Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

doi:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2018.05.005

基于路面一致激励车桥耦合非平稳随机振动分析

桂水荣1, 陈水生1, 万 水2

(1. 华东交通大学土木建筑学院 南昌,330013) (2. 东南大学交通学院 南京,210096)

摘要 基于路面不平顺一致输入激励,采用虚拟激励法研究车辆变速行驶三维车桥耦合非平稳随机振动响应。首 先,将桥梁离散为板-壳实体单元,车辆简化为三维九自由度体系,考虑路面输入激励的多点不相干,将路面不平顺 引起的荷载等效为虚拟激励荷载,建立三维车-桥耦合非平稳随机振动模型;然后,运用精细积分格式迭代求解,与 Monte-Carlo 法计算结果对比验证模型的正确性;最后,以某高速公路梁桥为背景,研究车辆匀加速行驶在 B 级桥 面桥梁各点动响应。结果表明:笔者提出的计算模型及算法正确可行;相同路面激励引起的跨中位移和加速度响 应峰值大小取决于瞬时最大车速;车辆变速行驶比匀速行驶具有更宽的共振频率区间,跨中位移和加速度最大值 随车速呈现先快后缓的增长趋势。

关键词 车桥耦合系统; 非平稳随机振动; 虚拟激励法; 一致激励 中图分类号 U441⁺.3; TH3

引 言

路面不平顺是影响车桥耦合振动的主要因素之一,因路面不平顺激励可以看成高斯平稳随机过程, 考虑车辆在桥上的变速行驶,路面不平顺激励将引起 车桥耦合非平稳随机振动。Chatterjee 等^[1]根据桥面 随机不平顺激励样本,计算桥梁冲击系数的均值和偏 差。Li 等^[2]认为桥面不平顺样本的峰值位置对冲击 系数有很大影响。经典 Monte-Carlo 法计算工作量 大,工程实践中,人们不但关心响应标准差,而且重视 样本的均值及最大值,仅进行少量样本分析,计算结 果可信度降低。目前研究车桥耦合随机振动除 Monte-Carlo 法外,演变随机过程^[3]、概率密度演化分 析^[4]及虚拟激励法^[5]也是常用数值方法。

车辆在桥梁上变速行驶,彭献等^[6]认为加速度 对梁横向振动影响不可忽略。殷新锋等^[7]认为车辆 制动初期对桥梁的冲击系数较制动末期冲击系数 大。方志等^[8]认为车辆加速度、前后轮输入激励相 关性对桥梁及车辆振动均产生影响。目前研究车辆 变速引起的车桥耦合振动响应主要以单次性确定响 应为主,单次性确定响应难以有效体现非平稳随机 响应的统计效应。彭献等^[9]运用虚拟激励法研究车 辆变速与共振空间频率关系,认为低频对人体和车 辆振动起主要作用。韩万水等^[10]分析认为路面一 致激励和非一致激励输入对桥梁跨中动响应及频谱 特性存在差异。上述文献主要研究车辆变速行驶引 起的车辆振动响应或路面输入激励时滞效应对车桥 耦合振动影响,车辆变速行驶引起的车桥耦合非平 稳随机振动响应相对较少。

基于路面不平顺一致激励输入模型,笔者采用 虚拟激励法建立车辆变速行驶的三维车桥耦合非平 稳随机振动模型,以江西某高速公路梁桥为背景,通 过与 Monte-Carlo 法结果对比验证文中模型的正确 性,重点研究车辆行驶的初速度、加速度对桥梁跨中 竖向位移、加速度均方根值及频谱特性的影响。

1 车-桥耦合振动模型

1.1 车辆振动方程

目前,行驶在公路桥梁上的载重汽车主要有两 轴、三轴自卸汽车及多轴挂车,笔者选取三轴自卸汽 车作为研究对象,考虑车体竖向振动、纵向点头、侧翻 以及车轮振动,将车辆简化为"弹簧-质量-阻尼"的三 维九自由度振动体系,车辆简化模型如图1所示。

图中车辆各自由度表示如下:ks1,ks2为前轴悬 架弹簧刚度;k11,k12为前轴车轮刚度;ks3;ks4为中轴

 ^{*} 国家自然科学基金资助项目(51468018,51268013); 江西省自然科学基金资助项目(20181BAB206041,20181BAB206043);江西省教育厅科研资助项目(GJJ170365)
 收稿日期:2016-10-15;修回日期:2016-12-19



Fig. 1 3D vehicle model with nine degrees of freedom

悬架弹簧刚度; k_{13} , k_{14} 为中轴车轮刚度; k_{s5} , k_{s6} 为后轴 悬架弹簧刚度; k_{15} , k_{16} 为后轴车轮刚度; c_{s1} , c_{s2} 为前轴 悬架阻尼系数; c_{11} , c_{12} 为前轴车轮阻尼系数; c_{s3} , c_{s4} 为 中轴悬架阻尼系数; c_{13} , c_{14} 为中轴车轮阻尼系数; c_{s5} , c_{s6} 为后轴悬架阻尼系数; c_{15} , c_{16} 为后轴车轮阻尼系数; m_1 , m_2 为前轴悬架系统质量; m_3 , m_4 为中轴悬架系统 质量; m_5 , m_6 为后轴悬架系统质量; m_{hb} 为车体质量; I_{hp} 为车体仰俯转动惯量; I_r 为车体侧翻转动惯量; θ_b 为仰俯角; ϕ 为侧倾角; z_b 为车体竖向位移; z_1 ,…, z_6 为车辆悬架位移坐标; B_f 为前轴宽度, B_r 后轴宽 度;a为前轴到车辆质心距离;b为中轴到车辆质心距离。

建立九自由度整车模型振动方程为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{v}}\ddot{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{v}}\boldsymbol{z} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{int}}$$
(1)

其中: M_v , C_v , K_v 分别为车辆系统的质量、阻尼和刚 度矩阵; F_v^{int} 为车辆振动引起的各自由度惯性荷载 列向量; z为九自由度车辆模型列向量, z = $\{z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5 \ z_6 \ z_6 \ \phi_b \ \phi^{}^{T}$ 。

1.2 桥梁振动方程

运用有限元方法将桥梁结构进行离散,建立三 维空间有限元模型。对桥梁进行离散时,桥梁振动 方程可以写成

 $M_{b}\ddot{y} + C_{b}\dot{y} + K_{b}y = -F_{v}^{int} - F_{g}$ (2) 其中: F_{v}^{int} 为车辆振动过程中车轮作用于桥面的惯 性荷载列向量; F_{g} 为由车辆重力引起的各车轮作用 于桥面荷载列向量;y为桥梁单元节点列向量。

使用典型 Rayleigh 阻尼,利用模态综合叠加技术,式(2)可以改写为

$$\ddot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{q} = -\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{F}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{int}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{g}}\right) \qquad (3)$$

其中: I, X, Ω 分别为对角质量、阻尼及刚度矩阵;Φ为模态向量矩阵。

1.3 车桥耦合振动方程

假设车辆行驶过程中,车轮与桥面保持不脱离, 车辆与桥梁通过车轮与桥面接触点处的位移协调和 相互作用力的平衡条件相联系。车辆荷载与桥面板 的接触关系可以表示成如图 2 所示,考虑桥面不平 顺激励的影响,汽车荷载通过车轮与桥面接触关系 如图 3 所示。



(a) 车辆与桥面接触整体模型





(b) *i*车轮与板单元接触局部模型(b) The partial model of wheel *i* contacted with shell element

图 2 车辆荷载与桥面板单元接触示意图

Fig. 2 An example to illustrate the interaction between bridge deck and vehicle



(a) 车辆行驶于简支梁桥





(b) *i*车轮与桥面相对位移

(b) Relative displacement between wheel *i* and bridge deck

图 3 车辆与桥面接触示意图

Fig. 3 Sketch map of a vehicle running on bridge deck

第*i*个车轮与桥梁之间相互作用力可表示为
$$\mathbf{F}_{vi}^{int} = -\mathbf{F}_{bvi}^{int} = k_{ui}d_{vb,i} + c_{u}\dot{d}_{vb,i}$$
 (4)

 $d_{vb,i} = z_i - r_i - \bar{\omega}_i$ (*i*=1,2,...,6) (5) 其中, $d_{vb,i}$ 为第*i*个车轮相对于桥面的垂直位移; $\bar{\omega}_i$ 为*i*车轮处桥面板初始竖向位移量; r_i 为*i*车轮 处的桥面不平顺幅值, z_i 为*i*车轮的竖向振动 位移。

车辆在三维空间桥梁模型上行驶时,时间积分步内,车辆轮胎作用于桥面板的力,需通过插值函数等效到节点。有限元建模时桥面板及铺装层采用 shell63 单元进行离散,其插值函数 N 可表示成

$$N = [N_{i} N_{j} N_{k} N_{m}]$$
(6)
$$N_{s} = \frac{1}{8} [(\xi_{0} + 1)(\eta_{0} + 1)(2 + \xi_{0} + \eta_{0} - \xi^{2} - \eta^{2})]$$
(s = i, j, k, m) (7)

其中: $\xi = (x - x_c)/a, \eta = (y - y_c)/b; \xi_0 = \xi\xi_s; \eta_0 = \eta\eta_s; a, b$ 为单元长度; x_c, y_c 为单元形心坐标。

车轮作用于板单元荷载向节点等效,第*i*车轮 相对于桥面的位移及速度可以表示成

$$d_{\mathrm{vb},i} = -N_{\mathrm{b}i} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{q} - r_i + z_i \tag{8}$$

 $\dot{d}_{vb,i} = -(vN_{bi,x}\mathbf{\Phi} \mathbf{q} + N_{bi}\mathbf{\Phi} \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{r}}_i) + \dot{\mathbf{z}}_i$ (9) 其中, N_{bi} 为 *i* 车轮插值函数。

考虑路面不平顺激励后,将式(8)和式(9)代入 式(4),可得车辆作用于桥梁的惯性力为 $F_v^{int} =$

$$\begin{pmatrix} -k_{ii}(N_{bi}\boldsymbol{\Phi} q + r_i - \boldsymbol{z}_i) - c_{ti}(vN_{bi}, v\boldsymbol{\Phi} q + N_{bi}\boldsymbol{\Phi} \dot{\boldsymbol{q}} + r_i - \dot{\boldsymbol{z}}_i) \\ \boldsymbol{0} \end{pmatrix}_{9 \times 1}$$
(10)

车轮荷载作用于桥梁的荷载矩阵可以写成

$$\boldsymbol{F}_{\text{bv}}^{\text{int}} = \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i}^{\text{T}} \boldsymbol{F}_{\text{bvi}}^{\text{int}} = \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i}^{\text{T}} (\boldsymbol{F}_{\text{v}}^{\text{int}} + \boldsymbol{F}_{\text{gi}}) \quad (11)$$

其中:nl 为车轮总数。

单个车轮作用于桥梁的荷载写成向量形式

$$\mathbf{F}_{bvi}^{int} = k_{ti} (-N\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{q} - r_i + \boldsymbol{z}_i) + c_{ti} (-v\boldsymbol{N}_{,x}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{q} - N\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{q} - \dot{\boldsymbol{r}}_i(x,t) + \dot{\boldsymbol{z}}_i) - F_{gi}$$
(12)

将式(11)代入式(3)可得

$$\boldsymbol{I}\boldsymbol{\ddot{q}} + (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{c}_{ii} \boldsymbol{N}_{i} \boldsymbol{\Phi}) \boldsymbol{\dot{q}} + (\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i}^{\mathrm{T}} (k_{ii} \boldsymbol{N} \boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{c}_{ii} \boldsymbol{v} \boldsymbol{N}_{,x} \boldsymbol{\Phi})) \boldsymbol{q} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{c}_{ii} \boldsymbol{z}_{i} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i} k_{ii} \boldsymbol{z}_{i} = -\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i} (k_{ii} \boldsymbol{r}_{i} + \boldsymbol{c}_{ii} \dot{\boldsymbol{r}}_{i}) - \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{nl} \boldsymbol{N}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F}_{gi} \qquad (13)$$

联立式(12)和式(1),建立车桥耦合振动方程

 $M_{bv}\ddot{u} + C_{bv}\dot{u} + K_{bv}u = F_{g} + F_{w}$ (14) 其中: M_{bv} , C_{bv} , K_{bv} 分别为车桥耦合振动模型的质 量、阻尼及刚度矩阵;u 为车桥耦合坐标向量,u= $\{q_1,q_2,\dots,q_r,z_1,\dots,z_6,z_b,\theta_b,\phi\}^{\mathrm{T}}$; F_g 为车辆自重 引起的动荷载; F_w 为路面不平顺激励引起的动 荷载。

$$\begin{cases}
\mathbf{F}_{g} = \begin{cases}
-\boldsymbol{\Phi}^{T} \sum_{i=1}^{nl} \mathbf{N}_{i}^{T} \mathbf{F}_{i} \\
\mathbf{0} \end{cases}_{(r+9)\times 1} \\
\mathbf{F}_{w} = \begin{cases}
-\boldsymbol{\Phi}^{T} \sum_{i=1}^{nl} N_{i} \mathbf{k}_{il} \mathbf{r}_{i} \\
\mathbf{k}_{il} \mathbf{r}_{i} \\
\mathbf{0} \end{cases}_{(r+9)\times 1} \\
= \begin{cases}
-\boldsymbol{\Phi}^{T} \sum_{i=1}^{nl} N_{i} \mathbf{c}_{il} \dot{\mathbf{r}}_{i} \\
\mathbf{c}_{il} \dot{\mathbf{r}}_{i} \\
\mathbf{0} \end{cases}_{(r+9)\times 1} \\
\mathbf{M}_{bv} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{M}_{v} \end{bmatrix}_{(r+9)\times (r+9)} \\
\mathbf{M}_{bv} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} + \mathbf{Q} & \mathbf{A}_{1} \\
\mathbf{A}_{2} & \mathbf{C}_{v} \end{bmatrix}_{(r+9)\times (r+9)} \\
\mathbf{K}_{bv} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega} + \mathbf{S} & \mathbf{B}_{1} \\
\mathbf{B}_{2} & \mathbf{K}_{v} \end{bmatrix}_{(r+9)\times (r+9)} \\$$
(15)

2 车桥耦合非平稳随机虚拟激励模型

2.1 六轮路面谱输入模型

设 *l*₁ 和 *l*₂ 为中轮和后轮距前轮距离,*B* 为车辆 左右轮的间距,三轴六轮车平面布置如图 4 所示。





路面空间功率谱密度为静态时,其垂直激励可 近似看作一种平稳随机过程,因车辆行驶过程中,车 速不断变化,输入路面激励实际上是动态非平稳的 随机过程。路面不平度系数、左右轮间距、左右轮相 干函数,都将影响着各车轮输出的路面不平顺激励 响应。六轮相关路面激励功率谱密度矩阵可以表 示为 第5期

	[1	$\cosh(n)$	$e^{-j2\pi nl_1}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j} 2 \pi n l_1}$	$e^{-j2\pi n l_2}$	$\cosh(n) e^{-j2\pi n l_2}$	
$G_q(n)$	$\cosh(n)$	1	$\cosh(n) \mathrm{e}^{-\mathrm{j} 2 \pi n l_1}$	$e^{-j2\pi n l_1}$	$\cosh(n) e^{-j2\pi n l_2}$	$e^{-j2\pi nl_2}$	
	$e^{j2\pi nl_1}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n l_1}$	1	$\cosh(n)$	$e^{-j2\pi n(l_2-l_1)}$	$\cosh(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n(l_2-l_1)}$	
	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n l_1}$	$e^{j2\pi nl_1}$	$\cosh(n)$	1	$\cosh(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n(l_2-l_1)}$	$e^{-j2\pi n(l_2-l_1)}$	
	$e^{j2\pi nl_2}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n l_2}$	$e^{j2\pi n(l_2-l_1)}$	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n (l_2 - l_1)}$	1	$\cosh(n)$	
	$\cosh(n) \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2\pi n l_2}$	$e^{j2\pi n l_2}$	$\cosh(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi n(l_2-l_1)}$	$e^{j2\pi n(l_2-l_1)}$	$\cosh(n)$	1	

其中: $coh(n) = e^{2\pi n B}$ 为左右轮路面谱激励输入相干函数; $G_q(n)$ 为路面不平度系数;n为空间频率。

2.2 车辆匀加速行驶路面谱激励

当车辆以速度 v 作匀速行驶时,车速与频率时 空关系有 $\omega = \Omega v$,即 f = nv。其中,f 和 n 分别表示 时间频率和空间频率,v 为车速。当车辆以匀加速 a行驶时,由 t 时刻车速 $v_t = v_0 + at$ 与时间频率和空 间频率关系,可得 t 时刻时间频率函数 $f = n(v_0 + at)$ 。其中, v_0 为初始速度。

当车辆以速度 v_t 通过某一段道路时,车辆运动 方程可表示为 $x_t = v_0 t + 0.5at^2$,任意时刻车速与初 始速度可以表示为 $v_t^2 = v_0^2 + 2ax_t$,由时间频率 f 与 空间频率 n 的关系 $f = v_t n$,将空间频率 (n_1, n_2) 内的 路面位移谱密度 $G_q(n)$ 转换为时间频率 (f_1, f_2) 内 的路面位移谱密度 $G_q(f)$,有

 $G_{q}(f) = G_{q}(n_{0}) n_{0}^{2} v_{t} / f^{2} = G_{q}(n_{0}) n_{0}^{2} (v_{0} + at) / f^{2}$ (17)

时间频域内的功率谱密度函数可转化成圆频率 域内的功率谱密度函数为

 $G_{q}(\omega) = 2\pi G_{q}(n_{0}) n_{0}^{2} v_{t} / \omega^{2} = 2\pi G_{q}(n_{0}) n_{0}^{2} (v_{0} + at) / \omega^{2}$ (18)

2.3 路面一致激励车桥耦合虚拟激励模型

若不考虑左右车轮轨迹的相干性及各车轴之间 路面谱激励输入的时间滞后效应,即输入各车轮的 路面谱激励完全不相干,则相干系数 coh(n)=0,时 滞效应系数为 0,相干系数矩阵 $\rho=diag\{1,1,1,1,1,1\}$ 。 ρ 为单位对角矩阵,可以表示成 $\rho=\Pi^{T}$,I 为 单位矩阵。设 S 为各车轮路面输入谱激励幅值矩 阵,路面激励的输入矩阵可以表示成

$$\boldsymbol{G}_{q}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{S}\boldsymbol{I}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} = \boldsymbol{P}^{*}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}$$
(19)

对于式(19),有 P = SI。任意圆频率下,车桥耦 合振动路面不平顺激励,输入车轮各点的路面不平顺 激励的功率谱幅值 S_{ii} ($i = 1, 2, \dots, 6$)均相等,记为 S_{ii} (ω)(S_{ii} (ω)可以由式(18)得),则有 $P = \sqrt{S_{ii}}$ (ω) I。

由式(16)和式(19)构造路面不平顺激励的虚拟 激励荷载

$$\widetilde{\mathbf{F}}_{w}(\boldsymbol{\omega},t) = \widetilde{\mathbf{F}}_{w1}(\boldsymbol{\omega},t) + i\boldsymbol{\omega} \widetilde{\mathbf{F}}_{w2}(\boldsymbol{\omega},t) = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{b0}(t) \\ \mathbf{T}_{v0}(t) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + i\boldsymbol{\omega} \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{b1}(t) \\ \mathbf{T}_{v1}(t) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \right\} \mathbf{I}_{e} \sqrt{S_{rr}(\boldsymbol{\omega})} e^{i\boldsymbol{\omega} t}$$
(20)

其中:*I*。为单位列向量;*T*_{b0},*T*_{b1},*T*_{v0},*T*_{v1}为车桥耦合 虚拟激励荷载系数矩阵。

将式(20)代入式(14),由路面虚拟荷载激励引 起的确定性运动方程可以写成:

M_{bv}**u** $(\omega,t) +$ **C**_{bv}**u** $(\omega,t) +$ **K**_{bv}**u** $(\omega,t) =$ **F** $_w(\omega,t) (21)$ 式(21)可以采用精细积分法,也可以采用 Ne-

wmark- β 积分格式迭代求解,计算相应虚拟响应 $\tilde{u}(\omega,t)$,进而可以计算系统响应的功率谱矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{uu}(\boldsymbol{\omega},t) = \widetilde{\boldsymbol{u}}^{*}(\boldsymbol{\omega},t) \ \widetilde{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\omega},t) \\ S_{uu}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\boldsymbol{\omega},t) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\omega} \end{cases}$$
(22)

其中:u*为u的复共轭。

响应方差可通过功率谱密度函数积分求得

$$\sigma_{yy}^{2}(t) = 2 \int_{0}^{+\infty} S_{uu}(\omega, t) d\omega = 2 \sum_{j=1}^{r} \int_{0}^{+\infty} \widetilde{u}_{j}^{*}(\omega, t) \widetilde{u}_{j}(\omega, t)$$

$$t) d\omega \qquad (23)$$

式(23)为无穷限的广义积分,可借助数值积分 方法进行求解。实际数值积分计算中的上限一般取 有限值,假设取积分区间为[0,ω_b],若采用等间距梯 形积分公式,式(23)可以写为

$$\sigma_{yy}^{2}(t) = \Delta \omega \left[\sum_{j=1}^{r} \widetilde{u}_{j}^{*}(\omega_{0}, t) u_{j}(\omega_{0}, t) + 2 \sum_{j=1}^{r} \sum_{k=1}^{m-1} \widetilde{u}_{j}^{*}(\omega_{k}, t) \widetilde{u}_{j}(\omega_{k}, t) + \sum_{j=1}^{r} \widetilde{u}_{j}^{*}(\omega_{m}, t) \cdot \widetilde{\omega}_{j}(\omega_{m}, t) \right]$$

$$(24)$$

其中:m 为离散频点数; $\Delta \omega = \omega_b/m$; $\omega_k = k \Delta \omega$ (k = 0, 1,2,...,m)。

3 算例分析

3.1 车辆及桥梁动力特性参数

3.1.1 车辆参数

为研究虚拟激励法求解整车模型在路面随机激

(16)

励作用下车桥耦合振动响应的准确性,选取一辆三轴载重汽车单向行驶,分析装配式简支梁桥竖向振动响应。车辆模型各参数如表1所示。桥面不平顺激励选用 GB7031-2005^[11]建议的 B 级路面不平度功率谱(B 级路面不平度系数 G_a(n₀)为 64 mm²•m)。

表 1 车辆模型参数 Tab. 1 Parameters of vehicle model

类 别	动力特性参数
	$m_1 = 297$; $m_2 = 297$
中轮质量/kg	$m_3 = 466; m_4 = 466$
后轮质量/kg	$m_5 = 466; m_6 = 466$
车身质量/kg	$m_{ m hb} = 30542$
前轴距质心距离/m	a=3.4
中轴距质心距离/m	b = 0.2
后轴距质心距离/m	c = 1.4
车身仰俯转动惯量/(kg•m²)	$I_{\rm hp}\!=\!55\ 259$
车身侧翻转动惯量/(kg・m ²)	$I_r = 6\ 893$
前轴左右轮间距/m	$b_{\rm f} = 1.8$; $b_{\rm r} = 1.8$
中、后轴左右轮间距/m	$k_{t1} = 2\ 800$ $k_{t2} = 2\ 800$
前轮刚度系数/(N•mm ⁻¹)	$k_{t3} = 3 390 k_{t4} = 3 390$
中轮刚度系数/(N・mm ⁻¹)	$k_{t5} = 3 \ 390$; $k_{t6} = 3 \ 390$
后轮刚度系数/(N•mm ⁻¹)	$k_{s1} = 6\ 300; \ k_{s2} = 6\ 300$
前悬架刚度系数/(N·mm ⁻¹)	$k_{s3} \!=\! 7\ 900$; $k_{s4} \!=\! 7\ 900$
中悬架刚度系数/(N·mm ⁻¹)	$k_{s5} = 7\ 900; k_{s6} = 7\ 900$
后悬架刚度系数/(N•mm ⁻¹)	$c_{s1} = 27.3 \times 10^3$; $c_s = 27.3 \times 10^3$
前悬架阻尼系数/(N・s・mm ⁻¹)	$c_{s3} = 3.8 \times 10^3$; $c_{s4} = 3.8 \times 10^3$
中悬架阻尼系数/(N・s・mm ⁻¹)	$c_{s5} = 3.8 \times 10^3$; $c_{s6} = 3.8 \times 10^3$
后悬架阻尼系数/(N・s・mm ⁻¹)	$c_{t1} = 0; c_{t2} = 0$
前轮阻尼系数/(N・s・mm ⁻¹)	$c_{t3} = 0; c_{t4} = 0$
中轮阻尼系数/(N・s・mm ⁻¹)	$c_{t5} = 0; c_{t6} = 0$
后轮阻尼系数/(N・s・mm ⁻¹)	

3.1.2 桥梁结构参数及动力特性

以某预应力混凝土简支 T 梁桥为研究对象,主 梁跨径 30 m,上部结构横向由 6 片 T 梁组成,T 梁 高 2 m,单片梁宽 2.10 m,桥面铺装为 10 cm 厚 C50 混凝土桥面铺装层+10 cm 改性沥青混凝土。采用 ANSYS 软件建立桥梁三维空间有限元模型,运用 板单元模拟桥面铺装层,板-壳实体单元模拟主梁。 桥面铺装层及横隔板采用 shell63 板单元,主梁结构 采用 solsh190 板-壳实体单元,有限元模型如图 5 所 示。对结构进行模态分析,提取简支梁桥前 10 阶自 振频率和振型,简支梁桥前十阶自振频率及振型特 征如表 2 所示。



图 5 简支梁桥有限元模型 Fig. 5 The FEM of simple supported beam bridge

表 2 前十阶频率及振型

Tab. 2	The frequ	iency and	modal of	the	front	ten	steps
--------	-----------	-----------	----------	-----	-------	-----	-------

模态阶数	1	2	3	4
频率/Hz	4.175	5.372	11.39	14.28
振型特性	竖弯(正)	竖弯(正)+ 横向扭转	竖弯(反)+ 横向扭转	竖弯(反)
模态阶数	5	6	7	8
频率/Hz	17.28	19.43	22.39	25.60
振型特性	竖弯(反)+ 横向扭转	横向弯曲+ 微弱竖弯 (反)	竖弯(正)	微弱竖弯 (正)+桥面 板局部扭转
模态阶数	9	10		
频率/Hz	30.51	33.01		
振型特性	竖弯(反)+ 桥面板局 部扭转	竖弯(正)+ 桥面板局 部扭转		

从表 2 可以看出,简支梁桥前 5 阶频率均以竖 弯为主,第 2 阶频率伴随竖向弯曲振型,主梁出现了 横向扭转振型;从第 6 阶振型开始出现横向弯曲,进 入第 8 阶频率后,桥面板开始出现局部扭转振动,随 自振频率增大,桥面板局部扭转振动愈明显。

3.2 车桥耦合随机响应校验

3.2.1 车辆加载

为验证笔者提出的整车非平稳随机振动模型及 算法正确性,运用虚拟激励法(pesudo-excitation method,简称 PEM)和 Monte-Carlo 法(运用三角 级数叠加法模拟路面不平顺样本,计算单次确定性 响应,然后进行统计分析),采用精细积分算法(precise intergration method,简称 PIM)数值迭代格式 求解,对比分析单车荷载在简支梁桥上匀速行驶时, 各片梁跨中及四分之一位置(L/4)的竖向动位移、 加速度时程响应及功率谱密度曲线。根据车辆在桥 梁上行驶特性及《桥规》^[12],研究车辆按偏载和正常 行车道两种工况行驶,PL₁(偏载工况):车辆距路缘 石 0.5 m;BL₁(标准行车道工况):车辆按左侧标准 行车道行驶。主梁横断面及车辆加载示意图如图 6 所示。经分析,车辆按 PL 工况行驶,边梁及次边 梁所承受荷载最大,为车辆行驶最不利工况。文中 仅分析车辆按 PL1 工况行驶的响应。



图 6 主梁横断面及加载示意图(单位:cm) Fig. 6 Sketch map of girder cross section and loading (unit:cm)

3.2.2 车桥耦合随机响应校验

图 7 为车辆以 25 m/s 匀速按 PL₁ 工况行驶在 B级路面上, Monte-Carlo 法及 PEM 法计算边梁跨 中及L/4位置因路面不平顺激励引起的竖向位移 均方根响应曲线。Monte-Carlo 法统计次数较少 时,位移均方根曲线围绕着 PEM 计算结果上下波 动,随着统计次数增加,跨中及 L/4 位置竖向位移 均方根曲线趋近于 PEM 计算结果。笔者提出的基 于 PEM 整车车桥耦合随机模型准确可行。







图 8 给出了车辆按 PL1 工况以 25 m/s 匀速通 过简支梁桥,路面不平顺激励时滞效应对边梁跨中 位置竖向位移均方根的影响。从图 8 可知, PEM 法 不考虑路面激励输入的时间滞后效应, Monte-Carlo 法与 PEM 法计算结果接近; PEM 法考虑路面输入 激励的时滞效应后,跨中竖向位移均方根响应曲线 与未考虑时滞效应的 Monte-Carlo 法及 PEM 法计 算结果存在一定的偏差;车辆未进入跨中之前,时滞 效应的跨中位移均方根最大值比未考虑时滞效应 大,车桥耦合进行空间分析,需考虑车辆前后各车轮 输入路面激励的时滞效应。



时滞效应对跨中位移均方根影响 图 8

The displacement RMS curve concerning time-Fig. 8 lag effect at mid-span

3.3 变速非平稳随机响应分析

图 9 和图 10 为车辆以 10 m/s 的初速度、不同





The dynamic response of mid-span concerning Fig. 9 different vehicle acceleration



图 10 车辆行驶加速度对跨中加速度功率谱曲线的影响 Fig. 10 The acceleration power spectrum of different vehicle acceleration

加速度通过简支梁桥 B 级路面,边梁跨中竖向位 移、加速度均方根响应及加速度功率谱密度曲线图。 车辆行驶加速度为零时,即车辆匀速通过简支梁桥, 跨中位移及加速度均方根响应曲线峰值均最小。车 辆行驶加速度为6 m/s², 跨中最大位移均方根为 0.4116mm,匀速行驶时的跨中最大位移均方根为 0.1415mm,随着加速度增加,位移峰值逐渐增大, 且出现最大响应时车辆加载位置接近。与位移响应 变化规律不同,加速度响应峰值并不随车辆行驶加 速度单调增大。车辆加速度为4 m/s² 时,跨中加速 度均方根响应最大值均较加速度为 2,6 m/s² 均小, 出现加速度峰值的车辆加载位置并不相同。同时, 从图 10 可以看出,随着车辆行驶加速度增大,路面 激励与车桥耦合共振的空间频率区间加大,共振功 率谱幅值降低。车辆匀速行驶引起的共振频率与匀 加速行驶引起的共振频率有偏离;匀速行驶的共振 频率区间较小、且峰值较大。车辆匀加速行驶,梁底 加速度功率谱在低阶频率未出现共振频率峰值;车 辆匀速行驶在桥梁基频 4 Hz 处出现较小的共振频 率峰值。车辆匀加速行驶,梁底在 12 Hz 与路面空间频率出现共振峰值,匀速行驶则在 14 Hz 处出现 共振峰值;行驶加速度大小直接影响路面激励与车 桥耦合共振频率的大小及区间长度。

图 11 给出了车辆以不同初速度和加速度行驶 时,跨中竖向位移和加速度均方根最大值随行车速 度变化关系图。相同行驶加速度下,车辆行驶初速 度越大,跨中位移和加速度均方根最大值逐渐增大, 初速度达到 20 m/s 时,位移及加速度均方根随车速 变化平稳,这主要是因车辆在桥上行驶时间较短,车 辆加速行驶效应未能有效体现;桥梁跨中位移及加 速度均方根最大值随车辆行驶加速度呈现先快后缓 的增长趋势,但并不成线性关系。







4 结束语

基于路面不平顺一致输入激励,采用虚拟激励法建立车辆变速行驶三维车桥耦合非平稳随机振动模型。以某简支梁桥为例,分析车辆变速通过简支梁桥随机振动响应,结果表明:PEM法与Monte-Carlo法计算结果能较好吻合,表明笔者提出的算法有效;研究空间车桥耦合随机振动响应,路面激励输入的时滞效应不可忽略;车辆行驶最大瞬时速度是决定跨中位移和加速度响应的主要因素;路面激励与车桥耦合的共振频率峰值车辆匀速行驶比匀加速度明显。

参考文献

- [1] Chatterjee P K, Datta T K, Surana C S. Vibration of continuous bridges under moving vehicles[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994,169(5):619-632.
- [2] Li Yingyan, Obrien E, Gonzalez A. The development of a dynamic amplification estimator for bridge with good road profiles [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 293:125-137.
- [3] 叶茂,谭平,任珉,等. 多个车辆荷载作用下桥梁演变 随机振动分析[J]. 振动工程学报,2010,23(3):269-274.

Ye Mao, Tan Ping, Ren Min, et al. Evolutionary random vibration analysis of a bridge subjected to moving vehicles[J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(3):269-274. (in Chinese)

[4] 余志武,毛建锋,谈遂,等.车桥竖向随机振动的概率 密度演化分析[J].中南大学学报:自然科学版,2015, 46(4):1420-1427.

Yu Zhiwu, Mao Jianfeng, Tan Sui, et al. Probability density evolution analysis of track-bridge vertical coupled vibration with irregularity random excitation[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2015,46(4):1420-1427. (in Chinese)

[5] 程曦,姚林泉,沙峰.基于虚拟激励法的车-轨-桥耦合 系统的随机振动响应分析[J].力学季刊,2015,36 (2):261-269.

Chen Xi, Yao Linquan, Sha Feng. Random vibration analysis of vehicle-track-bridge coupling system based on pseudo-excitation method[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2015,36(2):261-269. (in Chinese)

[6] 彭献,刘子建,洪家旺. 匀变速移动质量与简支梁耦 合系统的振动分析[J]. 工程力学,2006,23(6):25-29.

Peng Xian, Liu Zijian, Hong Jiawang. Vibration analysis of a simply supported beam under moving mass with uniformly variable speeds[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(6):25-29. (in Chinese)

[7] 殷新锋,方志.车辆制动作用下的车辆-路面-桥梁系统 随机振动分析[J]. 计算力学学报,2010,27(5):936-941. Yin Xinfeng, Fang Zhi. Random vibration analysis of vehicle-pavement-bridge system under vehicle braking [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2010, 27(5):936-941. (in Chinese)

- [8] 方志,殷新锋,彭献.非匀速车辆与随机路面桥梁的 耦合振动分析[J].振动与冲击,2008,27(1):30-36. Fang Zhi, Yin Xinfeng, Peng Xian. Coupled vibration analysis for a girder bridge with random surface and a vehicle with uneven speed[J]. Journal of Vibration and Shook, 2008, 27(1):30-36. (in Chinese)
- [9] 彭献,刘晓晖,文桂林.基于虚拟激励法的变速行驶 车辆振动分析[J].湖南大学学报:自然科学版,2007, 34(11):37-41.

Peng Xian, Liu Xiaohui, Wen Guilin. Vibration analysis of vehicle at uneven speed with pseudo-excitation method[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2007, 34(11):37-41. (in Chinese)

[10] 韩万水,马麟,院素静,等.路面粗糙度非一致激励 对车桥耦合振动系统响应影响分析[J]. 土木工程学 报,2011,44(10):81-90.

Han Wanshui, Ma Lin, Yuan Sujing, et al. Analysis of the effect of inconsistent stimulus of surface roughness on vehicle-bridge coupling vibrations [J]. China Civil Engineering Journal, 2011,44(10):81-90. (in Chinese)

- [11] 中国国家标准. 机械振动道路路面谱测量数据报告 GB7031-2005 [R]. 北京:中国标准出版社, 2005.
- [12] 中华人民共和国行业标准. 公路桥涵设计通用规范 JTG D60-2015 [S]. 北京:人民交通出版社, 2015.



第一作者简介:桂水荣,女,1979年10 月生,博士、副教授。主要研究方向为公 路桥梁车桥耦合振动。曾发表《系杆拱 桥吊杆节点足尺模型承载性能试验研 究》(《桥梁建设》2013年第43卷第2期) 等论文。

E-mail:guishuirong@163.com

通信作者简介:陈水生, 男,1968年6月 生,博士、教授、博士生导师。主要研究 方向为土木工程结构振动与控制、试验 测试分析。

E-mail:Sshchen@126.com