应的比例系数 *r* 作为松动判别特征量,研究夹持结构的松动特性规律。以夹持悬臂梁结构为研究对象,建立接触有限元模型来计 算夹持结构的非线性动响应;同时开展了试验研究,通过不同夹持力下结构振动响应特性来验证该方法的有效性。 仿真和试验结果表明,随着夹持力的增加,结构非线性动响应信号的二次谐波振幅呈下降趋势,振幅比值 *r* 呈幂指 数下降。二次谐波振幅与基频振幅的比值 *r* 可以作为表征结构松动状态的判据。

关键词 松动识别;非线性动响应;接触;二次谐波 中图分类号 TH131.9;O327

## 引 言

连接失效是工程结构承载性能降低的主要原因 之一,尤其是重要连接部位的松动失效会造成严重 后果。有效探测连接结构的连接状态,提供准确的 诊断信息,对于系统的安全可靠运行意义重大<sup>[1]</sup>。

由于连接状态影响结构的力学响应特性,目前 连接松动检测技术通常基于测量声弹性效应、结构 阻抗效应以及结构动响应等实现。基于声弹性效 应<sup>[2-4]</sup>的方法,利用受夹持结构的声弹性特性会随夹 紧力的变化而发生改变这一现象来检测结构的夹紧 力。其优点是声发射信号的频率响应范围一般较 宽,包含的信息量较大且易于识别,参数稳定性较 好,可有效地对连接结构的状态进行辨识。缺点是 对信号采集设备的采样频率要求很高,不但设备昂 贵且高频信号易受噪声的干扰<sup>[5]</sup>。基于压电传感器 的方法[6-8] 是通过检测紧贴在结构上的压电陶瓷片 的电阻抗(或导纳)来反映结构阻抗的变化,从而实 现对基体结构上连接部位松动状态的识别。压电元 件具有成本低廉、激励电压低和对复杂结构适应性 强等优点,该方法的缺点类似于声弹性效应方法,利 用的也是高频信号,此外传感器与被测结构连接的 可靠性和耐久性问题也需要解决。文献[9-10]基于 结构动响应信号分析的方法,利用结构非线性动态 响应信号,基于非线性动力学理论方法提取描述结 构松动状态的特征参数,建立结构松动状态与非线 性特征参量之间的关系,进行状态监测和辨识。

Hess 等<sup>[11]</sup>通过研究单螺栓连接件在轴向正弦 激励作用下的响应,分析振动量级、振动频率以及预 紧力对螺栓松动状态的影响。董广明等[12]分析了 导弹支撑座连接螺栓在不同预紧力时结构稳态响应 的功率谱特征差异,提出谱矩因子的降低可作为松 动故障的判别特征。陈学前等[13] 对螺栓连接结构 进行不同基础激励下的正弦扫频试验,分析得到了 螺栓连接结构的共振频率和阻尼比,发现其随着激 励量级的不同呈现出较明显的非线性特性,并将阻 尼系数和刚度系数表示成相对位移的二次多项式, 求解结果表明,使用此法建立的非线性方程能较好 描述螺栓连接的振动特性。赵登峰等[14]建立了高 度简化的螺栓连接动力学模型,通过数值仿真和试 验相结合的方法,研究了振动环境中螺栓连接松动 过程的动力学响应特性,提出将谐波失真度作为螺 栓连接失效的预警指标。

夹持结构局部接触可导致结构即使在自由振动 下也表现出非线性。这种局部非线性的存在,使结 构动响应信号中包含二次或更高阶次的谐波<sup>[15-18]</sup>。

笔者研究基于结构非线性自由振动响应的夹持

<sup>\*</sup> 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-11-0086);国家自然科学基金资助项目(11572086,11602112) 收稿日期:2016-10-15;修回日期:2017-02-14

(3)

松动判别方法,求解考虑接触的有限元动力学方程, 并采用结构动响应二次谐波与基频振幅的比值作为 结构松动的判据。采用有限元方法求解了考虑接触 的有限元模型在不同夹持力下的非线性动响应,通 过试验验证了该方法的有效性。

### 1 夹持松动特征量

如图 1 为均质等截面悬臂梁,梁表面与夹持块 表面并非完全光滑,其接触区域存在非线性接触力。 根据力学关系等效,可简化为如图 2 所示的含非线



Fig. 1 Clamped cantilever beam





Fig. 2 Schematic diagram of the equivalent contact beam model

性弹性支承的力学模型。其系统动力学方程<sup>[19]</sup>为  $\frac{\partial^2 w^{(0)}(x,t)}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho S} \frac{\partial^4 w^{(0)}(x,t)}{\partial x^4} - \frac{1}{\rho S} f_{nl} \delta(x,l) = 0$ (1)

其中:w 为悬臂梁挠度,令 w 为线性项  $w^{(0)}$  和非线 性项  $w^{(1)}$ 的叠加,即  $w(x,t) = w^{(0)}(x,t) + w^{(1)}(x,t)$ ;E 为弹性模量;I 为梁的截面惯性矩; $\rho$  为密度;S 为截面积; $\delta(x,l)$ 为狄拉克函数。

针对匀质等截面梁,ρS为常数,则式(1)可简 化<sup>[20]</sup>为

$$\frac{\partial^2 w^{(0)}(x,t)}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho S} \frac{\partial^4 w^{(0)}(x,t)}{\partial x^4} = F_{\rm NL} \quad (2)$$

其中: $F_{NL}$ 为在夹持区域  $x = l \ t \ t$  时刻的等效非线 性回复力<sup>[21]</sup>。

$$F_{\rm NL} = \begin{cases} 0 & (x \in (0,l)) \\ -k_1 w(x,t) + k_2 w^2(x,t) & (x=l) \end{cases}$$

其中: $k_1$ 和 $k_2$ 为与夹持区域法向载荷 P相关的名义刚度系数, $k_1 = f(P), k_2 = g(P)$ 。

边界条件及初始条件分别为

$$\begin{cases} w''(L,t) = 0\\ w'''(L,t) = 0\\ w(0,t) = 0\\ w'(0,t) = 0\\ \dot{w}(x,0) = 0\\ w(L,0) = w_0 \end{cases}$$
(4)

式(2)的解为线性项  $w^{(0)}(x,t) = W^{(0)}(x)T^{(0)}(t)$ 和非线性项  $w^{(1)}(x,t) = W^{(1)}(x)T^{(1)}(t)$ 的和。根据 边界及初始条件,利用分离变量法求解式(2)  $w(x,t) = W^{(0)}(x)T^{(0)}(t) + W^{(1)}(x)T^{(1)}(t) =$ 

$$W^{(0)}(x) \left(e^{-\zeta \omega t} \left(\zeta \sin(\omega t) + \cos(\omega t)\right)\right) +$$

$$W^{(1)}(x) \begin{pmatrix} -\frac{-k_1 W(\partial l) e^{-\zeta \omega l} (\zeta \sin(\omega l) + \cos(\omega l))}{m [(2\zeta \omega)^2]^{\frac{1}{2}}} + \\ \frac{k_2 W^2(\partial l) e^{-2\zeta \omega l} (\zeta \sin(\omega l) + \cos(\omega l))^2}{m [(\omega_n^2 - (2\omega)^2)^2 + (2\zeta 2\omega)^2]} \end{pmatrix}$$
(5)

由频率响应试验分析可知,结构自由振动能量 中,二阶模态及高阶模态的贡献极小,可忽略,只把 结构第1阶模态 W(x)代入计算,不会产生较大的 误差。对于同一结构,由于线性解和非线性解有相 同的边界条件,因此对应的空间模态 W<sup>(0)</sup>(x)和 W<sup>(1)</sup>(x)一致为W(x)。其中:δl 为力作用在模态 W

上的距离;  $\zeta$ 为阻尼比,  $\zeta = \frac{\omega}{2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ 。

对式(5)进行傅里叶变换,得到结构频域下的振 幅表达为

$$A(x,\omega) = A_0(x,\omega) + A_P(x,\omega)$$
(6)  

$$A_0(x,\omega) = F[W(x) T^{(0)}(t)] = F[W(x) (e^{-\zeta\omega t} (\zeta \sin(\omega t) + \cos(\omega t)))]$$
(7)

$$A_{P}(x,\omega) = F[W(x) T^{(1)}(t)] =$$

$$F\left[W(x) \begin{bmatrix} -\frac{-k_{1}W(\partial t) e^{-\zeta \omega t} (\zeta \sin(\omega t) + \cos(\omega t))}{m[(2\zeta \omega)^{2}]^{\frac{1}{2}}} \\ +\frac{k_{2}W^{2}(\partial t) e^{-2\zeta \omega t} (\zeta \sin(\omega t) + \cos(\omega t))^{2}}{m[(\omega_{n}^{2} - (2\omega)^{2})^{2} + (2\zeta 2\omega)^{2}]} \end{bmatrix}\right] =$$

$$A_{P1} + A_{P2}$$
(8)

其中:A<sub>0</sub>表示线性部分解;A<sub>P</sub>表示非线性部分解; A<sub>P1</sub>为非线性部分解中基频对应振幅;A<sub>P2</sub>为二次谐 波对应振幅。 由于非线性接触力 F<sub>NL</sub> 为夹持力 P 的函数,当 夹持力发生变化时,分析式(7)和式(8)可以看出,基 频振幅和二次振幅也会发生改变。定义不同松动状 态下的特征指标 r(P)为

$$r(P) = \frac{A_2(P, 2\omega_1)}{A_1(P, \omega_1)}$$
(9)

其中: $A_2 = A_{P2}$ ,为二次谐波对应振幅; $A_1 = A_0 + A_{P1}$ ,为基频对应振幅。

## 2 考虑接触的有限元动力学分析

因为接触界面的区域、形状以及状态无法预知,接 触过程严格依赖时间历程,且伴随着材料非线性和几 何非线性的演化,故通常采用增量方法求解接触问题。

基于罚函数法的有限元方程,非线性接触动力 学问题采用更新的拉格朗日格式<sup>[22]</sup>可表示为

$$\boldsymbol{M}^{t+\Delta t} \ddot{\boldsymbol{u}} + \left( {}_{t}^{t} \boldsymbol{K}_{L} + {}_{t}^{t} \boldsymbol{K}_{NL} + \boldsymbol{K}_{\alpha} \right) \boldsymbol{u} =$$

$${}^{t+\Delta t} \boldsymbol{O}_{L} + {}^{t+\Delta t} \widetilde{\boldsymbol{O}}_{z} - {}^{t} \boldsymbol{F} \qquad (10)$$

其中:M为结构质量矩阵; $K_L$ 为t时刻位移引起的 线性刚度; $K_{NL}$ 为t时刻位移引起的非线性刚度; $K_{\alpha}$ 为接触点对跟摩擦相关的刚度参数;<sup>t+ $\omega$ </sup> $Q_L$ 为结点 载荷向量;<sup>t+ $\omega$ </sup> $\tilde{Q}_c$ 为接触点对的等效结点接触力;F为t时刻接触面接触力。

$$K_{\alpha} =$$

$$\alpha \left[ \mathbf{N}_{c}^{\mathrm{T}} \left( -\mu \frac{\mu_{1}}{\mu_{T}}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{1} - \mu \frac{\mu_{2}}{\mu_{T}}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{2} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{3} \right) \left( {}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{3}^{\mathrm{T}} \mathbf{N}_{c} \right) \right]$$
$${}^{t+\Delta} \tilde{\mathbf{Q}_{c}} = \alpha \left[ \mathbf{N}_{c}^{\mathrm{T}} \left( \mu \frac{\mu_{1}}{\mu_{T}}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{1} + \mu \frac{\mu_{2}}{\mu_{T}}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{2} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{e}_{3} \right) {}^{t} \mathbf{g}_{N}^{\mathrm{T}} \right]$$
(11)

采用八节点六面体单元,自然坐标系 ξ,η,ζ下, 其形函数可表示为

$$N_{i} = \frac{1}{8} (1 + \xi_{i}\xi) (1 + \eta_{i}\eta) (1 + \zeta_{i}\zeta)$$
$$(i = 1, 2, \cdots, 8)$$
(12)

$$\begin{cases}
\boldsymbol{M} = \sum_{e} \boldsymbol{m}^{e} \\
\boldsymbol{m}^{e} = \int_{V_{e}} \rho \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{N} \mathrm{d} V \\
\boldsymbol{K}_{L} = \sum_{e} \boldsymbol{k}^{e} \\
\boldsymbol{k}^{e} = \int_{V_{e}} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B} \mathrm{d} V
\end{cases}$$
(13)

其中:B为应变矩阵;D为弹性矩阵。

采用 Newmark 法求解非线性接触动力学问题,式(10)可表示为

$$\left[\frac{1}{\alpha\Delta t^2}\boldsymbol{M} + \frac{t+\Delta t}{t+\Delta t}\boldsymbol{K}_{L}^{(D)} + \frac{t+\Delta t}{t+\Delta t}\boldsymbol{K}_{NL}^{(D)} + \boldsymbol{K}_{\alpha}^{(D)}\right]\Delta \boldsymbol{u}^{(D)} =$$

$$t^{t+\Delta t} \boldsymbol{Q}_{L} + t^{t+\Delta t} \widetilde{\boldsymbol{Q}}_{c}^{(L)} - t^{t+\Delta t}_{t+\Delta t} \boldsymbol{F}^{(L)} - \boldsymbol{M}^{t+\Delta t} \ddot{\boldsymbol{u}}^{(L)}$$
 (14)  
其中

 ${}^{t+\Delta i} \ddot{\boldsymbol{u}}^{(l)} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} ({}^{t+\Delta i} \boldsymbol{u}^{(l)} - {}^{t} \boldsymbol{u}) - \frac{1}{\alpha \Delta t} {}^{t} \dot{\boldsymbol{u}} - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)^{t} \ddot{\boldsymbol{u}};$   ${}^{t+\Delta i} \boldsymbol{u}^{(l+1)} = {}^{t+\Delta i} \boldsymbol{u}^{(l)} + \Delta \boldsymbol{u}^{(l)}; l = 0, 1, 2, \cdots; \text{ I};$   $\bar{\boldsymbol{h}}^{t+\Delta i} \boldsymbol{u}^{(0)} = {}^{t} \boldsymbol{u}, {}^{t+\Delta i}_{t+\Delta i} \boldsymbol{F}(0) = {}^{t}_{i} \boldsymbol{F} \text{ o};$ 

利用式(14)即可迭代求解接触动力学问题。

### 3 算 例

以均质铝合金梁为研究对象,为了保证试验件 受均匀夹持力,故选用两个钢质控制块,几何模型如 图 3 所示。表 1 为试验件及控制块的材料属性。夹 持结构有限元模型如图 4 所示。



图 3 试验件及控制块几何模型示意图(单位:mm) Fig. 3 Schematic diagram of the geometric model of the test sample and the control blocks(unit:mm)



图 4 夹持结构有限元模型



表 1 试验件及控制块的材料属性

# Tab. 1 Material properties of the test sample and the control blocks

试件	弹性模量/GP <sub>a</sub>	泊松比	密度/ (kg•m <sup>-3</sup> )
铝质试验件	70	0.33	2.7 $\times 10^{3}$
钢质控制块	210	0.3	7.8 $\times 10^{3}$

#### 3.1 结构建模

由于接触计算过程中存在强非线性,为了建立 准确且适合动力学分析的计算模型,提出以下建模 方案。  1)使用八节点六面体实体单元建立结构有限 元模型,如图4所示;

 定义上下控制块与试验件接触单元为可变 形体,定义接触对1,2,摩擦类型为库伦摩擦,摩擦
 因数为0.17;

3)约束下控制块底部平动和转动6个自由度, 将不同的夹持力换算成均匀面压施加在上控制块顶 部,夹持力范围为100~1000N,步长为100N。在 自由端给定初始位移为10mm,分别计算模型在不 同夹持力下的非线性加速度响应。

#### 3.2 试验研究

为了对比仿真结果,笔者利用 INSTRON3367 材料试验机(荷载测量精度为示值的±0.5%)完成 夹持结构在不同夹持力下的自由振动试验。试验装 置和示意图如图 5 和图 6 所示。材料试验机用来提 供不同的夹持力。铝合金试验件被夹持在两个钢质 控制块间,控制块与试验机上下压头粘结在一起。 为了更好地测量非线性信号,将加速度传感器(型号 为 CA-YD-107,灵敏度为 6.05pC/(m•s<sup>-2</sup>))安装 在距离非线性源更近的 A 点(传感器中心距离接触 处 25mm)。

为了控制梁自由振动初始位移激励一致,在试 验件自由端附近布置铅垂线,并在线上标记平衡点



1,2为上下压头; 3,4为上下控制块; 5为试验件; 6为铅垂线; 7为压电式加速度传感器

图 5 试验装置







B和起振点C。试验步骤如下:

 1)试验前将加速度传感器固定在距离试验件 与控制块接触面 25mm 处的 A 点,并将两个钢质控 制块分别粘结在试验机上下压头上;

 2)将试验件置于两个控制块之间,启动试验机 并在控制块与试验件未接触时载荷调零,调节试验 机,提供100N夹持力;

3)将试验件自由端沿着铅垂线从平衡点 B 点向下拉至起振点 C 点,提供结构自由振动的初始位移。在 C 点释放初始位移,让试验件自由振动,采集并存储结构自由衰减振动的加速度时间信号;

4)继续调节试验机,以100N为步长分别提供 100~1000N夹持力,重复上述步骤直至测量完毕;

5) 对采集到的加速度时间信号进行频谱分析, 得到信号的基频和二次谐波的频率值和幅值。

#### 3.3 结果与分析

3.3.1 夹持力对结构固有特性的影响

为了研究夹持力对结构固有特性的影响,对考 虑接触的有限元模型进行动响应分析,并对得到的 加速度信号进行频谱分析,得到不同夹持力下的仿 真固有频率。通过测量其振动响应,得到该结构在 不同夹持力下的试验模态频率。从图 7 所示的试验 模态频率可以看出,随着夹持力的增大,结构基频也 随之增大。表 2 为不同夹持力下试验和仿真基频 值。可以看出,最大误差-6.75%出现在结构松弛 状态,随着夹持力的增加,结构固有频率计算误差逐 步得到降低,并最终稳定在 2%以内。对比界面粘 合状态的结构基频值发现,考虑接触的仿真和试验 模型基频均偏小,因为界面黏合状态可以考虑为连 接刚度无穷大,即基频值较大。因此可以认为,考虑 接触的有限元模型能够较为准确地模拟该非线性特 征,具有较好的计算精度。



Tab. 2 Fundamental frequency error on experiment and simulation with different clamping force

夹持力/ N	试验基频值/ Hz	仿真基频值/ Hz	相对误差/%
100	38.96	36.33	-6.75
200	39.55	37.5	-5.18
300	39.84	38.67	-2.94
400	39.84	39.84	0.00
500	40.14	39.84	-0.75
600	40.43	40.43	0.00
700	40.72	40.43	-0.71
800	40.72	40.43	-0.71
900	41.02	40.43	-1.44
1 000	41.02	40.43	-1.44
界面黏合		42.67	

#### 3.3.2 二次谐波效应

对仿真和试验得到的非线性动响应信号进行频 谱分析,并对信号的二次谐波振幅与夹持力作曲线 拟合,图 8 和图 9 分别为仿真信号和试验信号的二 次谐波振幅和夹持力的关系图。可以看出,二次谐 波的振幅随着夹持力的增加呈下降趋势,意味着随











着夹持力的增加,结构连接刚度变大,接触非线性的 影响减小,结构更加趋近线性。另外,计算了界面黏 合状态下结构的动响应信号。分析结果表明,信号 只存在基频部分,二次谐波振幅为零,因此可以推断 随着夹持力的增大,直到夹持力足够大时,结构连接 近似界面黏合,可近似为线性连接。

#### 3.3.3 夹持松动判别

对仿真和试验得到的加速度响应信号的二次谐 波和基频振幅的比值与夹持力作曲线拟合,图 10 和 图 11 分别为仿真信号和试验信号的二次谐波和基 频振幅的比值和夹持力的关系图。可以发现,二次 谐波与基频振幅的比值随着夹持力的增加而降低, 且两者近似满足幂指数函数关系,因此可以使用此 振幅比值 r(P)作为结构松动状态的判据。当r(P) 小于某个特定的小值时,认为结构已经处于夹紧状 态,反之结构处于松动状态。另外,振幅比值 r(P) 在夹持力为 800~1 000N 时基本稳定在一个较小的 值附近,这表明结构非线性行为已经较小,结构接触 连接面基本达到最大刚度,近似界面黏结状态。

利用这条幂指数曲线,通过加速度传感器测量





Fig. 10 The ratio of second harmonic and fundamental frequency amplitude versus clamp force of simulation



- 图 11 二次谐波与基频振幅比值-夹持力试验关系图
- Fig. 11 The ratio of second harmonic and fundamental frequency amplitude versus clamp force of experiment

二次谐波与基频的振幅比值,然后使用幂指数函数 关系式反向计算得到夹持力 P。这样可以得到为了 保证结构处于夹紧状态时需要多大的夹持力,有效 评估结构的夹紧或松动情况。

## 4 结束语

针对夹持边界的悬臂结构,求解了悬臂结构在 夹持边界条件下自由振动的非线性动响应理论解。 建立了考虑接触的夹持结构有限元分析模型并采用 接触算法进行计算,完成了不同夹持力下的结构振 动试验。

随着夹持力的增加,结构基频增大且试验结构 基频与仿真结构基频的相对误差也减小。同时,结 构非线性动响应信号的二次谐波振幅呈下降趋势。 可见,结构受到夹持力越大,结构松动特性越不显 著,非线性越弱。振幅比值r呈幂指数下降,可将二 次谐波振幅与基频振幅的比值r作为表征结构松动 状态的特征量。

对于一个待评估松动状态的结构,通过测量非 线性动响应信号求解二次谐波与基频的振幅比值r。 根据已知的幂指数函数关系式反向求得夹持力 P, 得到为了保证结构处于夹紧状态时所需的夹持力, 综合评估结构的夹紧或松动状态。

#### 参考文献

- [1] 曾国英,赵登峰. 螺纹连接状态识别的现状与发展
  [J]. 噪声与振动控制, 2009, 29(2): 9-11.
  Zeng Guoying, Zhao Dengfeng. Current status and development of condition identification of screw-connected joints [J]. Noise and Vibration Control, 2009, 29 (2): 9-11. (in Chinese)
- [2] Yasui H, Kawashima K. Acoustoelastic measurement of bolt axial load with velocity ratio method [C]//Proceedings World Conference on Non-destructive Testing. Rome: AIPnD, 2000: 16-21.
- [3] Chaki S, Corneloup G, Lillamand I, et al. Combination of longitudinal and transverse ultrasonic waves for in situ control of the tightening of bolts [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2007,129(3): 383-390.
- [4] Doyle D, Zagrai A, Arritt B, et al. Damage detection in bolted space structures [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2010, 21(3): 251-264.
- [5] 缑百勇,陆秋海,王波,等.利用固有频率异常值分

析法检测螺栓拧紧力[J]. 振动与冲击, 2015, 34 (23): 77-82.

Gou Baiyong, Lu Qiuhai, Wang Bo, et al. Bolt tightening force detection using outlier analysis of structural natural frequencies [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(23): 77-82. (in Chinese)

- [6] 王丹生,朱宏平,鲁晶晶,等. 基于压电导纳的钢框架螺栓松动检测试验研究[J]. 振动与冲击,2007,26 (10):157-160.
  Wang Dansheng, Zhu Hongping, Lu Jingjing, et al. Experimental study of steel frame bolt loosening detection based on piezoelectric admittance [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26 (10):157-160. (in Chinese)
- [7] 高峰,李以农.用于结构健康诊断的压电阻抗技术
  [J].振动工程学报,2000,13(1):94-99.
  Gao Feng, Li Yinong. Research on piezoelectric impedance technology for structural health monitoring
  [J]. Journal of Vibration Engineering, 2000, 13(1):94-99. (in Chinese)
- [8] 王涛,杨志武,邵俊华,等.基于压电阻抗技术的螺 栓松动检测试验研究[J].传感技术学报,2014,27 (10):1321-1325.
   Wang Tao, Yang Zhiwu, Shao Junhua, et al. Re-

search on bolt loosen detection based on piezoelectric impedance technology [J]. Journal of Sensing Technology, 2014, 27(10): 1321-1325. (in Chinese)

[9] 董广明,陈进,雷宣扬,等.基于小波包-神经网络方法的支撑座连接螺栓松动损伤诊断的试验研究[J]. 机械科学与技术,2006,25(1):102-106.

Dong Guangming, Chen Jin, Lei Xuanyang, et al. Experimental study on diagnosing the attachment bolt looseness in a clamping support based on wavelet packet transformation and neural network [J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(1): 102-106. (in Chinese)

- [10] Pai P F, Palazotto A N. HHT-based nonlinear signal processing method for parametric and non-parametric identification of dynamical systems [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2008, 50(12): 1619-1635.
- [11] Hess D P, Sudhirkashyap S V. Dynamic loosening and tightening of a single-bolt assembly [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1997, 119(3): 311-316.
- [12] 董广明,陈进,雷宣扬,等.导弹支撑座连接螺栓松 动故障诊断的试验研究[J].振动、测试与诊断,2005, 25(3):174-178.

Dong Guangming, Chen Jin, Lei Xuanyang, et al.

Study on diagnosing attachment bolt looseness in missile clamping support [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(3): 174-178. (in Chinese)

- [13] 陈学前,杜强,冯加权. 螺栓连接非线性振动特性研究[J]. 振动与冲击,2009,28(7):196-198.
  Chen Xueqian, Du Qiang, Feng Jiaquan. Nonlinear vibrational characteristic of bolt-joints [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(7): 196-198. (in Chinese)
- [14] 赵登峰,曾国英. 振动环境中螺纹联结松动过程的研究[J]. 振动与冲击,2010,29(10):175-178.
  Zhao Dengfeng, Zeng Guoying. Unintentional unscrewing of screw joints under vibration condition [J].
  Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(10):175-178. (in Chinese)
- [15] Kawashima K, Nawa K, Hattori Y. Detection of higher harmonics with large amplitude ultrasonics[C] // Proceedings of 6th Symposium Ultrasonic Testing. Tokyo: Japan Society of Non-Destructive Testing, 1999: 44-45.
- [16] Zumpano G, Meo M. A new nonlinear elastic time reversal acoustic method for the identification and localisation of stress corrosion cracking in welded plate-like structures-a simulation study[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(11): 3666-3684.
- [17] Thompson R B, Buck O, Thompson D O. Higher harmonics of finite amplitude ultrasonic waves in solids
  [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1976, 59(5): 1087-1094.

- [18] Biwa S, Nakajima S, Ohno N. On the acoustic nonlinearity of solid-solid contact with pressure-dependent interface stiffness[J]. Journal of Applied Mechanics, 2004, 71(4): 508-515.
- [19] Majkut L. Eigenvalue based inverse model of beam for structural modification and diagnostics: theoretical formulation[J]. Latin American Journal of Solids and Structures, 2010, 7(4): 423-436.
- [20] Amerini F, Barbieri E, Meo M, et al. Detecting loosening/tightening of clamped structures using nonlinear vibration techniques [J]. Smart Materials and Structures, 2010, 19(8): 085013.
- [21] Drinkwater B W, Dwyer-Joyce R S, Cawley P. A study of interaction between ultrasound and a partially contacting solid-solid interface [J]. Proceedings of Royal Society of London A: Mathematical Physical and Engineering Sciences, 1996, 452(1955); 2613-2628.
- [22] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京:清华大学出版社, 2003:683-685.



第一作者简介:陆飞,男,1991年8月 生,硕士生。主要研究方向为连接结构 动力学建模及分析,信号处理等。 E-mail:feilu@seu.edu.cn

通信作者简介:费庆国,男,1977年1 月生,教授、博士生导师。主要研究方 向为结构有限元模型修正、结构动态测 试与模态分析。 E-mail:qgfei@seu.edu.cn