

基于 PPTSVD 的桥梁移动荷载识别^{*}

陈震^{1,2}, 魏文杰¹, 余岭², 邵文达¹

(1. 华北水利水电大学土木与交通学院 郑州, 450045)

(2. 暨南大学重大工程灾害与控制教育部重点实验室 广州, 510632)

摘要 为了改进时域法(time domain method, 简称 TDM)识别桥面移动荷载时存在的识别精度受测量噪声、响应类型及数量影响较大等缺陷,在截断奇异值分解(truncated singular value decomposition, 简称 TSVD)的基础上,提出了基于分段多项式截断奇异值分解(piecewise polynomial truncated singular value decomposition, 简称 PPTSVD)识别桥梁移动荷载。采用简化欧拉梁模型,由反演车辆荷载作用下桥梁的弯矩响应和加速度响应识别桥面移动荷载,得到了不同噪声水平下 TDM, TSVD 与 PPTSVD 的识别结果。研究表明,与采用奇异值分解(singular value decomposition, 简称 SVD)进行常规降噪的 TDM 相比,采用 TSVD 识别移动荷载在识别精度和抗噪性能方面均有一定提高,且由 TSVD 改进的 PPTSVD 识别方法较前两种方法具有更加明显的优势;PPTSVD 识别精度高、识别结果受响应类型及响应组合影响较小且具有良好的鲁棒性,更适用于桥梁移动荷载的现场识别。

关键词 移动荷载识别;识别精度;时域法;截断奇异值分解;分段多项式截断奇异值分解

中图分类号 U441.2;TH113.1

引言

桥梁是铁路、公路等跨越江河、峡谷的重要连接,也是道路交通的咽喉。桥梁的安全性和可靠性对社会经济的发展有深远影响。随着我国经济建设的迅猛发展,车流量急剧增大,桥梁结构在使用过程中深受移动荷载侵扰,且高速、超载的车辆移动荷载对其破坏严重,严重影响桥梁的安全性能。在桥梁工程中,移动荷载识别与健康监测、桥梁振动及受损桥梁的工作性能研究^[1]等密切相关。

移动荷载识别问题的研究最早始于 19 世纪初期,此后许多学者开始关注并提出了多种识别方法。Luo 等^[2]提出了采用 TDM 识别桥梁移动荷载,并对结构动力学逆问题采用 SVD 求解。卜建清等^[3]比较了板梁桥振动响应求解方法。王蕾等^[4]采用拟合函数逼近法识别移动荷载。Xu 等^[5]应用虚功原理提出了拟合动态荷载的移动最小二乘法。Qiao 等^[6]基于三次 B 样条扩展函数提出了精确度高且能克服不适定问题的移动荷载识别方法。Chen 等^[7]采用计算机视觉技术模拟桥面荷载的时空分布。Talukdar 等^[8]采用粒子滤波法识别车辆荷载

参数。

虽然 TDM 采用 SVD 分解进行降噪处理,是一种较为有效的移动荷载识别方法,但仍存在识别精度较低、抗噪性差和采用弯矩响应识别结果不可接受等缺点。陈震等^[9]在 TDM 的基础上提出截断广义奇异值分解法,对移动荷载识别精度有一定程度的提高。笔者提出的 PPTSVD 是一种以 TSVD 为基础的正规化方法。数值仿真结果表明,与 TDM 和 TSVD 相比,基于 PPTSVD 识别桥梁移动荷载的识别精度更高、识别结果受响应类型及响应组合影响更小,具有良好的鲁棒性,更适用于桥梁移动荷载的现场识别。

1 基本理论

1.1 移动荷载识别理论

以简化欧拉梁模型为例,假定桥梁全长为 L ,单位长度质量为 ρ ,取桥梁阻尼为黏性阻尼 C ,抗弯刚度为 EI 。如图 1 所示,车辆模型简化为移动荷载,车辆重量为 P ,车速为 c ,车辆从梁左端向右端匀速

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51678278);河南省教育厅科学技术研究重点项目(17A560006);华北水利水电大学青年科技创新人才资助项目(70473)

收稿日期:2016-10-19;修回日期:2017-04-19

行驶,车桥模型模态坐标方程可表示为

$$\ddot{q}_n(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t) = \frac{2}{\rho L}P_n(t) \quad (n=1,2,\dots,\infty) \quad (1)$$

其中: $\xi_n = \frac{C}{2\rho\omega_n}$ 为梁的第 n 阶阻尼比; $\omega_n^2 = \frac{n^4\pi^4}{L^4} \frac{EI}{\rho}$

为梁的第 n 阶模态频率; $P_n(t) = P(t) \sin(\frac{n\pi ct}{L})$ 为梁的第 n 阶模态力。

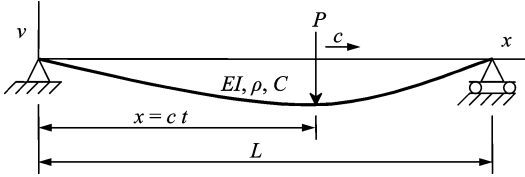


图1 简化车桥模型

Fig.1 Simplified model of vehicle and bridge

1.2 时域法

基于TDM基本理论,通过对式(1)在时域卷积积分,得到车辆荷载作用下梁上 x 处 t 时刻的变形为

$$\mathbf{v}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho L \omega'_n} \sin \frac{n\pi ct}{L} \int_0^t e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \times \sin \omega'_n (t-\tau) \sin \frac{n\pi c\tau}{L} P(\tau) d\tau \quad (2)$$

其中: $\omega'_n = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}$ 。

梁上 x 处 t 时刻的弯矩为

$$\mathbf{M}(x,t) = -EI \frac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial x^2} \quad (3)$$

将 \mathbf{v} 求二阶导数,梁上 x 处 t 时刻的加速度为

$$\ddot{\mathbf{v}}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho L} \sin \frac{n\pi x}{L} \times \left[P_n(t) + \int_0^t \ddot{h}_n(t-\tau) P_n(\tau) d\tau \right] \quad (4)$$

其中

$$\ddot{h}_n(t) = \frac{1}{\omega_n} e^{-\xi_n \omega_n t} \times \{ ((\xi_n \omega_n)^2 - \omega_n'^2) \sin \omega'_n t + (-2\xi_n \omega_n \omega_n') \cos \omega'_n t \} \quad (5)$$

当测得车辆荷载作用下桥梁的弯矩响应和加速度响应后,TDM移动荷载识别理论最终可转化为系统方程求解问题。

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (6)$$

其中: \mathbf{A} 为车桥模型系统矩阵; \mathbf{b} 为测得的桥梁响应; \mathbf{x} 为待识别的桥梁移动荷载。

1.3 分段多项式截断奇异值分解

PPTSVD算法是以TSVD为基础的正则化方法,文献[10]指出,PPTSVD正则化方法在信号处理方面较传统的基于SVD的正则化方法能够取得更好的效果。

1.3.1 奇异值分解

m 行 n 列的车桥系统矩阵 \mathbf{A} 可由SVD表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^T \quad (7)$$

其中: \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 均为方阵且满足 $\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}_n$; $\mathbf{\Sigma}$ 为对角元素是 σ_i 的对角矩阵,即 $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$; $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$ 为 \mathbf{A} 的奇异值。

在信号识别过程中,可通过调整 $\mathbf{\Sigma}$ 滤除无关信号和部分噪声。

1.3.2 截断奇异值分解

TSVD方法通过截断噪声引起的小奇异值,保留包含真实信号信息的大奇异值来降低噪声对识别结果的影响。用截断后的矩阵 \mathbf{A}_k 代替原有系数矩阵 \mathbf{A}

$$\mathbf{A}_k = \sum_{i=1}^k \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^T \quad (k \leq n) \quad (8)$$

其中: \mathbf{u}_i 为矩阵 \mathbf{U} 的第 i 列向量; \mathbf{v}_i^T 为矩阵 \mathbf{V} 的第 i 列向量的转置。

TSVD的解 \mathbf{x}_k 为

$$\mathbf{x}_k = \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (k \leq n) \quad (9)$$

TSVD在截断由噪声引起的小奇异值的同时会丢弃部分有效信号。如能在滤除噪声信号的同时保留有效信号,并将有效信号叠加到原TSVD解中,求解结果将更理想。PPTSVD方法正是基于这一思路,在TSVD截断信号中提取有效信号,进而提高移动荷载识别精度。

1.3.3 分段多项式截断奇异值分解

在TSVD求解过程中,约束方程 $\min \|\mathbf{x}\|_2$ 满足 $\min \|\mathbf{A}_k \mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2$ 。PPTSVD方法将TSVD中的 $\|\mathbf{x}\|_2$ 替换为 $\|\mathbf{L}_p \mathbf{x}\|_1$,当其求解约束条件由2范数变为1范数,其解由分段多项式构成,约束方程可表示为

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{L}_p \mathbf{x}\|_1 \\ \min \|\mathbf{A}_k \mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2 \end{cases} \quad (10)$$

其中: \mathbf{L}_p 为离散近似微分算子; p 通常取值为1和2,其对应的 \mathbf{L}_1 和 \mathbf{L}_2 可表示为

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & & 1 & -1 \\ & & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & & 1 & -2 & -1 \\ & & & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (12)$$

PPTSVD 方法可由 TSVD 改进得到, PPTSVD 的解由 TSVD 的解 \mathbf{x}_k 和一个由截断信号中提取的修正参数 $-\mathbf{V}_{n-k}\boldsymbol{\omega}_k$ 组成, 其中: $\mathbf{V}_{n-k} = (\mathbf{v}_{k+1}, \mathbf{v}_{k+2}, \dots, \mathbf{v}_n)$ 为截断信号构成的矩阵, 其为矩阵 \mathbf{V} 的子矩阵; $\boldsymbol{\omega}_k$ 可由求解如下最小线性二乘问题得到

$$\min \|\mathbf{L}_p \mathbf{V}_{n-k} \boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{L}_p \mathbf{x}_k\|_1 \quad (13)$$

PPTSVD 的解 $\bar{\mathbf{x}}_k$ 可表示为

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{V}_{n-k} \boldsymbol{\omega}_k \quad (14)$$

移动荷载识别数值模拟结果表明, 采用近似微分算子 \mathbf{L}_1 的识别精度较采用近似微分算子 \mathbf{L}_2 有明显提高, 故有关 PPTSVD 移动荷载识别数值模拟均采用近似微分算子 \mathbf{L}_1 。图 2 为 PPTSVD 方法流程图。

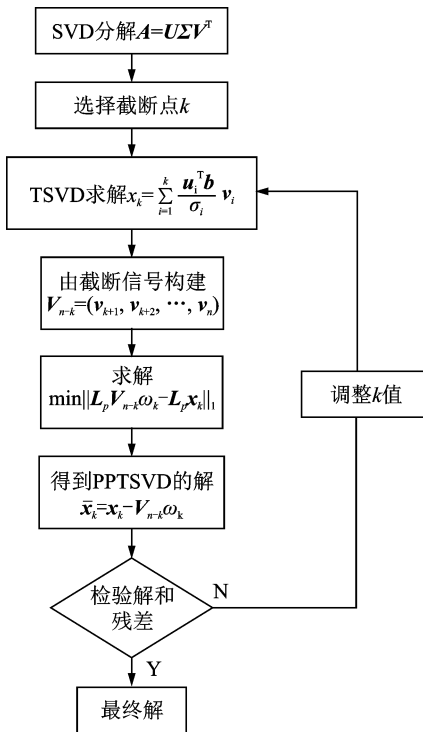


图 2 PPTSVD 流程图

Fig. 2 Flow diagram of PPTSVD

2 仿真算例

车辆模型参数如下: 车辆前后轴距 $l_s = 8 \text{ m}$, 行驶速度 $c = 40 \text{ m/s}$ 。桥梁模型参数如下: 梁长 $L =$

40 m; 单位长密度 $\rho = 12\,000 \text{ kg/m}$; 抗弯刚度 $EI = 1.28 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2$; 前 3 阶固有频率 $f_1 = 3.2 \text{ Hz}$, $f_2 = 12.8 \text{ Hz}$, $f_3 = 28.8 \text{ Hz}$ 。测量响应数据时采样频率取 200 Hz, 分析频段取 0~40 Hz。桥面行驶车辆的前轴和后轴荷载分别为

$$f_1(t) = 20[1 + 0.1\sin(1/4c\pi t) + 0.05 \times \sin(c\pi t)] \text{ kN}$$

$$f_2(t) = 20[1 - 0.1\sin(1/4c\pi t) + 0.05 \times \sin(5/4c\pi t)] \text{ kN}$$

为模拟现场测量响应信号时噪声干扰, 取包含噪声的桥梁响应为

$$\mathbf{M}_{\text{measured}} = \mathbf{M}_{\text{calculated}} (1 + E_p \mathbf{N}_{\text{noise}}) \quad (15)$$

其中: E_p ($0 \leq E_p \leq 1$) 为噪声水平, 分别取其为 1%, 5% 和 10%; $\mathbf{N}_{\text{noise}}$ 为随机噪声且满足标准正态分布。

由测量响应识别桥梁移动荷载的相对误差为

$$\text{RPE} = \frac{\|\mathbf{f}_{\text{identified}} - \mathbf{f}_{\text{true}}\|}{\|\mathbf{f}_{\text{true}}\|} \times 100\% \quad (16)$$

表 1 为 12 种组合工况下 TDM, TSVD 和 PPTSVD 在 3 种噪声水平下的识别误差。表 2 为对应表 1 中 TSVD 与 PPTSVD 识别结果所选取的最优截断点 k 值。表中 1/4, 1/2 和 3/4 分别表示测点所在桥梁位置为 1/4 桥跨、1/2 桥跨和 3/4 桥跨; m 为测量弯矩响应; a 为测量加速度响应; * 表示识别误差超出最大上限值 100%。由车桥系统矩阵 \mathbf{A} 列数为 396 可知, 截断点 k 的取值范围为 $1 \leq k \leq n$ 。当截断点取 396 时, 此时没有对奇异值进行截断, TSVD 方法退化为 SVD 方法, 其识别结果与 SVD 一致。由表 2 可知, 当响应组合为 1/4a & 1/2a & 3/4a 时, 截断点取最大值 396, 此时表 1 中 TDM 和 TSVD 两种方法的识别误差相同。

由表 1 可知, 3 种识别方法的识别误差均随着测量噪声增大而增大, 当噪声水平达到 10% 时, TDM 对应的 12 种工况中有 11 种工况识别误差均超过 100%, 识别结果不能接受。TSVD 在 12 种识别工况中识别结果均能接受, 其中有 10 种工况识别误差低于 30%, 抗噪性能较 TDM 提高明显, 这表明通过截断噪声信号提高移动荷载识别精度和抗噪性能是可行的。PPTSVD 对应 12 种工况识别误差均低于 15%, 且其中 10 种工况识别误差低于 10%, 其抗噪性能较 TSVD 有较大提高, 这说明通过提取截断噪声中的有效信号并将其作为修正解叠加到 TSVD 的解中是有效的。通过对 TDM 默认的 SVD 方法进行噪声截断并用分段多项式逼近真实解对提高桥梁移动荷载识别精度和抗噪性能具有良好的适

表1 TDM, TSVD 与 PPTSVD 识别结果 RPE 值比较

Tab.1 Comparison on RPE values identified by TDM, TSVD and PPTSVD

响应组合	识别方法	1%噪声		5%噪声		10%噪声	
		前轴	后轴	前轴	后轴	前轴	后轴
1/4m&1/2m	TDM	93.5	*	*	*	*	*
	TSVD	27.4	24.0	34.8	31.6	37.4	37.3
	PPTSVD	6.7	6.3	8.3	8.5	9.0	10.5
1/4m&1/2m&3/4m	TDM	50.8	*	*	*	*	*
	TSVD	18.8	19.9	26.5	27.2	31.5	32.8
	PPTSVD	4.5	4.8	7.9	8.9	8.4	8.9
1/4a&1/2a	TDM	19.2	29.7	96.1	*	*	*
	TSVD	7.0	2.8	12.8	5.4	19.6	10.0
	PPTSVD	1.7	1.0	4.4	4.2	7.9	6.0
1/4a&1/2a&3/4a	TDM	0.5	1.0	2.4	5.1	4.7	10.1
	TSVD	0.5	1.0	2.4	5.1	4.7	10.1
	PPTSVD	0.6	0.9	2.4	2.0	4.7	3.6
1/2m&1/2a	TDM	86.3	94.7	*	*	*	*
	TSVD	14.5	16.1	19.9	20.8	21.0	22.9
	PPTSVD	5.2	4.2	6.7	6.8	6.4	7.0
1/4m&1/2m&1/2a	TDM	54.6	48.5	*	*	*	*
	TSVD	15.0	16.3	18.6	20.9	24.5	24.6
	PPTSVD	2.6	2.6	6.9	5.8	7.0	7.7
1/4m&1/2m&1/4a&1/2a	TDM	11.7	15.0	58.6	74.9	*	*
	TSVD	8.0	2.7	13.1	8.0	19.0	19.4
	PPTSVD	1.8	1.4	4.4	3.7	6.3	5.4
1/4m&1/4a	TDM	*	*	*	*	*	*
	TSVD	15.0	15.1	19.8	21.0	22.3	24.4
	PPTSVD	5.5	4.7	5.5	5.7	8.0	8.5
1/4m&1/4a&1/2a	TDM	18.4	29.0	91.9	*	*	*
	TSVD	7.5	2.7	12.4	8.9	20.5	14.8
	PPTSVD	1.9	1.5	4.7	4.1	7.3	6.3
1/2m&1/4a	TDM	48.1	84.0	*	*	*	*
	TSVD	17.4	18.7	23.1	23.8	25.6	28.7
	PPTSVD	4.6	4.9	7.3	7.8	12.1	11.9
1/4m&1/2m&1/4a	TDM	44.3	71.0	*	*	*	*
	TSVD	16.0	15.4	20.6	20.7	23.0	23.9
	PPTSVD	4.7	4.5	5.9	6.2	8.4	8.6
1/2m&1/4a&1/2a	TDM	11.9	15.0	59.5	74.7	*	*
	TSVD	8.0	2.4	13.2	6.4	18.8	18.7
	PPTSVD	1.5	1.4	4.5	3.8	7.8	5.9

用性。

图3为1%噪声水平下TDM, TSVD与PPTSVD采用弯矩响应的识别结果。图4为5%噪声水平下3种识别方法采用加速度响应的识别结果。图5为10%噪声水平下3种识别方法采用弯矩和加速度组合响应的识别结果。

由表2可知,最优截断点随工况不同有所变化,总体来说,当响应组合全部采用加速度信号时,最优

表2 TSVD与PPTSVD最优截断点k比较

Tab.2 Comparison on the best truncated point k of TSVD and PPTSVD

响应组合	识别方法	1%	5%	10%
		噪声	噪声	噪声
1/4m&1/2m	TSVD	277	103	98
	PPTSVD	88	24	21
1/4m&1/2m&3/4m	TSVD	203	137	121
	PPTSVD	153	24	19
1/4a&1/2a	TSVD	388	386	386
	PPTSVD	386	367	346
1/4a&1/2a&3/4a	TSVD	396	396	396
	PPTSVD	395	395	395
1/2m&1/2a	TSVD	299	253	244
	PPTSVD	268	231	231
1/4m&1/2m&1/2a	TSVD	308	278	272
	PPTSVD	278	249	235
1/4m&1/2m&1/4a	TSVD	388	388	382
	PPTSVD	375	369	341
1/4m&1/4a	TSVD	273	251	251
	PPTSVD	261	243	240
1/4m&1/4a&1/2a	TSVD	388	388	386
	PPTSVD	386	366	359
1/2m&1/4a	TSVD	277	261	250
	PPTSVD	274	237	245
1/4m&1/2m&1/4a	TSVD	309	259	259
	PPTSVD	294	253	240
1/2m&1/4a&1/2a	TSVD	388	388	382
	PPTSVD	383	368	359

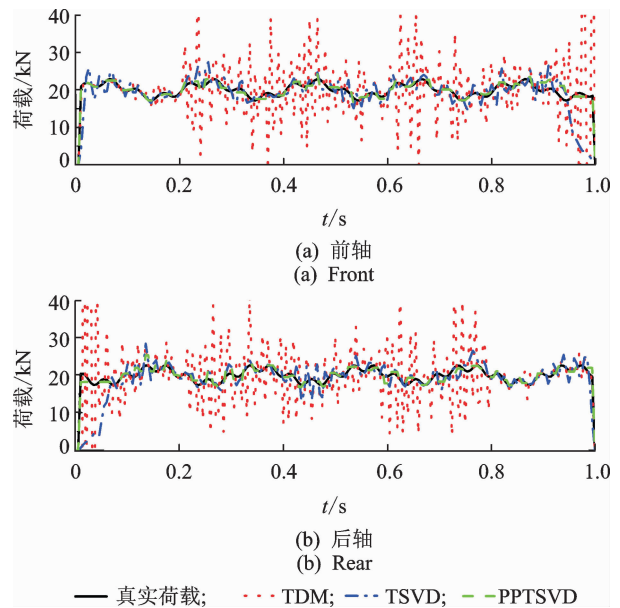


图3 TDM, TSVD与PPTSVD由弯矩响应识别移动荷载结果比较1/4m&1/2m&3/4m($E_p=1\%$)

Fig.3 Identified biaxial time-varying forces with TDM, TSVD and PPTSVD from bending responses 1/4m&1/2m&3/4m, ($E_p=1\%$)

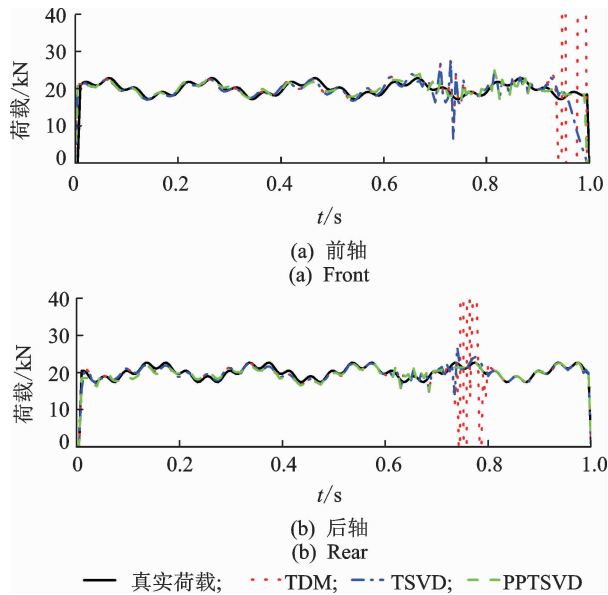


图4 TDM, TSVD与PPTSVD由加速度响应识别移动荷载结果比较 $1/4a \& 1/2a$ ($E_p = 5\%$)

Fig. 4 Identified biaxial time-varying forces with TDM, TSVD and PPTSVD from acceleration responses $1/4a \& 1/2a$ ($E_p = 5\%$)

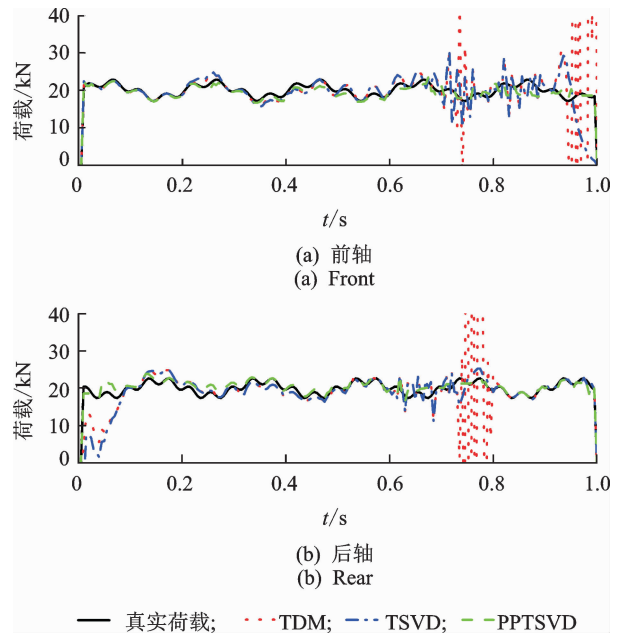


图5 TDM, TSVD与PPTSVD由组合响应识别移动荷载结果比较 $1/4m \& 1/2m \& 1/4a \& 1/2a$ ($E_p = 10\%$)

Fig. 5 Identified biaxial time-varying forces with TDM, TSVD and PPTSVD from combination responses $1/4m \& 1/2m \& 1/4a \& 1/2a$ ($E_p = 10\%$)

截断点非常接近系统矩阵列数,即只需截断极少数噪声信号即可有效识别移动荷载,这说明噪声对高频的加速度信号干扰较小,采用加速度响应识别时3种方法识别精度均较高,识别结果如图4所示。

由表2可知,当响应组合中包含弯矩响应时,最优截断点取值随弯矩响应比例增加而降低,当响应组合全部为弯矩响应时最优截断点最小。这说明噪声对低频的弯矩响应影响较大,需要截断较多的噪声干扰信号。TDM默认的SVD方法不能截断噪声干扰信号,因此在识别包含弯矩响应的组合工况时精度最低,尤其当仅由弯矩响应识别移动荷载时识别结果不能接受,如图3所示。

TSVD在识别包含弯矩响应的组合工况时识别精度较TDM有明显提高,但由于截断大量的噪声干扰信号也必然会丢弃部分隐藏在噪声信号中的真实响应,因此识别结果不太理想。PPTSVD通过提取截断噪声信号中的真实响应并将其作为修正值叠加到TSVD解中,弥补了TSVD存在的缺陷,其理论最完备且识别精度和抗噪性能在3种方法中均为最优,识别结果如图3~5所示。

3 结论

1) PPTSVD方法通过提取截断噪声信号中的真实响应并将其作为修正值叠加到TSVD解中,很

好地弥补了TSVD存在的缺陷,具有良好的理论完备性。

2) 噪声对高频的加速度信号干扰较小,当响应组合全部采用加速度信号时,TSVD和PPTSVD最优截断点均与系统矩阵列数非常接近,即只需截断极少数噪声信号即可有效识别移动荷载,此时3种方法识别精度均较高。

3) 噪声对低频的弯矩响应影响较大,需要截断较多的噪声干扰信号。TDM默认的SVD方法不能截断噪声干扰信号,因此在识别包含弯矩响应的组合工况时精度较低。TSVD较TDM有明显的提高,但由于丢弃了较多隐藏在噪声信号中的真实响应,识别结果仍不理想。PPTSVD通过提取截断噪声信号中的真实响应并将其作为修正值叠加到TSVD解中,较完美地解决了这一问题。

4) 多工况研究表明,PPTSVD在各种响应组合下均具有较高的识别精度,其良好的响应组合适应性有利于测点较少、响应类型单一环境下移动荷载识别。

5) 提出的PPTSVD方法在移动荷载识别领域具有识别精度高、鲁棒性好以及响应组合适应性强等优点。在实际移动荷载识别过程中,桥面平整度、车速和轴重等参数对识别精度也有一定的影响,对该方法的现场适用性有待于进一步研究和校核。

参 考 文 献

- [1] Yin Xinfeng, Liu Yang, Kong Bo. Vibration behaviors of a damaged bridge under moving vehicular loads[J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2016, 58(2): 199-216.
- [2] Luo Shaoxiang, Chen Hongtian. Moving force identification: a time domain method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 201(1): 1-22.
- [3] 卜建清, 罗韶湘, 朱信群. 板梁桥振动响应求解方法的比较[J]. *桥梁建设*, 2004, 34(3): 5-8.
Bu Jianqing, Luo Shaoxiang, Zhu Xinqun. Comparison of methods for solving vibration respond of plate girder bridge[J]. *Bridge Construction*, 2004, 34(3): 5-8. (in Chinese)
- [4] 王蕾, 侯吉林, 欧进萍. 基于荷载形函数的大跨桥梁结构移动荷载识别[J]. *计算力学学报*, 2012, 29(2): 153-158.
Wang Lei, Hou Jilin, Ou Jinping. Moving force identification based on load shape function for a long-span bridge structure[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2012, 29(2): 153-158. (in Chinese)
- [5] Xu Xun, Ou Jinping. Force identification of dynamic systems using virtual work principle[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 337: 71-94.
- [6] Qiao Baijie, Zhang Xingwu, Luo Xinjie, et al. A force identification method using cubic B-spline scaling functions[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 337: 28-44.
- [7] Chen Zhicheng, Li Hui, Bao Yuequan, et al. Identification of spatio-temporal distribution of vehicle loads

on long-span bridges using computer vision technology [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2016, 23(3): 517-534.

- [8] Talukdar S, Lalthlamuana R. Identification of flexible vehicle parameters on bridge using particle filter method[J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2016, 57(1): 21-43.
- [9] 陈震, 余岭. 基于 TGSVD 的桥梁移动荷载识别及正则化矩阵选取[J]. *振动、测试与诊断*, 2015, 35(1): 24-29.
Chen Zhen, Yu Ling. Effect of regularized matrix on identification of dynamic axle loads on bridge based on truncated generalized singular value decomposition[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2015, 35(1): 24-29. (in Chinese)
- [10] Hansen P C, Mosegaard K. Piecewise polynomial solutions without a prior breakpoints[J]. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 1996, 3(6): 513-524.



第一作者简介: 陈震,男,1981年2月生,博士、副教授。主要研究方向为桥梁结构逆问题识别研究。曾发表《基于 TGSVD 的桥梁移动荷载识别及正则化矩阵选取》(《振动、测试与诊断》2015年第35卷第1期)等论文。

E-mail: yuchenfish@163.com

通信作者简介: 余岭,男,1963年5月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为结构健康监测、结构损伤与移动荷载识别。

E-mail: lyu1997@163.com