

基于变矩阵结构奇异值分解的信号分解算法^{*}

赵学智, 叶邦彦, 陈统坚

(华南理工大学机械与汽车工程学院 广州, 510640)

摘要 矩阵结构对奇异值分解的信号处理效果有重要影响, 改变传统算法中矩阵结构固定的思想, 提出在奇异值分解中采用变化的矩阵结构, 每分解一次, 矩阵结构就改变一次, 以适应信号中不同的周期性分量。每次的分解都将上一层的信号分解为主、副两个分量, 提取副分量, 而对主分量再次进行变矩阵结构的奇异值分解, 如此反复进行, 最终将原始信号分解为一系列主、副分量。信号处理实例表明, 这一方法具有良好的信号分离效果, 能够实现信号中不同周期性分量的有效分离。

关键词 矩阵结构; 奇异值分解; 信号分解; 周期性分量

中图分类号 TH113; TN911.7

引 言

近年来, 奇异值分解 (singular value decomposition, 简称 SVD) 在信号处理领域得到了广泛应用, 如对轴承振动信号^[1]、水轮机振动信号^[2]、弹体侵彻过载信号^[3]、语音信号^[4]以及心电信号^[5-6]等不同性质信号, SVD 都有着重要的应用。将 SVD 应用于信号处理的关键在于利用信号构造合适的矩阵, 一般有两种矩阵形式, 一种是 Hankel 矩阵^[1-4], 采用这种矩阵的优点是能够消去原始信号中的噪声, 这一特点使得这种矩阵在不同性质的信号中应用广泛; 另一种矩阵则是将信号按等长度连续均分成多段, 利用各段信号排列成矩阵, 可称之为连续截断信号矩阵构造法, 这种矩阵在特征提取和故障诊断中也有很重要的应用, 如对心电信号^[5-6]、电机振动信号^[7]、铣削力信号^[8]及结构损伤信号^[9]的特征提取中, 都是采用这种矩阵。笔者主要对这种矩阵进行研究。

在 SVD 中, 即使对于同一个矩阵, 矩阵结构不同, SVD 的信号处理效果也有较大区别^[10]。对于连续截断信号构造的矩阵, Kanjilal 等^[5-6]提出了一种奇异值比 (singular value ratio, 简称 SVR) 谱法来确定矩阵的结构, SVR 谱定义为第 1 个和第 2 个奇异值之比 σ_1/σ_2 随着矩阵列数 n 取值的不同而变化的谱。若在 SVR 谱上存在明显的峰值, 则说明信

号中存在周期分量, 此时根据最大谱峰对应的行 m 和列 n 来确定矩阵结构。这一方法实际上是一种穷举法, 即将列数 n 从小到大取遍所有的可能值, 针对每一个 n 分别构造矩阵并进行奇异值分解, 然后计算这些不同的 n 所对应的 SVR 值, 其最大的 SVR 对应的 n 即为所求, 但是当原信号存在多个周期性分量时信号分离效果并不好。

与 Kanjilal 等的方法不同, 考虑到矩阵结构对 SVD 信号处理效果的重要性, 笔者摒弃传统的矩阵结构一成不变的思想, 提出在 SVD 中采用变化的矩阵结构, 以适应信号中不同的周期性分量。由此提出了一种变矩阵结构 SVD 算法。此算法引入了递推分解的思想, 在递推分解过程中逐次改变矩阵的结构, 以适应原信号中不同的周期性分量, 从而将其分离出来。论述了此算法的原理, 并提供了对模拟的信号和实际的转子振动信号的处理实例。结果表明, 这种变矩阵结构 SVD 算法对不同的周期性分量具有很好的分离效果。

1 变矩阵结构 SVD 算法

SVD 的定义是: 对于一个实矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 必定存在正交矩阵 $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 和正交矩阵 $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 使得式(1)成立

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \quad (1)$$

其中: $\mathbf{D} = [\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q), \mathbf{0}]$ 或者其转置, 这取

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51375178); 广东省自然科学基金资助项目(S2012010008789)
收稿日期: 2017-02-08; 修回日期: 2017-04-26

决于 $m < n$ 还是 $m > n$; $\mathbf{0}$ 为零矩阵; $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{m \times n}$; $q = \min(m, n)$, 且有 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_q > 0$, 它们为矩阵 \mathbf{A} 的奇异值。

对于一个数字信号序列 $\mathbf{X} = [x(1), x(2), \dots, x(N)]$, 取两个正整数 m 和 n , 对此序列按每次 n 个点连续等长度截取 m 段, 以这 m 段构造矩阵 \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \dots & x(n) \\ x(n+1) & x(n+2) & \dots & x(2n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x((m-1)n+1) & x((m-1)n+2) & \dots & x(mn) \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中: $m \geq 2; n \geq 2; N = mn$ 。

这就是连续截断信号矩阵构造法^[5-9]。

对于式(2)所示的矩阵, 在满足 $m \geq 2, n \geq 2$ 和 $N = mn$ 的条件下, 当数据长度 N 较大时, m 和 n 的取法很多, 这些不同的 m 和 n 对 SVD 的信号处理效果有着不同的影响^[10], 因此如何选择 m 和 n 是一个非常重要的问题。设矩阵大小为 $m \times n$, 则对此矩阵进行 SVD 后, 得到的奇异值个数为 $q = \min(m, n)$, 由于每一个奇异值可对应一个分量信号, 因此得到的分量信号个数也为 q , 即分量信号的数量由矩阵结构决定。为了在变矩阵结构过程中获得稳定数量的分量信号, 笔者提出的变矩阵结构思想为: 矩阵行数不变, 取 $m = 2$, 这是能够构成一个矩阵的最小行数, 但是列数 n 逐渐变化, 且满足 $n \geq 2$, 这样每次分解得到的分量信号个数为 $q = \min(m, n) = \min(2, n) = 2$, 即总是只有两个分量信号。在此基础上, 提出如下的变矩阵结构 SVD 信号分解算法。

设有数字信号序列 $\mathbf{X} = [x(1), x(2), \dots, x(N)]$, 首先利用它进行第 1 次矩阵构造, 此时分解次数 $j = 1$, 取行 $m = 2$ 、列 $n = N/2$, 利用该序列构造矩阵如下

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \dots & x(N/2) \\ x(N/2+1) & x(N/2+2) & \dots & x(N) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\mathbf{A}_1 \in \mathbf{R}^{2 \times (N/2)}$, 对此矩阵进行 SVD, 即有

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{U}_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{V}_1^T \quad (4)$$

其中: $\mathbf{U}_1 = [\mathbf{u}_{1,1}, \mathbf{u}_{1,2}] \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$, 而 $\mathbf{u}_{1,1}, \mathbf{u}_{1,2}$ 分别为 2×1 的列向量; $\mathbf{D}_1 = [\text{diag}(\sigma_{1,1}, \sigma_{1,2}), \mathbf{0}] \in \mathbf{R}^{2 \times (N/2)}$; $\mathbf{V}_1 = [\mathbf{v}_{1,1}, \mathbf{v}_{1,2}, \dots, \mathbf{v}_{1,N/2}] \in \mathbf{R}^{(N/2) \times (N/2)}$, 而 $\mathbf{v}_{1,1}, \mathbf{v}_{1,2}, \dots, \mathbf{v}_{1,N/2}$ 分别为 $(N/2) \times 1$ 的列向量。

在上面的表达式中, 第 1 个下标表示分解次数, 第 2 个下标表示变量的顺序号。通过分解后只能得到两个奇异值 $\sigma_{1,1}$ 和 $\sigma_{1,2}$, 因奇异值是降序

排列的, 有 $\sigma_{1,1} \geq \sigma_{1,2}$; 而对于周期性信号, 其构造的矩阵的两行存在较大的相关性, 此时有 $\sigma_{1,1} \gg \sigma_{1,2}$ 。利用每一个奇异值分别进行 SVD 重构, 得到两个子矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{1,1} = \mathbf{u}_{1,1} \sigma_{1,1} \mathbf{v}_{1,1}^T \\ \mathbf{A}_{1,2} = \mathbf{u}_{1,2} \sigma_{1,2} \mathbf{v}_{1,2}^T \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\mathbf{A}_{1,1} \in \mathbf{R}^{2 \times (N/2)}$, 它对应大奇异值 $\sigma_{1,1}$; $\mathbf{A}_{1,2} \in \mathbf{R}^{2 \times (N/2)}$, 它对应小奇异值。

因 $\mathbf{u}_{1,1}$ 和 $\mathbf{u}_{1,2}$ 是单位正交的列向量, $\mathbf{v}_{1,1}$ 和 $\mathbf{v}_{1,2}$ 也是单位正交的列向量, 因此式(5)中两个矩阵的能量均由其对应的奇异值决定。由于 $\sigma_{1,1} \gg \sigma_{1,2}$, 因此矩阵 $\mathbf{A}_{1,1}$ 对原矩阵 \mathbf{A}_1 的贡献远比 $\mathbf{A}_{1,2}$ 大。

从每一个子矩阵可以获得一个分量信号。根据原始矩阵 \mathbf{A}_1 的构造特点, 只要将子矩阵 $\mathbf{A}_{1,1}$ 的两行首尾相接, 就可以得到一个分量信号; 同理将矩阵 $\mathbf{A}_{1,2}$ 的两行首尾相接, 也可以得到一个分量信号。因 $\mathbf{A}_{1,1}$ 占原矩阵 \mathbf{A}_1 的能量比例远比 $\mathbf{A}_{1,2}$ 大, 因此将从 $\mathbf{A}_{1,1}$ 恢复出来的信号称为主分量, 用 \mathbf{P}_1 表示, 它占原信号的能量比例较大。将从 $\mathbf{A}_{1,2}$ 恢复出来的信号称为副分量, 用 \mathbf{S}_1 表示, 它占原信号的能量比例较小, \mathbf{P}_1 和 \mathbf{S}_1 的长度均为 N 。 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{S}_1 分别代表了原始信号 \mathbf{X} 的不同组成部分, 根据 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{S}_1 占原信号能量比例的差异, 可以将对原信号贡献较小的副分量先分离出来, 而对原信号贡献较大的主分量则再次利用 SVD 进行分解, 但在下次分解中, 矩阵结构按照一定规律变化。如此反复进行, 当分解次数足够多时, 就可实现信号中不同分量的分离。

主分量 \mathbf{P}_1 是从矩阵 $\mathbf{A}_{1,1}$ 恢复出来的, 由式(5)可见, $\mathbf{A}_{1,1} \in \mathbf{R}^{2 \times (N/2)}$, 且 $\mathbf{A}_{1,1}$ 的两行均由向量 $\mathbf{v}_{1,1}$ 重构而得到, 因此这两行具有与 $\mathbf{v}_{1,1}$ 相同的频率成分, 故可只取其中一行继续分解。设此矩阵的第 1 行用 $\mathbf{X}_{1p} = [x_{1p}(1), x_{1p}(2), \dots, x_{1p}(N/2)]$ 表示, 其长度为 $N/2$, 利用这一行继续构造矩阵进行 SVD 分解, 这是第 2 次矩阵构造。此时分解次数 $j = 2$, 仍然取行数 $m = 2$, 但是列数变为 $n = N/4$, 则得第 2 个待分解的矩阵为

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} x_{1p}(1) & x_{1p}(2) & \dots & x_{1p}(N/4) \\ x_{1p}(N/4+1) & x_{1p}(N/4+2) & \dots & x_{1p}(N/2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{A}_2 \in \mathbf{R}^{2 \times (N/4)}$ 。

与第 1 次分解的矩阵 \mathbf{A}_1 相比, 第 2 次分解的矩阵结构已经发生了变化, 列数减少了一半。按照同样的原理对 \mathbf{A}_2 再次进行 SVD 处理, 又可得到主、副两个子矩阵, 其大小与 \mathbf{A}_2 相同, 也是 $2 \times (N/4)$ 。

分别将这两个子矩阵的两行首尾相接,可以得到第 2 次分解时的主分量 \mathbf{P}_2 和副分量 \mathbf{S}_2 ,其长度均为 $N/2$,相对于第 1 次分解结果的长度减少了一半。这一特点与内积型小波分解结果相似,在内积型小波分解过程中,每分解一次,分解结果的长度也将减少一半^[11]。按照同样的思想,保留副分量 \mathbf{S}_2 ,而对主分量 \mathbf{P}_2 继续构造矩阵进行 SVD 分解,矩阵行数仍然取 $m=2$,但列数变为 $N/8, \dots$ 。这样依次下去,每次构造的矩阵的行数总是取 $m=2$,而列数则逐次减半,一直到第 j 次 SVD 分解时,此时构造的矩阵行数为 $m=2$,而列数为 $n=N/2^j$,矩阵可表示为

$$\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} x_{j-1,p}(1) & x_{j-1,p}(2) & \dots & x_{j-1,p}(N/2^j) \\ x_{j-1,p}(N/2^j+1) & x_{j-1,p}(N/2^j+2) & \dots & x_{j-1,p}(N/2^{j-1}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

对此矩阵进行 SVD 后得到两个奇异值 $\sigma_{j,1}$ 和 $\sigma_{j,2}$,利用每个奇异值进行重构,得到两个子矩阵为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{j,1} = \mathbf{u}_{j,1} \sigma_{j,1} \mathbf{v}_{j,1}^T \\ \mathbf{A}_{j,2} = \mathbf{u}_{j,2} \sigma_{j,2} \mathbf{v}_{j,2}^T \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{A}_{j,1}, \mathbf{A}_{j,2}$ 均为 $2 \times N/2^j$ 的矩阵。

分别将这两个矩阵的两行首尾相接,可分别得到第 j 次分解时的主分量 \mathbf{P}_j 和副分量 \mathbf{S}_j ,其长度均为 $N/2^{j-1}$ 。

从上述过程可见,每分解一次,矩阵列数就减少一半,即在分解过程中矩阵结构是变化的,因此将这种分解称为变矩阵结构奇异值分解,其信号分解结构如图 1 所示。设最大分解层数为 J ,则 $\{\mathbf{S}_j\}_{j=1}^J \cup \mathbf{P}_j$ 构成了这一算法的分解结果,其中第 j 次分离出的分量信号的长度为 $N/2^{j-1}$,其长度逐次减少一半,这种特性与内积型小波分解的结果类似^[11]。在这一算法中,虽然矩阵列数是变化的,但是行数始终为 2,因此可以获得稳定的分量信号个数,同时这样的矩阵行数使得 SVD 的计算量少。利用 Householder 变换将矩阵化为双对角线矩阵后,再利用带隐式位移的 QR 算法,一般只需迭代 1 次就可实现矩阵的对角化^[12-13]。

在变矩阵结构奇异值分解的递推分解过程中, $\{\mathbf{S}_j\}_{j=1}^J \cup \mathbf{P}_j$ 所对应的各奇异值分别为 $\sigma_{1,2}, \sigma_{2,2}, \dots, \sigma_{j,2}, \sigma_{j,1}$,因分量信号的能量均由其对应的奇异值平方决定,因此定义如下参数

$$\eta_j = \frac{\sigma_{j,2}^2}{\sigma_{1,2}^2 + \sigma_{2,2}^2 + \dots + \sigma_{j,2}^2 + \sigma_{j,1}^2} \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad (9)$$

这一参量反映了各 $\{\mathbf{S}_j\}_{j=1}^J$ 分量对原信号的贡献率大小,而参数

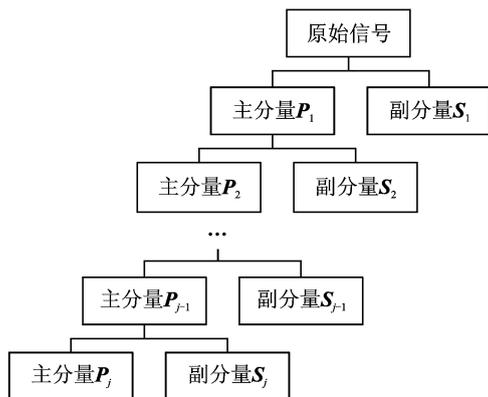


图 1 变矩阵结构 SVD 算法的信号分解结构

Fig. 1 Signal decomposition structure of varying matrix structure SVD algorithm

$$\eta_j = \frac{\sigma_{j,1}^2}{\sigma_{1,2}^2 + \sigma_{2,2}^2 + \dots + \sigma_{j,2}^2 + \sigma_{j,1}^2} \quad (10)$$

则反映了 P_j 分量对原信号的贡献率大小。

2 信号分离实例

下面利用变矩阵结构 SVD 算法对一个模拟信号中的各个频率成分进行分离,此模拟信号包含 4 个频率分量

$$x(t) = \sin(5t + \pi/6) + 2.39 \sin(6t + \pi/5) + 3.68 \sin(20t + \pi/10) + 4.21 \sin(40t + \pi/8)$$

在 $[0 \sim 2\pi]$ 以内以 $T=2\pi/2048$ 为周期对此信号采样 2048 点,得到原始信号如图 2 所示。利用变矩阵结构 SVD 算法对此信号分解 3 次,得到分解结果 $\{\mathbf{S}_j\}_{j=1}^3 \cup \mathbf{P}_3$,如图 3 所示。各次分解的主、副奇异值如表 1 所示。

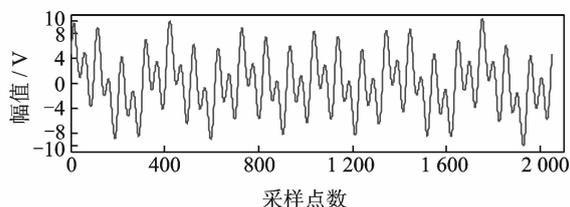


图 2 原始模拟信号

Fig. 2 Original simulation signal

表 1 各次分解的主、副奇异值

Tab. 1 Principal and secondary singular values of the every decomposition

分解次数	主奇异值	副奇异值
$j=1$	194.593 350	31.992 414
$j=2$	127.054 574	54.109 789
$j=3$	70.082 816	61.253 278

由图 3 可见,第 1 层得到的副分量 S_1 是原信号中的频率成分 $\sin(5t + \pi/6)$,第 2 层的副分量 S_2 是原信号中的频率成分 $2.39\sin(6t + \pi/5)$,第 3 层的副分量 S_3 是原信号中的频率成分 $3.68\sin(20t + \pi/10)$,而第 3 层的主分量 P_3 是原信号中的频率成分 $4.21\sin(40t + \pi/8)$ 。图中的红色虚线是理想的频率分量,可见算法将原信号的各频率分量正确地分离了出来,算法分离结果和理想信号的波形完全吻合,说明其相位也完全相同,因此算法具有零相移特性,没有相位偏移。

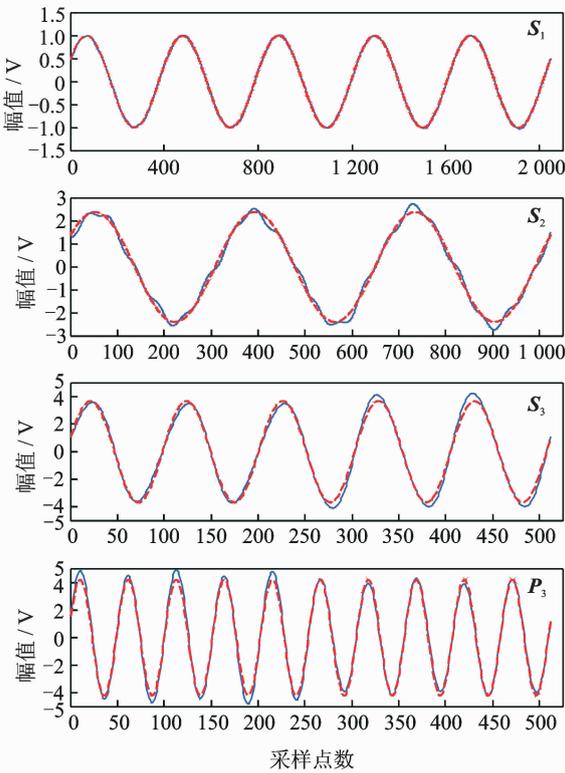


图 3 变矩阵结构 SVD 算法的分离结果

Fig. 3 Separation results of varying matrix structure SVD

原信号中两分量 $\sin(5t + \pi/6)$ 和 $2.39\sin(6t + \pi/5)$ 的频率只相差 $(6-5)/2\pi=0.1592$ Hz,可见即使对于频率相差这样微小的两个频率,变矩阵结构 SVD 算法也将它们几乎完美地分离开来,这是一般的滤波器做不到的。滤波器总是有一个带宽,且存在过渡带,要分辨两个相差如此微小的频率成分是很困难的。

根据表 1 的数据,利用式(9)、式(10)可计算各分量信号 $S_1 \sim S_3$ 以及 P_3 对原信号的贡献率,如图 4 所示。将原信号中各频率成分的幅值占全部频率幅值之和的百分比也绘于图 4,可见二者的变化趋势是一样的,这说明各层得到的奇异值反映了各频率分量的幅值信息。

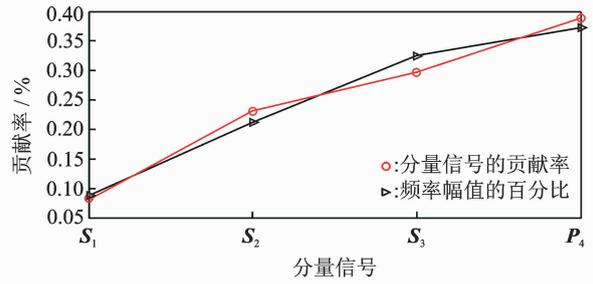


图 4 主、副分量对原信号的贡献率

Fig. 4 Contribution ratio of principal and secondary components to the original signal

在研究中发现,并不是对所有的频率成分变矩阵结构 SVD 算法都能将其分离,只有对具有以下频率结构的信号,变矩阵结构 SVD 算法才能实现其各个频率成分的分离

$$\begin{cases} \omega_1 = Q_1 \\ \omega_2 = 2Q_2 \\ \omega_3 = 2^2 Q_3 \\ \vdots \\ \omega_i = 2^i Q_i \end{cases} \quad (11)$$

其中: Q_1, Q_2, \dots, Q_i 为任意的奇数,它们可以彼此相等,也可以彼此完全不相等。

3 对转子振动频率的分离

3.1 变矩阵结构 SVD 算法的分离结果

图 5 为一个转子振动信号,从其幅值谱看,此信号主要有两个频率,即转频和二倍转频,但二倍转频的幅值小很多。根据转子振动理论,转频伴随着二倍转频意味着转子对中不良。现在利用变矩阵结构 SVD 算法来分离这两个频率成分,因原信号只有两个频率,用该算法对此信号分解一次就可将两个频率分离开,分解结果如图 6 所示。可见获得的每个分量都只有一个频率,其中副分量 S_1 得到的是二倍转频,幅值谱显示其幅值为 0.09751 m/s^2 ,而原始信号中二倍转频的幅值为 0.09758 m/s^2 ,二者相差非常微小。主分量 P_1 获取的是转频,对比原信号的幅值谱可见,算法提取出来的转频幅值和原信号中的转频幅值完全相同。这种结果表明,变矩阵结构 SVD 对这个转子振动信号取得了相当好的频率分离效果。

从分离出的时域波形来看,转频分量的幅值很稳定,这表明转子的转频旋转是很稳定的,但是二倍转频分量的幅值在负的方向存在微小的波动,这表

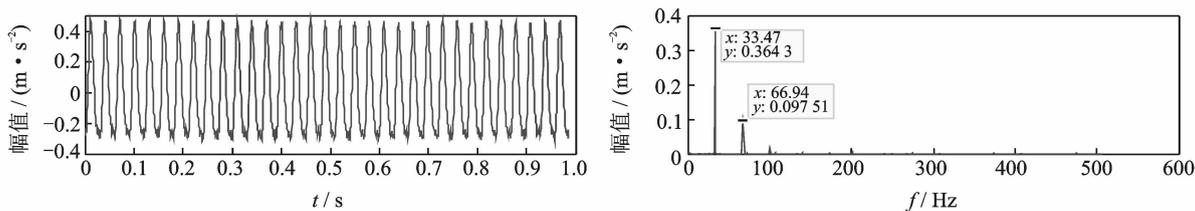


图 5 转子振动信号及其幅值谱

Fig. 5 Rotor vibration signal and its amplitude spectrum

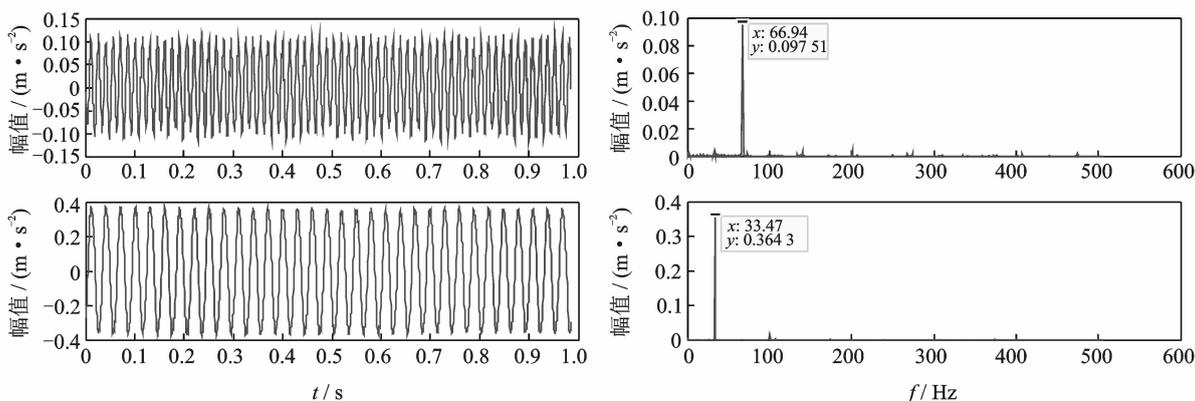


图 6 变矩阵结构 SVD 算法的分解结果

Fig. 6 Decomposition results of varying matrix structure SVD algorithm

明转子在旋转时其对中不良程度在经过传感器正向的 180° 方向时发生了微小的变化,导致了二倍转频振幅的变化。幅值谱反映的只是某个频率成分的幅值在采样时间内的平均值,它无法反映幅值随时间的变化。

3.2 SVR 谱方法的分离结果

SVR 谱用于提取周期性分量^[5-6]。SVR 谱定义为: σ_1/σ_2 随着列数 n 取值的不同而变化的谱。计算图 5 所示转子振动信号的 SVR 谱,结果如图 7 所示。可见存在很多谱峰,根据 SVR 谱理论^[5-6],按照最大谱峰对应的列数构造矩阵。最大谱峰对应的列数为 $n=658$,而原信号的长度为 $N=1\ 974$,则矩阵行数为 $m=N/n=1\ 974/658=3$,因此利用原振动信号构造 3×658 的矩阵,经 SVD 处理后得到 3 个分量信号,结果如图 8 所示。由图 8 可见,第 1 个分量信号的波形和原始信号的波形非常相似,在此分量中转频和二倍转频依然同时存在,二者没有分离开;在第 2 个分量中仍然是转频和二倍转频,但是与第 1 个分量相比,它们的幅值非常小,同时原信号中的噪声也被分离到这个分量中;第 3 个分量则比较复杂,其整个频带上都存在频率成分,这表明此分量中有较多噪声存在,因为噪声频率是均匀分布在

整个频带上的,但此分量的幅值谱的高频段显示此分量存在调制现象,说明这是一个有用的信息,表明 SVR 谱方法有自己的特色,但是在频率分离方面则远不如变矩阵结构 SVD 方法。

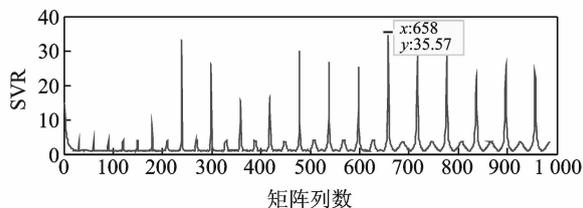


图 7 转子振动信号的 SVR 谱

Fig. 7 SVR spectrum of rotor vibration signal

除了效果比 SVR 谱方法优良外,与其他信号分解方法如经验模态分解(empirical mode decomposition, 简称 EMD)相比,变矩阵结构 SVD 和 EMD 都可以将原始信号分解为若干个分量信号的组合。如 EMD 可以将原始信号分解成若干个本征模式分量(intrinsic mode function, 简称 IMF),每个分量反映出信号的特有频率信息,但 EMD 的主要问题是存在模态混叠,即在同一个 IMF 分量中往往存在着不同频率成分的信号^[14],并且 EMD 还存在端点效应^[15];而变矩阵结构 SVD 则不存在这样的问题,

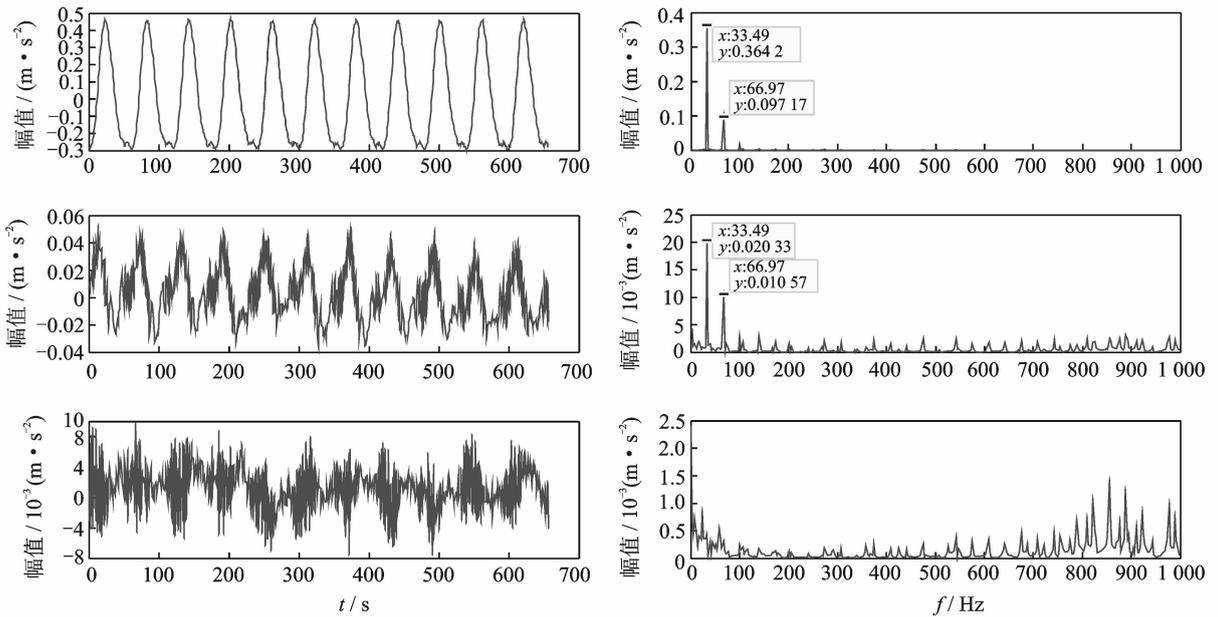


图8 基于SVR谱的分解结果

Fig. 8 Decomposition results based on SVR spectrum

其对单个频率的分离效果良好,并且没有端点效应。

在工程应用中,如果原始信号中的噪声较多,则应先采用消噪方法将噪声消除,然后再利用变矩阵结构SVD来分离信号中的各个频率成分,这样可以获得良好的频率分离效果。

4 结束语

利用SVD进行信号处理的关键在于SVD方程中矩阵的构造,笔者提出了一种变矩阵结构SVD信号分解算法,将递推分解引入到SVD中,并在递推分解过程中逐次改变矩阵的结构,以形成对信号中不同周期性分量的适应性,达到将其分离出来的目的。每次的分解都将上一层的信号分解成为主、副两个分量,保留副分量,而利用主分量再次进行变结构矩阵构造和SVD分解,如此逐次进行,最终将信号分离为一系列主、副分量的组合。对模拟信号和转子振动信号的分离实例结果表明,此方法可以有效地分离信号中的单个周期性分量,且分离的周期性分量没有相位偏移,信号分离效果优于SVR谱方法。

参 考 文 献

[1] Golafshan R, Sanliturk K Y. SVD and Hankel matrix

based de-noising approach for ball bearing fault detection and its assessment using artificial faults [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 70/71 (3):36-50.

[2] Chen Shiqian, Yang Yang, Wei Kexiang, et al. Time-varying frequency-modulated component extraction based on parameterized demodulation and singular value decomposition [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(2):276-285.

[3] 赵海峰,张亚,李世中等. 基于奇异值分解的侵入过载信号降噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(4):770-776.

Zhao Haifeng, Zhang Ya, Li Shizhong, et al. Research of the penetration overload signals de-noising method based on singular value decomposition [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(4):770-776. (in Chinese)

[4] Chakroorty S, Saha G. Feature selection using singular value decomposition and QR factorization with column pivoting for text-independent speaker identification [J]. Speech Communication, 2010, 52(9):693-709.

[5] Kanjilal P P, Palit S, Saha G. Fetal ECG extraction from single-channel maternal ECG using singular value decomposition [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1997, 44(1):51-59.

[6] Kanjilal P P, Palit S. On multiple pattern extraction using singular value decomposition [J]. IEEE Transac-

- tions on Signal Processing, 1995, 43(6):1536-1540.
- [7] Kang M, Kim J M. Singular value decomposition based feature extraction approaches for classifying faults of induction motors[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 41(1/2):348-356.
- [8] 赵学智, 陈统坚, 叶邦彦. 基于奇异值分解的铣削力信号处理与铣床状态信息分离[J]. 机械工程学报, 2007, 43(6):169-174.
Zhao Xuezhi, Chen Tongjian, Ye Bangyan. Processing of milling force signal and isolation of state information of milling machine based on singular value decomposition[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(6):169-174. (in Chinese)
- [9] 李富强, 王建江, 刘国华, 等. 基于三阶累积量奇异值分解的结构损伤识别[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(3):399-404.
Li Fuqiang, Wang Jianjiang, Liu Guohua, et al. Structural damage identification based on singular value decomposition of third-order cumulants[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(3):399-404. (in Chinese)
- [10] 赵学智, 叶邦彦, 陈统坚. 矩阵构造对奇异值分解信号处理效果的影响[J]. 华南理工大学学报:自然科学版, 2008, 36(9):86-93.
Zhao Xuezhi, Ye Bangyan, Chen Tongjian. Influence of matrix creation way on signal processing effect of singular value decomposition [J]. Journal of South China University of Technology ;Natural Science Edition, 2008, 36(9): 86-93. (in Chinese)
- [11] 赵学智, 陈统坚, 叶邦彦, 等. 内积型和卷积型小波变换对信号处理效果的研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(3):55-60.
Zhao Xuezhi, Chen Tongjian, Ye Bangyan, et al. Research on signal processing effect of both inner product type of wavelet transformation and convolution type of wavelet transformation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(3): 55-60. (in Chinese)
- [12] 赵学智, 叶邦彦. 单向收缩QR算法在奇异值分解中的收敛特性[J]. 电子科技大学学报, 2010, 39(5):762-767.
Zhao Xuezhi, Ye Bangyan. Convergence characteristic of single direction shrink QR algorithm in the singular value decomposition[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2010, 39(5): 762-767. (in Chinese)
- [13] 赵学智, 叶邦彦, 陈统坚. 大型矩阵奇异值分解的多次分割双向收缩QR算法[J]. 华南理工大学学报:自然科学版, 2010, 38(1):1-8.
Zhao Xuezhi, Ye Bangyan, Chen Tongjian. Multi-partition and double-directions shrink QR algorithm for singular value decomposition of large-scale matrix[J]. Journal of South China University of Technology ;Natural Science Edition, 2010, 38(1):1-8. (in Chinese)
- [14] 万书亭, 詹长庚, 豆龙江. 滚动轴承故障特征提取的EMD-频谱自相关方法[J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(6):1161-1167.
Wan Shuting, Zhan Changeng, Dou Longjiang Feature extracting method in the rolling element bearing fault diagnosis based on EMD and spectrum auto-correlation[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(6):1161-1167. (in Chinese)
- [15] 徐卓飞, 刘凯. 基于极值符号序列分析的EMD端点效应处理方法[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(2):309-315.
Xu Zhuofei, Liu Kai. Method of empirical mode decomposition end effect based on analysis of extreme value symbol sequence [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(2):309-315. (in Chinese)



第一作者简介:赵学智,男,1970年11月生,教授、博士生导师。主要研究方向为振动测试与信号处理。曾发表《信号有效奇异值的数量规律及其在特征提取中的应用》(《振动工程学报》2016年第29卷第3期)等论文。

E-mail: mezhaoxz@scut.edu.cn

