

基于非线性累积损伤的随机振动疲劳寿命分析*

王 虎, 王 轲, 赵丽茹

(南京航空航天大学振动工程研究所 南京, 210016)

摘要 预测承受随机载荷结构件的疲劳寿命是一个复杂的问题,应用 Miner 线性损伤准则经常会得出偏于冒险的寿命预测。非线性累积损伤理论考虑了加载顺序对疲劳寿命的影响,精度更高,但计算繁琐,且未能用于频域寿命计算。文中给出了一种基于非线性累积损伤的随机振动疲劳寿命分析方法,该方法将频域疲劳寿命的预估结果平分为若干段,考虑顺序效应对每一段结果进行修正并叠加,得到修正的振动疲劳寿命结果,通过简单试验件试验验证了该方法的准确性,对于某加筋板结构在动力学准确建模、多轴应力等效的基础上进行寿命估算,结果证明了方法的有效性和工程可用性。

关键词 随机振动; 频域法; 非线性累积损伤; 损伤曲线法; 寿命修正

中图分类号 V215.5; TH113.1

引 言

随机振动疲劳是指结构在受到随机动态、交变载荷作用下发生的疲劳破坏^[1]。结构在使用过程中长期处于随机振动环境中,局部结构会出现严重的共振响应,由此引起的疲劳破坏是结构破坏的主要形式之一。因此,对随机动载荷激励下典型结构件进行疲劳寿命分析具有重要意义。

预测结构疲劳寿命的方法主要有频域法和时域法两种,基于功率谱密度(power spectral density, 简称 PSD)的频域法凭借方法简便、计算量小的特点得到了广泛的应用。使用频域法预估结构疲劳寿命,当前采用较多的有 Bendat 窄带分析法和 Dirlik 宽带分析法^[2]。这两种方法都是基于 Miner 线性损伤理论,这一理论虽然形式简单、运用方便,但未考虑载荷作用次序对累计损伤的影响^[3],计算得到的寿命预估结果往往偏于危险。为此,研究者们提出了修正 Miner 理论^[4]和双线性理论^[5],但结果仍不理想。直到非线性疲劳累积损伤理论发展起来^[6],才能较好地描述疲劳累积损伤特性,其不足之处是模型较复杂,理论性很强,因而难以应用于寿命估算。笔者基于损伤曲线法提出了一种频域修正方法,考虑了加载顺序对疲劳寿命的影响,一方面能够更准确预估谱激励下结构的疲劳寿命,另一方面易于工程应用,为结构抗振动疲劳设计提供新的技术支撑。

1 振动疲劳寿命分析理论

1.1 多轴应力等效

结构件在动态载荷作用下一般处于复杂应力状态(即多轴状态),在确定载荷下,采用 Von Mises 等效准则将多轴应力转化为单轴应力,再利用已有较为成熟的单轴疲劳分析理论预估结构件寿命,无疑是一条简单而有效的途径^[7]。在频谱范围内进行 Von Mises 应力等效,由于频谱是以复向量的形式表达各频段范围内的应力分布,因此,在进行应力等效时不会出现时域内部分相位信息和实际不相符的问题^[8]。在平面应力状态下,频域内的 Von Mises 应力等效表达式为

$$s_{eq} = \sqrt{\mathbf{S}^T \mathbf{Q} \mathbf{S}} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{S} = (S_x, S_y, S_{xy})^T$; S_x, S_y 为正应力分量频谱;

$$S_{xy} \text{ 为剪应力分量频谱; } \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}。$$

1.2 损伤曲线法

目前应用较为广泛的 Bendat 和 Dirlik 频域寿命估算方法都是基于 Miner 线性累积准则进行推导的,它认为材料在各个应力水平下的疲劳损伤是

* 航空科学基金资助项目(20141552014)
收稿日期:2016-12-20;修回日期:2017-05-31

独立进行的,总损伤可以线性叠加。对于一定水平的应力循环,假设存在一个破坏寿命 N_f ,则可以得到一个循环内产生的损伤为 $1/N_f$,那么当 $\sum 1/N_f=1$ 时,即可认为材料发生了破坏。该理论形式简单、使用方便,但却没有考虑载荷间的干涉效应,因而寿命预估结果与试验值相差较大。而非线性累积损伤理论认为载荷历程与损伤之间存在相互干涉作用,损伤累积速率随着循环次数的增多而增大,与实际情况更为吻合,其中具有代表性的就是损伤曲线法^[9]。

结构损伤可以用瞬时裂纹长度与最终裂纹长度的比值来表示。引用 Manson 和 Halford^[5] 在 1981 年提出的裂纹扩展方程

$$a = a_0 + (a_f - a_0) \left(\frac{n}{N_f} \right)^{\alpha_f} \quad (2)$$

其中: a_0 为初始裂纹长度; a_f 为最终断裂的裂纹长度; n, N_f 分别为达到裂纹长度 a, a_f 时外加载荷的循环次数; α_f 为经验参数,计算方法如下

$$\alpha_f = \frac{2}{3} N_f^{0.4} \quad (3)$$

因此,结构累积损伤 D 可以表示为

$$D = \frac{a}{a_f} = \frac{1}{a_f} \left[a_0 + (a_f - a_0) \left(\frac{n}{N_f} \right)^{\alpha_f} \right] \quad (4)$$

式(4)表示,当累积损伤 $D = 1$ (即 $a = a_f$) 时,结构就会发生破坏。

考虑如图 1 所示的二阶高-低顺序加载,其相应的累积损伤模型如图 2 所示。由图 2 可看出,如果按幅值先高后低的顺序加载即先沿着 OA 施加强度较高而寿命较短的载荷,然后再沿着 $A'B'$ 施加强度较低而寿命较长的载荷,循环比之和将小于 1。相反,如果先沿着 OA' 施加应力水平较低的载荷,然后再沿着 AB 施加应力水平较高的载荷,则循环比之和大于 1。因此,疲劳寿命的预测与加载顺序有关。

如图 2 所示,两个载荷水平在 A 点和 A' 点上

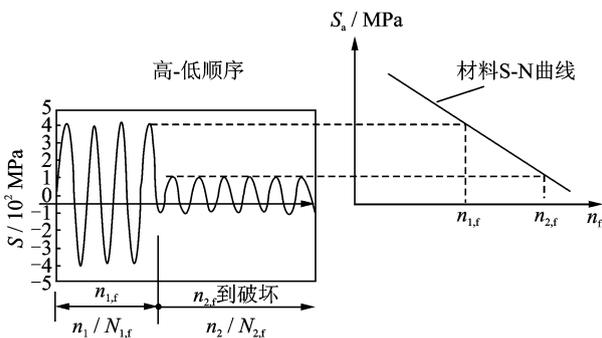


图 1 二阶高-低顺序加载

Fig. 1 Two-step high-low sequence loading

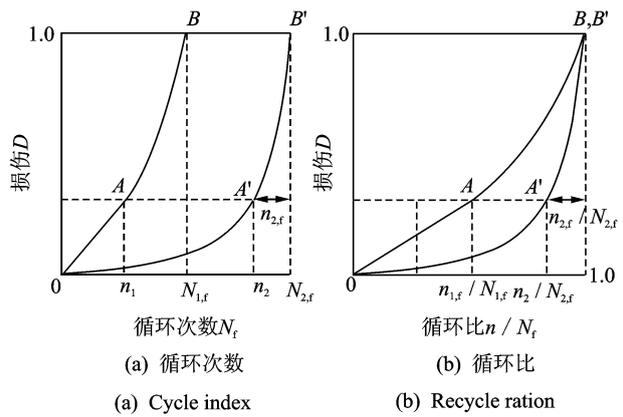


图 2 非线性累积损伤

Fig. 2 Nonlinear damage accumulation

的损伤相同,根据方程(4)可以得到循环比 $n_1/N_{1,f}$ 和等效损伤循环比 $n_2/N_{2,f}$ 之间的关系满足方程

$$\left(\frac{n_{2,f}}{N_{2,f}} \right) = 1 - \left(\frac{n_1}{N_{1,f}} \right)^{<N_{1,f}/N_{2,f}>^{0.4}} \quad (5)$$

$$\frac{n_1}{N_{1,f}} = \left(\frac{n_2}{N_{2,f}} \right)^{<N_{2,f}/N_{1,f}>^{0.4}} \quad (6)$$

其中: n_1, n_2 分别为在 $N_{1,f}, N_{2,f}$ 寿命水平时的循环次数。

由于方程(6)与 a_0, a_f 和 α_f 等参数均无关,因此,利用 0 代替 $a_0, (1/N_{1,f})^{0.4}$ 替代 $2/3$,可以使一个基准寿命水平 ($N_{1,f}$) 的非线性损伤曲线实现线性化,其损伤函数被简化为(0,0)与(1,1)相连接的一条直线,即

$$D_1 = \frac{n_1}{N_{1,f}} \quad (7)$$

因此,另一个寿命水平 ($N_{2,f}$) 的损伤曲线则可以表示为

$$D_2 = \left(\frac{n_2}{N_{2,f}} \right)^{<N_{2,f}/N_{1,f}>^{0.4}} \quad (8)$$

对于多个寿命水平 ($N_{1,f}, N_{2,f}, \dots, N_{n,f}$),通过将最低寿命水平的损伤曲线作为基准寿命 N_{ref} ,可以快速构建损伤曲线。各个寿命水平的应力产生的累积损伤量为

$$D_1 = \left(\frac{n_1}{N_{ref}} \right)^{<N_{1,f}/N_{ref}>^{0.4}} \quad (9)$$

$$n_{i,eq} = N_{i,f} \cdot D_{i-1}^{<N_{ref}/N_{i,f}>^{0.4}} \quad (10)$$

$$D_i = \left(\frac{n_i + n_{i,eq}}{N_{i,f}} \right)^{<N_{i,f}/N_{ref}>^{0.4}} \quad (11)$$

其中: n_i 为在 $N_{i,f}$ 寿命水平时的循环次数; $n_{i,eq}$ 为前 $i-1$ 次加载的等效循环次数; D_i 为 i 次加载后的累积损伤,该值为 1 时认为结构破坏。

2 试 验

2.1 试验件

简单试验件的尺寸和形状如图 3 所示,所使用材料为 2024-O 铝合金,材料物理属性如表 1 所示。试验件一端夹持在特定夹具上,利用振动台对其施加加速度随机振动基础激励,同时为了缩短疲劳试验的时间,在试验件另一端加上配重块,材料为 Q235 钢。

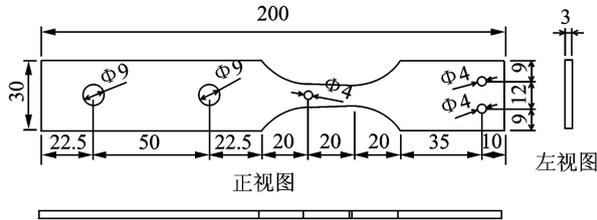


图 3 试验件尺寸(单位:mm)

Fig. 3 The size of specimens(unit:mm)

表 1 2024-O 铝合金的力学属性

Tab.1 Mechanical properties of 2024-O

材料	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg·m ⁻³)
2024-O	61.8	0.33	2 780

2.2 有限元仿真

使用 Hypermesh 和 Patran&Nastran 软件建立有限元模型如图 4 所示,设置好相关参数后,对结构进行模态分析并对照模态试验结果修正模型,引入结构阻尼。



图 4 有限元模型

Fig. 4 Finite element model

采用模态法对模型在频率 10~650 Hz 范围内进行频响分析:施加单位加速度载荷作用于基础,计算得到整个结构的频率响应。然后输入加速度平直激励谱(频率为 10~650 Hz,幅值为 0.015 g²/Hz,均方根值(root mean square,简称 RMS)值为 3.098 g),进行随机响应分析,得到结构应力响应云图如图 5 所示。提取危险位置处的应力响应功率谱密度(power spectral density,简称 PSD)曲线如图 6 所示,RMS 值为 77.84 MPa。

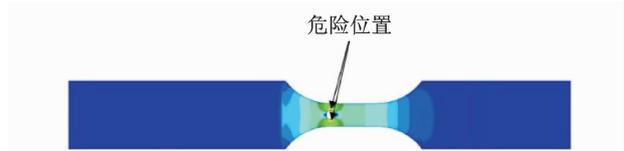


图 5 应力云图

Fig. 5 Stress nephogram

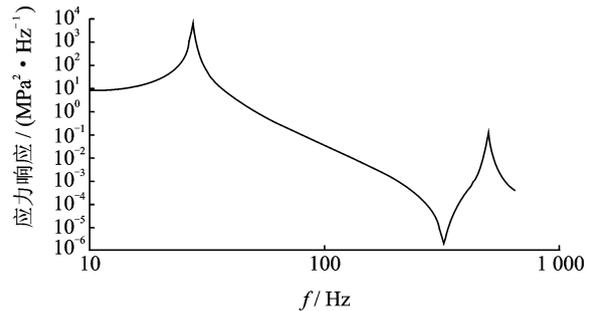


图 6 危险位置的应力响应 PSD 曲线

Fig. 6 The stress response PSD curves of dangerous location

2.3 频域寿命估算结果

对试验件进行随机振动疲劳试验,得到试验寿命结果^[10]如表 2 所示。由于加工的试验件尺寸存在一定误差、人工紧固螺栓不能保证约束状态完全相同等原因,各试验件寿命结果存在一定的分散性。

表 2 试验件寿命试验结果

Tab.2 The life test results of specimens

编号	寿命/s	编号	寿命/s
1	3 861.6	5	3 419.8
2	3 509.4	6	3 727.8
3	4 095.6	7	3 806.0
4	3 391.2	8	3 652.8
平均值	3 652.8	标准差	5.28

基于 Matlab 编程实现了 Dirlik 法和 Bendat 法频域寿命分析算法,结合危险位置处的应力响应 PSD 曲线,对结构进行疲劳寿命预估计算,计算结果如表 3 所示。

表 3 试验件寿命预估计结果

Tab.3 The life prediction results of specimens

方法	Bendat 法	Dirlik 法	试验结果平均值
寿命/s	4 518.7	4 792.7	3 652.8

由表 3 可见,使用两种频域算法预估的疲劳寿命均比试验结果平均值偏高。究其原因,这两种方法都是基于 Miner 线性损伤准则的,没有考虑加载顺序对疲劳寿命的影响。因此,笔者提出下述修正方法对预估结果进行修正。

2.4 频域寿命结果修正

非线性累积损伤准则在以往的研究当中都是用于时域算法的,得到了较为理想的结果,因此可以考虑将该准则的基本思想引入到频域算法中去。

根据 Miner 线性损伤准则,不考虑加载顺序时,若将预估的寿命结果平分为 N 段,每段时长 ΔT ,则每次施加 ΔT 时长的载荷将固定产生 $1/N$ 的损伤量, N 次加载后结构破坏;然而当考虑顺序效应影响时,根据损伤曲线法可知,第 2 次以后每次加载产生的损伤量均大于 $1/N$,且随着加载次数的增加,每次加载产生的损伤量越来越大。换言之,若想要使第 2 次以后每次加载产生的损伤量依然等于 $1/N$,那么加载的载荷时长应该均小于 ΔT ,假设结构从开始加载到破坏每产生 $1/N$ 损伤所需的时间依次为 $\Delta T(1), \Delta T(2), \dots, \Delta T(N)$,则有 $\Delta T(1) > \Delta T(2) > \dots > \Delta T(N)$,其中 $\Delta T(1) = \Delta T$,即产生同样大小损伤量所需的载荷时长会随着加载次数的增加而减少。

当 ΔT 足够小时,可以假设前 3 次加载产生 $1/N$ 损伤量所需的载荷时长均为 ΔT ,即 $\Delta T(1) = \Delta T(2) = \Delta T(3) = \Delta T$;而最后一次加载产生 $1/N$ 损伤所需的时间为零,结构瞬间破坏,即 $\Delta T(N) = 0$ 。

通过将应力响应 PSD 曲线进行时域模拟可以得到一个时长 ΔT 的时域信号,根据损伤曲线法准则,由式(9)~(11)可以计算得到每次加载该时域信号产生的损伤量。时长 ΔT 的选取应该适当:过大则上述假设不成立,过小则随机时域信号无法准确反映数据特征。计算得到 ΔT 分别等于 5, 8, 10, 12, 15, 20 s 时加载次数与单次加载产生损伤量之间的关系曲线,如图 7 所示。

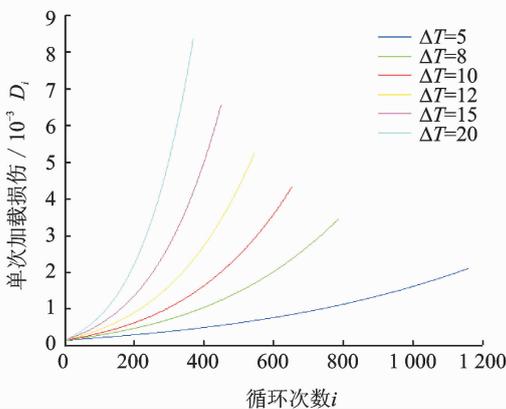


图 7 加载次数与单次加载产生损伤量的关系曲线

Fig. 7 The relation between the number of loading and the amount of damage produced by single loading

文中取 $\Delta T = 5$ s,并尝试通过指数函数和多项

式函数对该曲线进行拟合,结果如图 8 所示。

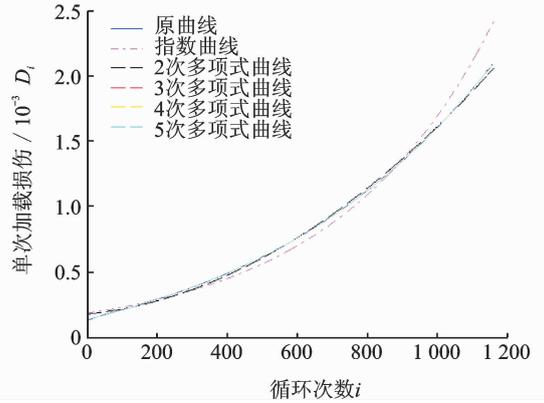


图 8 曲线拟合结果

Fig. 8 Curve fitting result

可以看出,3 次多项式足以满足拟合要求,故文中采用 3 次多项式拟合上述曲线。不妨假设每产生 $1/N$ 损伤所需的时间 $\Delta T(i)$ 随加载次数的变化曲线也是一个 3 次多项式曲线,表达式为

$$\Delta T(i) = a_3 i^3 + a_2 i^2 + a_1 i + a_0 \quad (12)$$

由前文假设可以确定式(12)的条件为

$$\begin{cases} \Delta T(1) = \Delta T \\ \Delta T(2) = \Delta T \\ \Delta T(3) = \Delta T \\ \Delta T(N) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

根据上述条件可以确定式(12)中 a_1, a_2, a_3, a_4 4 个参数,得出单次加载产生 $1/N$ 损伤量所需载荷的时长 $\Delta T(i)$ 随加载次数的变化曲线如图 9 所示。将 N 次加载的时域信号长度叠加,即可得到修正后的寿命结果。即

$$T^* = \sum_{i=1}^N \Delta T(i) \quad (14)$$

图 9 中各部分面积可以表示为

$$\begin{cases} S_{(1)} = \sum_{i=1}^N \Delta T(i) \cdot 1 = T^* \\ S_{OABC} = \Delta T \cdot N \\ S_{(2)} = S_{OABC} - S_{(1)} \end{cases} \quad (15)$$

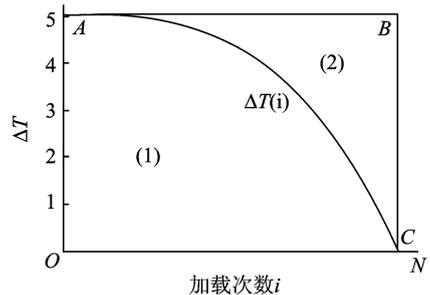


图 9 $\Delta T(i)$ 随加载次数的变化曲线

Fig. 9 The relation between $\Delta T(i)$ and loading times

其中:曲线 AC 与坐标轴所围成区域(1)的面积 S_1 就是基于损伤曲线法理论修正后的寿命结果;而四边形 OABC 的面积 S_{OABC} 则表示基于 Miner 累积损伤准则预估的寿命结果;区域(2)的面积 S_2 为上述二者的差值,即采用线性准则预估寿命时不考虑加载顺序的影响所造成的误差。

2.5 修正后的频域寿命结果

按照上述修正方法对 2.3 节中通过两种频域算法预估的寿命结果进行修正,分别得到 $\Delta T(i)$ 随加载次数的变化曲线表达式为

$$\begin{cases} \Delta T(i) = (-6.81e-9)i^3 + (4.09e-8) \cdot i^2 - (7.49e-8)i + 5 \\ \Delta T(i) = (-5.70e-9)i^3 + (3.42e-8) \cdot i^2 - (6.27e-8)i + 5 \end{cases} \quad (16)$$

将式(16)带入到式(14)中可以得到修正后的疲劳寿命,并与疲劳试验结果平均值 3 652.8 s 进行对比,结果如表 4 所示。

表 4 疲劳寿命修正结果
Tab. 4 Fatigue life correction results

方法	Bendat 法		Dirlik 法	
	寿命/s	误差/%	寿命/s	误差/%
修正前	4 518.7	23.7	4 792.7	31.2
修正后	3 389.0	-7.2	3 594.5	-1.6

由表 4 可见,经过寿命修正后的结果更接近于试验结果。初步验证了基于损伤曲线法的寿命结果修正方法有效可行。

3 工程算例

某航空典型结构件九宫格壁板的有限元模型如图 10 所示,长为 1 000 mm,宽为 800 mm,共划分为 10 020 个有限元单元。该结构振动呈现固有频率密集和动态应力多轴性的特点,而且破坏部位较为分散,在工程上很难做到准确地预估和分析疲劳寿命。

模型加强筋和壁板均采用壳单元,二者之间的连接方式用 RBE2 的方式进行模拟。结构四周固定

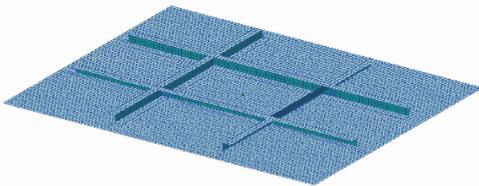


图 10 九宫格壁板有限元模型

Fig. 10 The finite element model of stiffened plate

在特定夹具上,并施加垂直于壁板方向的加速度随机振动基础激励,所使用的材料为 2024-O 铝合金。

使用 Patran&Nastran 软件,通过调整模型内部连接关系和外部边界条件,调用 Nastran 103 模态计算,得出前 3 阶固有频率如表 5 所示。

表 5 模态分析仿真结果

Tab. 5 Simulation result of natural frequency Hz

模态阶数	仿真频率	实验频率	误差/%
1	95.22	91.45	4.12
2	152.37	157.89	-3.50
3	174.08	184.34	-5.56

在频率范围 65~350 Hz 内对模型进行频响分析,输入加速度平直激励谱(频率为 65~350 Hz,幅值为 0.990 3 g^2 /Hz,RMS 值为 16.8 g),进行随机响应分析得到九宫格壁板应力云图如图 11 所示。提取危险部位(即九宫格壁板中心点)x 方向应力响应 RMS 值为 30.8 MPa,处于试验所测得的 27.2~32.6 MPa 区间内,验证了所建模型的准确性。

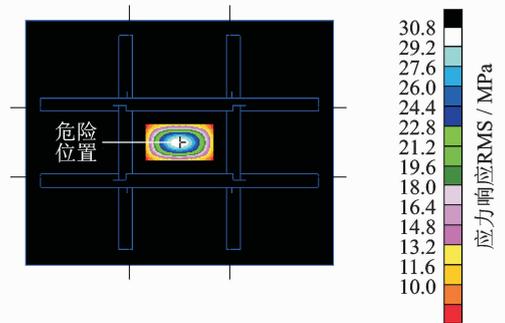


图 11 九宫格壁板 x 方向应力响应云图

Fig. 11 x directional stress response nephogram of stiffened plate

危险部位各分量方向的应力响应 PSD 曲线如图 12 所示,结合 Von Mises 等效准则的使用,将多轴应力转化为单轴应力,得到等效应力响应 PSD 曲线如图 13 所示。然后利用 Dirlik 法和 Bendat 法进行疲劳寿命预估计算并进行结果修正,取 $\Delta T=5$ s,得出每产生 1/N 损伤所需的时间 $\Delta T(i)$ 随加载次数的变化曲线表达式为

$$\begin{cases} \Delta T(i) = (-3.66e-9)i^3 + (2.20e-8) \cdot i^2 - (4.03e-8)i + 5 \\ \Delta T(i) = (-2.77e-9)i^3 + (1.66e-8) \cdot i^2 - (3.05e-8)i + 5 \end{cases} \quad (17)$$

将上式带入到式(14)中得到修正后的结果寿命,与疲劳试验所测得的寿命平均结果 4 080 s 进行对比,结果如表 6 所示。

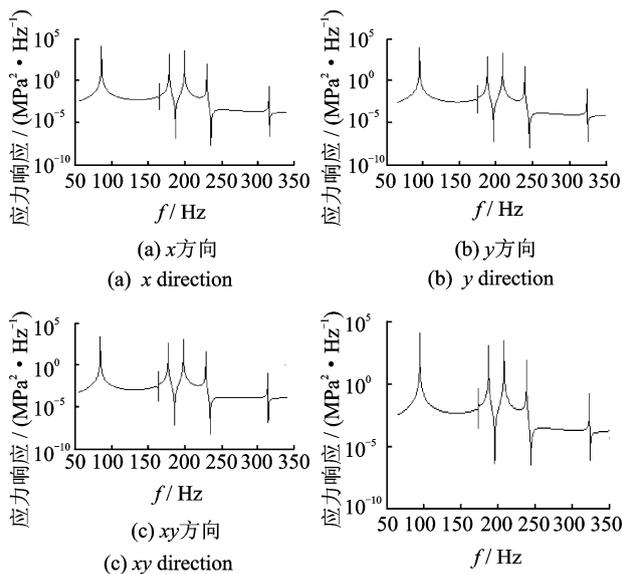


图12 各分量方向应力响应 PSD 曲线

Fig.12 Stress response PSD curves of each component direction

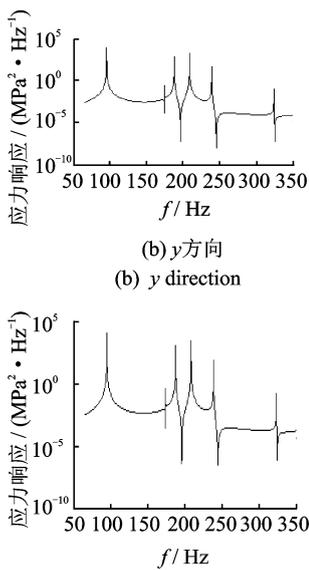


图13 等效应力响应 PSD 曲线

Fig.13 Equivalent stress response PSD curve

表6 九宫格壁板寿命预估结果

Tab.6 Life prediction results of stiffened plate

方法	Bendat 法		Dirlik 法	
	寿命/s	误差/%	寿命/s	误差/%
修正前	5 552.8	36.1	6 096.9	49.4
修正后	4 164.6	2.1	4 572.7	12.1

由表6结果数据可知,采用线性准则计算的结果远大于试验值,而基于损伤曲线法对寿命结果修正后计算精度明显提高,得到了较为满意的结果,进一步验证了新方法的可行性。

4 结束语

通过对线性累积损伤和非线性累积损伤的对比分析,笔者提出了一种可以提高寿命预估精度的新方法。该方法基于考虑加载顺序的损伤曲线法这一非线性累积损伤模型,对两种频域分析结果进行了修正,将非线性准则的基本思想引入到了频域算法中。相比于直接运用非线性准则预估结构的疲劳寿命,该方法更为简单,且使用方便。通过简单试验件和九宫格壁板的试验验证可知,使用新方法得到的寿命预估结果精度提高了30%以上,更为接近试验值,具有工程推广价值。

参 考 文 献

[1] 王明珠,姚卫星. 随机振动载荷下缺口件疲劳寿命分

析的频域法[J]. 南京航空航天大学学报,2008,40(4):489-492.

Wang Mingzhu, Yao Weixing. Frequency domain method for fatigue life analysis of notched members under random vibration loading [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 40 (4): 489-492. (in Chinese)

[2] Benasciutti D, Tovo R. Comparison of spectral methods for fatigue analysis of broad-band Gaussian random processes [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2006, 21(4): 287-299.

[3] 崔中文. 载荷作用次序对疲劳寿命影响的试验研究[D]. 沈阳:东北大学,2010.

[4] 刘洪天,熊峻江,高镇同. 疲劳线性累积损伤理论的 α 值实验验证[J]. 力学与实践,2002,24(4):52-55.

Liu Hongtian, Xiong Junjiang, Gao Zhentong. Experimental validation of α -valued fatigue damage theory [J]. Mechanics and Practice, 2002, 24 (4): 52-55. (in Chinese)

[5] Manson S S, Halford G R. Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for testing cumulative fatigue damage [J]. International Journal of Fracture, 1981, 12(2): 169-192.

[6] Garcia D B, Grandt A F. Application of a total life prediction model for fretting fatigue in Ti-6Al-4V [J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29 (7): 1311-1318.

[7] Nieslony A, Macha E. Spectral method in multiaxial random fatigue [M]. Berlin: Springer Publishing Company, 2007.

[8] 白春玉,齐丕骞. 基于经典 Von Mises 应力的多轴等效应力修正方法研究[J]. 振动与冲击, 2015, 34(23): 166-170.

Bai Chunyu, Qi Piqian. Multi-axial equivalent stress correction method based on classical Von Mises stress [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34 (23): 166-170. (in Chinese)

[9] Lee YungLi, Jwo Pan, Hathaway R B, et al. Fatigue Testing and Analysis Theory and Practice [M]. Amsterdam, USA: ELSEVIER INC, 2005.

[10] 赵丽茹. 基于应变映射技术的振动疲劳寿命分析[D]. 南京:南京航空航天大学, 2016.



第一作者简介:王虎,男,1992年6月生,硕士生。主要研究方向为振动疲劳寿命分析。

E-mail: 15751874561@163.com

